Материалы 5-й научно-практической конференции

Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики

ISBN 978-5-9906289-6-0

27-28 января 2015, г. Тольятти

Министерство образования и науки Российской Федерации
Тольяттинский государственный университет
Научно-образовательный центр «Математические модели и теоретические основы классической и квантовой информатики»

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

МАТЕРИАЛЫ 5-Й НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ INTERNET-КОНФЕРЕНЦИИ

27-28 января 2015 г.

Ульяновск
SIMJET
2015

УДК 51
ББК 22.1
Н 16

Н 16 Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики. Материалы 5-й научно-практической internet-конференции. 27-28 января 2015 г. / отв. ред. Ю.С. Нагорнов – Ульяновск: SIMJET, 2015. – 234 с.

В сборнике представлены материалы по проблемам современных методов математического моделирования, разработки алгоритмов расчетов прикладных и исследовательских задач. Сборник предназначен научным сотрудникам, преподавателям, аспирантам, специалистам сферы математического моделирования и информатики, а также студентам технических специальностей.

УДК 51
ББК 22.1

Редакционная коллегия сборника:
Мельников Б.Ф. – доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой «Прикладная математика и информатика» Тольяттинского филиала Самарского государственного университета;
Крашенинников В.Р. – доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Прикладная математика и информатика» Ульяновского государственного технического университета»;
Нагорнов Ю.С. – кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник НОЦ «Математические модели и теоретические основы классической и квантовой информатики» Тольяттинского государственного университета;
Мельникова Е.А. – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Прикладная математика и информатика» Тольяттинского филиала Самарского государственного университета.

ISBN 978-5-9906289-6-0 © Оформление. SIMJET, 2015

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ 1. АЛГОРИТМЫ И НОВЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Анищенкова Н.Г., Болотин И.Б. (Смоленск, Россия) Об одном подходе к моделированию видоизмененной игры Морра 6

Быстров И.И., Тарасов Б.В. (Москва, Россия) Модель распознавания экологических ситуаций на основе растущих пирамидальных сетей 11

Ким К.В. (Москва, Россия) Тестирование задач кольцевой маршрутизации 15

Мельникова Е.А., Софонова Н.В. (Тольятти, Россия) Алгоритмы случай ной генерации булевых функций 21

Минаков В.Ф., Барабанова М.И., Радченко М.В. (Санкт-Петербург, Краснодар, Россия) Математическая модель обслуживания потока заявок в национальной платежной системе 24

Скрыпников А.В., Чернышова Е.В., Заець О.В. (Воронеж, Россия) Оценка эффективности системы защиты информации автоматизированной системы проектирования сложных многокомпонентных продуктов 31

Скрыпников А.В., Чернышова Е.В., Лыжник Е.А. (Воронеж, Россия) Разграничение доступа к объектам операционной системы 39

Скрыпников А.В., Чернышова Е.В., Чичасова И.С. (Воронеж, Россия) Методика построения корпоративной системы защиты информации 45

Чесноков А.И. (Архангельск, Россия) Об алгоритме решения задачи о рюкзаке на основе лунной двоичной арифметики 52

СЕКЦИЯ 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ОБЛАСТИ МЕХАНИКИ, ФИЗИКИ, ХИМИИ И БИОЛОГИИ

Бакаева О.А. (Саранск, Россия) Стохастическая модель зависимости категориальных переменных в эпидемиологических приложениях 57

Головин Ю.И., Грибановский С.Л., Головин Д.Ю., Клячко Н.Л., Мажуга А.Г., Кабанов А.В. (Москва, Тамбов, Россия) Управляемое низкочастотным магнитным полем высвобождение лекарств из функционализованных магнитных наночастиц 63

Зуева И.М., Болотин И.Б. (Смоленск, Россия) О решении второй основной краевой задачи типа Римана для трианалитических функций в плоскости со щелями 71

Кудряшова А.И. (Йошкар-Ола, Россия) Динамика роста в онтогенезе листьев липы около автомобильной дороги 76

Кудряшова А.И. (Йошкар-Ола, Россия) Способ анализа динамики роста в онтогенезе листьев липы около автомобильной дороги 84

Мазуркин П.М. (Йошкар-Ола, Россия) Ранговые распределения параметров кривых высот по дендрорядам разновозрастного сосняка Сибири 92

Мазуркин П.М. (Йошкар-Ола, Россия) Структурно-функциональные параметры дендрорядов разновозрастного сосняка Сибири по кривым высот 103

Нагорнов Ю.С., Пахомова Р.А., Жиляев И.В., Мельников Б.Ф., Кац А.В., Наседкина А.А., Аксенова Е.А. (Тольятти, Красноярск, Ростов-на-Дону, Самара, Петрозаводск, Россия) Оценка внутриклеточного давления эритроцитов при повышенном билирубине в рамках модели на основе уравнений Навье-Стокса 112
Полякова Р.В., Коваленко А.Д., Юдин И.П. (Дубна, Россия) Непрерывный аналог метода ньютона в математическом моделировании нелинейных задач динамики частиц в ускорителе 117
Попов В.Н., Рудный Д.А. (Архангельск, Россия) Проверка линейных соотношений Онзагера для течения в каналах разреженного молекулярного газа 130
Расторгуева А.В., Болотин И.Б. (Смоленск, Россия) Об одной краевой задаче типа Римана с разрывными коэффициентами для трианалитических функций в случае полуплоскости 137
СЕКЦИЯ 3. ПРИМЕНЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ И СУПЕР-ЭВМ В ПРИКЛАДНЫХ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ
Заручевская Г.В. (Архангельск, Россия) Применение мелкозернистого локально-параллельного программирования в клеточной машине при решении задачи Дирихле для уравнения Пуассона 143
Игнатов Ю.Ю. (Саратов, Россия) Мониторинг инфраструктуры систем управления веб-контентом на платформе ASP.NET 151
Кабаева Е.В. (Абакан, Россия) Применение объектно-ориентированной системы программирования DELPHI для решения задач интервального анализа 159
СЕКЦИЯ 4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ТЕХНИКЕ, ТЕХНОЛОГИЯХ И ПРОИЗВОДСТВЕ
Бейсембаев К.М., Шманов М.Н., Есен А.М., Есмагамбетов А.Б., Когай В.А., Оспанов Д.У. (Караганда, Казахстан) К 3D моделированию задач взаимодействия горного массива с очистным оборудованием в сложных условиях разработки пластовых ископаемых 165
Ермакова Л.А. (Новокузнецк, Россия) Математическое моделирование процесса горения капель водоугольного топлива 173
Лукутин Б.В., Сарсикеев Е.Ж., Тентиев Р.Б. (Томск, Бишкек, Россия, Кыргызстан) Моделирование электрической нагрузки микрогидроэлектростанции для электроснабжения автономных потребителей 178
Мурашев В.Н., Леготин С.А., Юрчук С.Ю., Астахов В.П., Ельников Д.С., Диденко С.И., Рабинович О.И., Кузьмина К.А. (Москва, Россия) Влияние уровня легирования на спектральную чувствительность PIN-структур фотоприемников 182
Мурашев В.Н., Леготин С.А., Юрчук С.Ю., Нагорнов Ю.С., Краснов А.А., Диденко С.И., Рабинович О.И. (Москва, Тольятти, Россия) Моделирование влияния времени жизни на спектральные характеристики pin-структур радиационно-стимулированных источников питания на основе бета-источника никель-63 188

Мурашев В.Н., Нагорнов Ю.С., Краснов А.А., Леготин С.А., Рабинович О.И., Юрчук С.Ю. (Тольятти, Москва, Россия) Оптимизация и расчет эффективности бетавольтаических элементов на основе различных pin-структур и источника никель-63 195
Муфтахов И.Р. (Иркутск, Россия) Об одном методе численного решения интегральных уравнений Вольтерра первого рода 201
Нгуен Тхе Лонг, Нгуен Тху Хыонг (Иркутск, Россия) Анализ антропометрических признаков с использованием методов машинного обучения 204
Сокольников А.Н. (Одинцово, Россия) Математическая модель радиолокационных характеристик летательных аппаратов 211
Третьяков В.И. (Архангельск, Россия) Применение математического моделирования при анализе динамической нагруженности механических систем манипуляторного типа 216
Филиппов Д.А. (Липецк, Россия) Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния непрерывнолитого сляба в УНРС 220
Христич С.А. (Новочеркасск, Россия) Математическое моделирование погрешности электронного модуля 225
Чуб Е.В., Затонская И.В. (Краснодар, Россия) Моделирование организационно-экономического процесса управления инновационным развитием аграрного предприятия 230

СЕКЦИЯ 1. АЛГОРИТМЫ И НОВЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

УДК 519.83

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ВИДОИЗМЕНЕННОЙ ИГРЫ МОРРА

© 2015

Н.Г. Анищенкова, кандидат физико-математических наук, доцент,
заведующая кафедрой математики и информатики
ФГБОУ ВПО «Смоленский государственный университет», Смоленск (Россия),
nadezhdaadhzedan@gmail.com
И.Б. Болотин, кандидат физико-математических наук, доцент,
декан физико-математического факультета
ФГБОУ ВПО «Смоленский государственный университет», Смоленск (Россия),
IBBolotin@smolgu.ru

1. Постановка задачи. В учебных курсах университетов «Теория игр», «Исследование операций» в качестве примера парной антагонистической игры приводят известную игру «двухпальцевая Морра». Наиболее распространенная ее формулировка имеет следующий вид.

В игру играют двое игроков. Каждый из них показывает один или два пальца на одной своей руке, перед этим каждый игрок высказывает версию, чему будет равно количество пальцев, показанных соперником. Если какой-то из игроков угадывает верно, а его соперник ошибается, то победитель получает количество очков, равное сумме показанных игроками пальцев. В противном случае игра заканчивается ничьей [1].

Двухпальцевая игра Морра имеет различные модификации. Одна из них имеет следующий вид.

В игру играют двое игроков. Каждый из них показывает один, два или три пальца. Если сумма количества показанных пальцев четна, то первый игрок получает количество очков, равное сумме количества показанных пальцев обоими игроками. В противном случае второй игрок получает количество очков, равное сумме количества показанных пальцев обоими игроками [2].

Замечание. Отметим, что в игре «двухпальцевая Морра» каждый игрок имеет по четыре чистых стратегии, платежная матрица игры представляет собой квадратную матрицу порядка 4, а в приведенной модификации – количество чистых стратегий и порядок платежной матрицы равны трем. При этом следует отметить, что увеличение чистых стратегий игроков (количества показываемых пальцев) приводит к существенному усложнению анализа данных игр.

Рассмотрим следующую игру. *В игру играют двое игроков. Каждый из них называет любое натуральное число от* 1 *до* n $(n \geq 2)$*. Если сумма названных чисел четна, то первый игрок получает количество очков, равное сумме названных чисел. В противном случае второй игрок получает количество очков, равное сумме названных чисел.*

Сформулированную игру будем называть видоизмененной игрой Морра.

2. О построении математической модели видоизмененной игры Морра. В данной игре каждый из игроков имеет по n чистых стратегий – назвать одно из натуральных чисел от 1 до n.

Платежная матрица рассматриваемой игры имеет вид:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & -3 & \dots & (-1)^n n & (-1)^{n+1}(n+1) \\ -3 & 4 & \dots & (-1)^{n+1}(n+1) & (-1)^n(n+2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (-1)^n n & (-1)^{n+1}(n+1) & \dots & 2n-2 & (-1)(2n-1) \\ (-1)^{n+1}(n+1) & (-1)^n(n+2) & \dots & (-1)(2n-1) & 2n \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Пусть $p=(p_1,\ p_2, \dots, p_n)$ – смешанная стратегия первого игрока и v – цена игры, тогда математическая модель данной игры для первого игрока имеет вид:

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{n}(-1)^{k+1}(k+j)p_k \ge v, \\ \sum\limits_{k=1}^{n} p_k = 1, \\ p_k \ge 0, \\ j = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (2)$$

$$z = v \to \max. \quad (3)$$

Таким образом, требуется определить значения переменных $p_1,\ p_2, \dots, p_n, v$, удовлетворяющих системе ограничений (2) и обращающих в максимум функцию (3).

Аналогично, пусть $q=(q_1, q_2, \dots, q_n)$ – смешанная стратегия второго игрока и v – цена игры, тогда математическая модель данной игры для второго игрока имеет вид:

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{n}(-1)^{k+1}(k+j)q_k \le v, \\ \sum\limits_{k=1}^{n} q_k = 1, \\ q_k \ge 0, \\ j = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (4)$$

$$\tilde{z} = v \to \min. \quad (5)$$

Таким образом, требуется определить значения переменных $q_1, q_2, \dots, q_n, v$, удовлетворяющих системе ограничений (4) и обращающих в минимум функцию (5).

3. О моделировании видоизмененной игры Морра. Для исследования данной игры при различных значениях параметра n воспользуемся системой компьютерной математики Wolfram Mathematica. Текст программы приведен ниже.

Зададим наибольшее число, которое может назвать каждый из игроков.

```
n = 100;
```

Построим платежную матрицу игры.

```
A = Table[If[Mod[i + j, 2] == 0, i + j, -(i + j)], {i, 1, n}, {j, 1, n}];
```

Найдем нижнюю цену игры.

```
α = Max[Table[Min[Part[A, i]], {i, 1, n}]]
```

Найдем верхнюю цену игры.

```
β = Min[Table[Max[Part[A, All, j]], {j, 1, n}]]
```

Зададим смешанную стратегию первого игрока.

```
P = Array[p, n];
```

Построим математическую модель игры для первого игрока.

Зададим систему ограничений (2).

```
Cond1 = Table[Part[A, All, j].P >= v, {j, 1, n}];
Cond2 = Table[P[[j]] >= 0, {j, 1, n}];
Cond3 = {Sum[P[[j]], {j, 1, n}] == 1};
Conds = Join[Cond1, Cond2, Cond3];
```

Найдем решение игры для первого игрока.

```
Var = Join[P, {v}];
M1 = Maximize[{v, Conds}, Var]
```

Цена игры равна:

```
M1[[1]]
```

Определим активные чистые стратегии, которые использует первый игрок в своей оптимальной смешанной стратегии, и их количество.

```
Col1 = n;
S1 = Table[0, {i, 1, 0}];
Prob1 = Table[0, {i, 1, 0}];
Do[P[[i]] = P[[i]] /. M1[[2, i]];  If[P[[i]] == 0,  Col1 = Col1 - 1, {S1 = Join[S1, {i}], Prob1 = Join[Prob1, {P[[i]]}]}], {i, 1, n}];
```

Количество активных чистых стратегий равно

```
Col1
```

Активные чистые стратегии имеют вид

```
S1 // MatrixForm
```

Вероятности использования активных чистых стратегий соответственно равны

```
Prob1 // MatrixForm
```

Зададим смешанную стратегию второго игрока.

```
Q = Array[q, n];
```

Построим математическую модель игры для второго игрока.

Зададим систему ограничений (4).

```
Cond1 = Table[Part[A, j].Q <= v, {j, 1, n}];
Cond2 = Table[Q[[j]] >= 0, {j, 1, n}];
Cond3 = {Sum[Q[[j]], {j, 1, n}] == 1};
Conds = Join[Cond1, Cond2, Cond3];
```

Найдем решение игры для второго игрока.

```
Var = Join[Q, {v}];
M2 = Minimize[{v, Conds}, Var]
```

Цена игры равна:

```
M2[[1]]
```

Определим активные чистые стратегии, которые использует второй игрок в своей оптимальной смешанной стратегии, и их количество.

```
Col2 = n;
S2 = Table[0, {i, 1, 0}];
Prob2 = Table[0, {i, 1, 0}];
Do[Q[[i]] = Q[[i]] /. M2[[2, i]];  If[Q[[i]] == 0,  Col2 = Col2 - 1, {S2 = Join[S2, {i}], Prob2 = Join[Prob2, {Q[[i]]}]}], {i, 1, n}];
```

Количество активных чистых стратегий равно

```
Col2
```

Активные чистые стратегии имеют вид

```
S2 // MatrixForm
```

Вероятности использования активных чистых стратегий соответственно равны

```
Prob2 // MatrixForm
```

Результаты работы программы при различных значениях параметра n приведены в таблице 1.

Таблица 1 - Оптимальные смешанные стратегии игроков и цена видоизмененной игры Морра в зависимости от значения параметра n

n	Нижняя цена игры	Верхняя цена игры	Цена игры	Активные чистые стратегии первого игрока	Вероятность применения активных чистых стратегий	Активные чистые стратегии второго игрока	Вероятность применения активных чистых стратегий
2	–3	2	$-\frac{1}{12}$	1, 2	$\frac{7}{12}, \frac{5}{12}$	1, 2	$\frac{7}{12}, \frac{5}{12}$
3	–3	4	0	1, 2, 3	$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$	1, 2, 3	$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$
4	–5	4	0	1, 2, 3	$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$	1, 2, 3	$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$
5	–5	6	0	1, 4, 5	$\frac{1}{8}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}$	1, 4, 5	$\frac{1}{8}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}$
6	–7	6	0	1, 2, 5	$\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}$	1, 2, 5	$\frac{3}{8}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}$
7	–7	8	0	1, 6, 7	$\frac{1}{12}, \frac{1}{2}, \frac{5}{12}$	1, 6, 7	$\frac{1}{12}, \frac{1}{2}, \frac{5}{12}$
8	–9	8	0	1, 2, 7	$\frac{5}{12}, \frac{1}{2}, \frac{1}{12}$	1, 2, 7	$\frac{5}{12}, \frac{1}{2}, \frac{1}{12}$
9	–9	10	0	1, 8, 9	$\frac{1}{16}, \frac{1}{2}, \frac{7}{16}$	1, 8, 9	$\frac{1}{16}, \frac{1}{2}, \frac{7}{16}$
10	–11	10	0	1, 2, 9	$\frac{7}{16}, \frac{1}{2}, \frac{1}{16}$	1, 2, 9	$\frac{7}{16}, \frac{1}{2}, \frac{1}{16}$
11	–11	12	0	1, 10, 11	$\frac{1}{20}, \frac{1}{2}, \frac{9}{20}$	1, 10, 11	$\frac{1}{20}, \frac{1}{2}, \frac{9}{20}$
12	–13	12	0	1, 2, 11	$\frac{9}{20}, \frac{1}{2}, \frac{1}{20}$	1, 2, 11	$\frac{9}{20}, \frac{1}{2}, \frac{1}{20}$
…	…	…	…	…	…	…	…

100	–101	100	0	1, 2, 99	$\frac{97}{196}, \frac{1}{2}, \frac{1}{196}$	1, 2, 99	$\frac{97}{196}, \frac{1}{2}, \frac{1}{196}$
101	–101	102	0	1, 100,101	$\frac{1}{200}, \frac{1}{2}, \frac{99}{200}$	1, 100,101	$\frac{1}{200}, \frac{1}{2}, \frac{99}{200}$
…	…	…	…	…	…	…	…

Анализ данных, полученных в таблице 1, позволяет сделать следующее предположение.

При $n \geq 3$ *цена видоизмененной игры Морра равна 0, а выбор поведения каждого из игроков зависит от четности наибольшего числа, которое могут называть игроки. При этом, если:*

1) $n = 2k+1, \quad k \in N$, *то активными чистыми стратегиями каждого из игроков будет выбор чисел* $1, \ 2k$ *и* $2k+1$ *с вероятностями* $\frac{1}{4k}, \ \frac{1}{2}$ *и* $\frac{2k-1}{4k}$ *соответственно;*

2) $n = 2k+2, \quad k \in N$, *то активными чистыми стратегиями каждого из игроков будет выбор чисел* $1, \ 2$ *и* $2k+1$ *с вероятностями* $\frac{2k-1}{4k}, \ \frac{1}{2}$ *и* $\frac{1}{4k}$ *соответственно.*

Замечание. При $n = 2$ видоизмененная игра Морра является нечестной, так как ее цена равна $-\frac{1}{12}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аллен Р. Математическая экономия. М.: Издательство иностранной литературы, 1963.

2. Афанасьев М.Ю., Багриновский К.А., Матюшок В.М. Прикладные задачи исследования операций: Учеб. пособие. М.: ИНФРА-М, 2006.

AN APPROACH TO MODELLING OF THE MORRA'S TYPE GAME

© 2015

N.G. Anischenkova, candidate of physical and mathematical sciences,
Head of the Department of Mathematics and Computer Science
Smolensk State University, Smolensk (Russia), nadezhdaadhzedan@gmail.com

I.B. Bolotin, candidate of physical and mathematical sciences,
Dean of the Physics and Mathematics Faculty
Smolensk State University, Smolensk (Russia), IBBolotin@smolgu.ru

УДК 316.48:519.87

МОДЕЛЬ РАСПОЗНАВАНИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ СИТУАЦИЙ НА ОСНОВЕ РАСТУЩИХ ПИРАМИДАЛЬНЫХ СЕТЕЙ

© 2015

И.И. Быстров, доктор технических наук, профессор, начальник отдела
ИПИ РАН, Москва (Россия)
Б.В. Тарасов, доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник
ИПИ РАН, Москва (Россия), tarasov@npcmodul.ru

В реальных системах управления экологическим состоянием региона распознаваемые ситуации описываются, как правило, массивами данных сложной структуры, имеющими к тому же и сложное представление в памяти компьютеров. В этих условиях целесообразно осуществлять поиск и сравнение соответствующих данных, используя методы адресации к данным по их содержанию, то есть, другими словами, используя ассоциативный поиск требуемых данных. Удобный аппарат для построения алгоритмов логического распознавания ситуаций, описываемых по необходимости столь сложным образом, представляет теорию растущих пирамидальных сетей (РПС), относящуюся к классу семантических сетей. Применение этого аппарата выступает на первый план в случае, когда:

а) отсутствуют сведения о количественном распределении признаков распознаваемых ситуаций по пространственным, временным, энергетическим и иным интервалам, а в распознающей системе имеются лишь детерминированные логические связи между рассматриваемыми ситуациями и их признаками;

б) известны распределения ситуаций в пространстве признаков, законы распределения ошибок измерения признаков, но логические зависимости, связывающие признаки и классы ситуаций, сложны и не поддаются непосредственному анализу.

Рассмотрим один из возможных способов построения эвристических алгоритмов логического распознавания кризисных ситуаций на основе применения РПС.

Пусть исходные описания GS_t распознаваемых экологических ситуаций S_t представляется в виде последовательности диапазонов изменения значений признаков X, Y,…,Z:

$$GS_t = \left\{ X_1^{(n)}, X_2^{(n)}, ..., X_{M_X^{(n)}}, Y_1^{(n)}, Y_2^{(n)}, ..., Y_{M_y^{(n)}}, Z_1^{(n)}, Z_2^{(n)}, ..., Z_{M_Z^{(n)}} \right\},$$

где $M_x^{(n)}, M_y^{(n)}, M_z^{(n)}$ – количество диапазонов значений признаков X, Y,…, Z для n-й ситуации (n = 1,…, N) соответственно; $X_j^{(n)} = (x_{jн}^{(n)}, x_{jк}^{(n)})$ – j-й диапазон значений признака X для n-й ситуации (j = 1,…, $M_X^{(n)}$); $x_{jн}^{(n)}, x_{jк}^{(n)}$ – начальная и конечная границы диапазона $X_j^{(n)}$ соответственно; $Y_j^{(n)}, ..., Z_j^{(n)}$ – определяется аналогично $X_j^{(n)}$.

Применительно к какому-либо признаку, пусть это будет X, опишем процедуру формирования рецепторов РПС. Для каждой пары диапазонов

изменения значений признака X на метрической шкале SH_x введем систему базовых отношений $R = \{r_i, i = 1,\ldots, z\}$, представленных на рисунке 1.

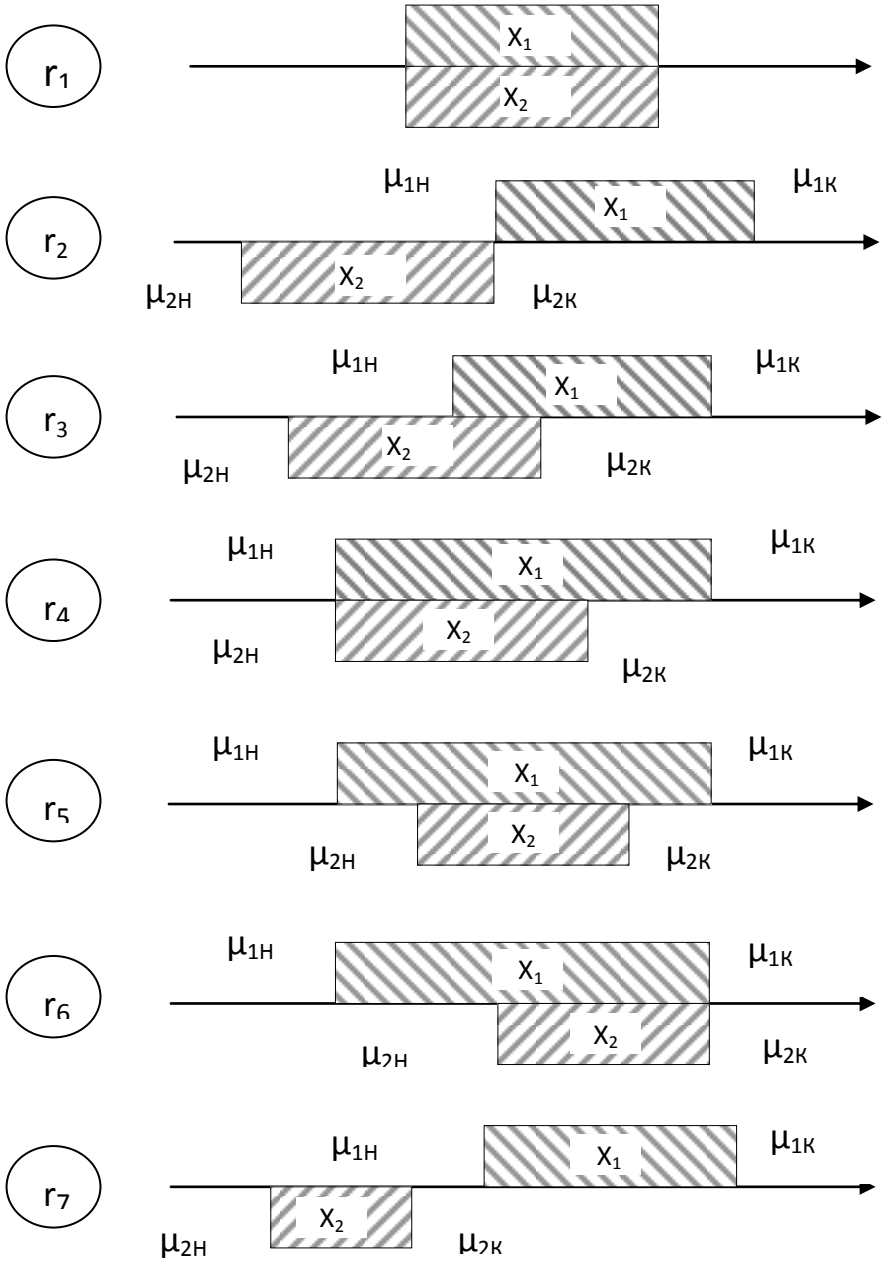


Рисунок 1 - Система базовых отношений для распознавания

На этом рисунке приняты следующие обозначения: X_1, X_2 – пара диапазонов изменения значений признака X; $\mu_{j\acute{i}}, \mu_{j\hat{e}}$ – начальная и конечная граница диапазона X_j, j = 1, 2; r_1 – «совпадать»; r_2 – «примыкать слева»; r_3 – «пересекаться, оставаясь слева»; r_4 – «быть внутри при совпадающих начальных границах»; r_5 – «быть внутри»; r_6 – «быть внутри при совпадающих конечных границах»; r_7 – «быть слева».

Легко видеть, что такие потенциально возможные отношения как «примыкать справа», «пересекаться, оставаясь справа» и «быть справа», сводятся к базовым отношениям r_2, r_3 и r_7, соответственно, путем простой перестановки местами диапазонов X_1, и X_2.

Введенные отношения между парами диапазонов представим далее в виде элементарных синтагм: $X_1\ r_1\ X_2$; $X_1\ r_2\ X_2$;…, $X_1\ r_7\ X_2$. В этих обозначениях процедура автоматического формирования рецепторов реализуется следующим образом. *На первом шаге* выполняется преобразование диапазонов изменения значений признака X, характеризующего n-ю ситуацию, в соответствии со следующими правилами вывода новых диапазонов и их начальных и конечных границ:

$$
\begin{aligned}
&1.\ X_1\, r_1\, X_2 \mapsto (\mu_{1H,}\, \mu_{1K}) \vee (\mu_{1H,}\, \mu_{2K}) \vee (\mu_{2H,}\, \mu_{1K}) \vee (\mu_{2H,}\, \mu_{2K});\\
&2.\ X_1\, r_2\, X_2 \mapsto (\mu_{2H,}\, \mu_{1K});\\
&3.\ X_1\, r_3\, X_2 \mapsto (\mu_{2H,}\, \mu_{1K});\\
&4.\ X_1\, r_4\, X_2 \mapsto (\mu_{1H,}\, \mu_{1K}) \vee (\mu_{2H,}\, \mu_{1K});\\
&5.\ X_1\, r_5\, X_2 \mapsto (\mu_{1H,}\, \mu_{1K});\\
&6.\ X_1\, r_6\, X_2 \mapsto (\mu_{1H,}\, \mu_{1K}) \vee (\mu_{1H,}\, \mu_{2K});\\
&7.\ X_1\, r_7\, X_2 \mapsto (\mu_{2H,}\, \mu_{2K}) \wedge (\mu_{1H,}\, \mu_{1K}),
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

где символ $\mapsto$ – означает «преобразуется в…», $\vee$ – соответствует логическому «или», $\wedge$ – соответствует логическому «и», а в круглых скобках указаны преобразованные диапазоны значений с их начальными и конечными границами.

Из (1) непосредственно следует, что в шести первых случаях отношения между парой диапазонов сводятся к отношению r_7. В результате применения этих правил получим последовательность изолированных диапазонов значений признака X, причем любая пара этих диапазонов связана отношением r_7. При этом достигается значительное сокращение исходного количества диапазонов значений признака.

На втором шаге описываемой процедуры осуществляется маркировка метрической шкалы SH_x путем отображения на нее полученных после применения правил $П_в$ диапазонов значений признака X для всех ситуаций. При этом начальным и конечным границам диапазонов на шкале SH_x ставятся в соответствие определенные точечные значения (маркеры). Если для некоторых значений границ диапазонов истинно следующее логическое условие

$$(\mu_I^{(n)} = \mu_K^{(m)}) \vee (\mu_I^{(n)} = \mu_H^{(m)}) \vee (\mu_K^{(n)} = \mu_K^{(m)}),$$

где n, m = 1,…, N при n = m, то таким парам границ диапазонов соответствует один маркер на шкале SH_x.

В результате такого отображения диапазонов признака X для всех ситуаций на шкале SH_x получим упорядоченную по возрастанию последовательность маркеров $q_1, q_2, q_3,\ldots, q_{Lx}$, где $q_1 < q_2 < q_3 <\ldots< q_{LX}$; Lx – количество маркеров по шкале SH_x.

Эта последовательность является исходной для *третьего шага* описываемой процедуры. При его реализации L-й $(L = 1,..., L_x)$ рецептор x_l для признака X формируется в виде: $x_l = (q_l, q_{l+1})$. Очевидно, что для каждой пары рецепторов x_l и x_k, где $l, k = 1,..., L_X - 1$ при $l \neq k$, всегда выполняется условие $x_k \cap x_l \neq \varnothing$ (пустое множество).

Описанные действия последовательно применяются ко всем диапазонам изменения значений признаков X,Y,..., Z. В результате список рецепторов РПС оказывается сформированным в виде

$$RCR = \{x_1, x_2,\ldots, x_{Lk-1}, y_1, y_2,\ldots, y_{Ly-1}, z_1, z_2,\ldots, z_{Lz-1}\}, \qquad (2)$$

где Lx, Ly, Lz – количество маркеров на шкалах SH_x, SH_y, SH_z, соответствующих признакам X, Y, ..., Z.

Если полученную РПС представить в виде направленного графа, вершины которого соответствуют элементам сети, то на самом верхнем уровне иерархии будут находиться элементы, соответствующие названиям ситуациям S_1, S_2,…, S_N. При этом каждой ситуации S_n (n = 1,.., N) соответствует пирамида элементов, на самом нижнем уровне которой находятся рецепторы, соответствующие диапазонам значений признаков, характеризующих ситуацию S_n. Кроме рецепторов и вершинных элементов, соответствующих названиям объектов, согласно правилам (1) в сети формируются ассоциативные элементы, представляющие собой сочетания диапазонов значений признаков, характеризующих несколько ситуаций. Введение в сеть ассоциативных элементов исключает дублирование совпадающих частей описаний у разных ситуаций, а это позволяет сократить как объем памяти, отведенной под данные, так и время просмотра информации о ситуациях, имеющих с данной ситуацией одинаковые значения признаков.

В действительности распознавание экологических ситуаций – это совокупность задач и соответственно совокупность моделей, адекватных сущности самих ситуаций и целям их распознавания. Модель линейного разделения двух классов целесообразно использовать при распознавании простых экологических ситуаций, параметры которых могут быть выражены в количественных категориях. Модель кластерного анализа и классификации ситуаций без учителя следует использовать при распознавании сложных экологических ситуаций при том условии, что параметры этих ситуаций задаются числами или понятиями, имеющими метрический смысл.

Основное преимущество названных классов моделей распознавания заключается в том, что они сравнительно просто могут быть реализованы на компьютерах с помощью хорошо развитого аппарата нейронных сетей.

Модель распознавания на основе растущих пирамидальных сетей целесообразно использовать тогда, когда распознаваемые экологические ситуации описываются, большими массивами данных сложной структуры, имеющими к тому же и сложное представление в памяти компьютеров. Несомненное преимущество этой модели заключается в ее инвариантности по отношению в виду параметров, описывающих ситуации, и отношений между ними: они могут быть как числовыми (метрическими), так и понятийными (качественными).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарасов Б.В. Логико-лингвистические модели в военных системных исследованиях / Н.Г. Бублик, В.Е. Евстигнеев, В.И. Новосельцев, Е.К. Суворов, Б.В. Тарасов // Воениздат. М., 1988. С. 67.

2. Тарасов Б.В. Модели и механизмы конкурсного управления региональными проектами по охране окружающей среды / Б.В. Тарасов, В.А. Сырцов // Научная книга. Воронеж:, 2008. С. 300.

3. Тарасов Б.В. Теоретические основы системного анализа / под. ред. В.И. Новосельцева // Майор. М., 2013. С. 592.

4. Тарасов Б.В. Программная модель распознавания изображений различной конфигурации // «Программирование» АН СССР. М., 1980. С. 60-66.

5. Тарасов Б.В. Распознавание ситуаций в интеллектуальной компьютерной сети медицинского контроля боеспособности военнослужащих на поле боя // Вестник академии военных наук. М., 2009. № 2 (23). С. 30-35.

MODEL RECOGNITION ENVIRONMENTAL SITUATIONS ON THE BASIS OF GROWING PYRAMIDAL NETWORKS

© 2015

I.I. Bystrov, doctor of technical Sciences, Professor
Department Informatics problems, RAS, Moscow (Russia)
B.V. Tarasov, doctor of technical Sciences, Professor leading researcher
Informatics problems, RAS, Moscow (Russia), tarasov@npcmodul.ru

УДК 519.6

ТЕСТИРОВАНИЕ ЗАДАЧ КОЛЬЦЕВОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ

© 2015

К.В. Ким, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник
ФГБУН «Центральный экономико-математический институт РАН», Москва (Россия), kim_klim@mail.ru

Эта статья является продолжением работы [1], в которой приводится в качестве примера задачи дискретной оптимизации классическая модель кольцевой маршрутизации грузовых перевозок, связанная с проблемой сокращения порожнего пробега транспортных средств. Появилось желание получить ответы на такие вопросы как, рассматривалась ли такая задача в последнее время, есть ли значительные продвижения по ее решению? В автодорожных специальностях ранее эта задача рассматривалась в курсе математические методы планирования перевозок. Но там задача не исследовалась математиками. За прошедший период методы дискретной оптимизации развиваются. Возможно, и задача маршрутизации могла быть успешно решена новыми методами общего характера. В любом случае хотелось бы получить отклик. Жизнь показывает, что проблемы логистики становятся все более актуальными, и методы сокращения порожнего пробега могут быть востребованы. Целью первой статьи было привлечь внимание к проведению исследование и испытаний программ «кольцевой маршрутизации». За прошедшие полгода, я не получил ни одного отклика, даже отрицательного. Это ожидаемый результат. В наше время людям не хватает времени переваривать огромный объем информации, в том числе и научной. Правила научного общения предписывают проявлять эрудицию и просматривать работы по затронутой теме. В этом процесс авторам некогда подробно разбираться в чужих работах, если она не касается их непосредственно. Тем не менее у меня проявилось желание сделать вторую, более продвинутую попытку.

Я не считаю себя специалистом в области дискретной оптимизации, просто приходилось программировать алгоритмы для конкретных задач, поэтому приходилось разбираться в предмете. В силу положения и возраста у меня уже нет особого желания углубленно заниматься затронутой темой. Задача маршрутизации, о которой я рассуждаю – это лишь повод для того чтобы поставить другой, на мой взгляд более важный вопрос. Может быть стоит

осознано организовывать коллективные испытания новых программ и алгоритмов дискретной оптимизации?

В наше время я участвовал в проведении подобного мероприятия. В то время большое внимание уделялось оптимизации работы транспорта, и в отраслевых вычислительных центрах активно использовались программы для решения транспортных задач линейного программирования. Задачи были большого размера, ЭВМ были медленные. Зарубежные пакеты, которые привозились из за границы правдами и неправдами, были устаревшими и работали отвратительно. Среди способных программистов появилось интересное занятие – написать новую хорошую программу. Хорошие программы передавались из рук в руки, успешно использовались на практике. На семинарах и конференциях появлялись доклады и сообщения о новых алгоритмах и программах. Споры и дискуссии о том, какие алгоритмы лучше, носили умозрительный, бездоказательный характер. Например, мы в Москве в ЦЭМИ АН СССР программировали метод потенциалов, а группа из Ленинградского университета, присылала нам письма и сообщения, что венгерский метод оказался лучше метода потенциалов, когда они проводили сравнения на своей ЭВМ. Однажды мы встретились с руководителем этой группы профессором И.В. Романовским и предложили ему провести всесоюзный конкурс программ решения транспортной задачи. Он загорелся, мы нашли исполнителей для проведения машинных испытаний в Калининском НПО «ЦЕНТРПРОГРАММСИСТЕМ». Они были официальными поставщиками оптимизационного программного обеспечения, и проведение такого конкурса повышало их престиж. Мы разработали положение и технические требования к программам, разослали их в вычислительные центры. В короткий срок нам поступили заявки от десятка авторов и соответственно с ними поступили программ в виде колод перфокарт. Конкурс был успешно проведен. Он выявил лучшие алгоритмы и программы, и соответствующая информация о конкурсных программах была опубликована в журнале «Экономика и математические методы». Информация была полезной, так как позволяла объективно оценивать эксплуатируемые программы. То, что мы победили Романовского, не столь важно, все-таки мы были профессиональными программистами, а Иосиф Владимирович очень талантливым преподавателем.

Сегодня у нас, казалось бы, нет возможности проводить подобные конкурсы, и в первую очередь из-за отсутствия средств. Однако сегодня фактически затраты на подобное мероприятие объективно на порядок меньше. Если в наше время для тестирования программ потребовалась напряженная работа группы сотрудников, программистов и инженеров, то сегодня такое тестирование можно провести дистанционно в домашних условиях в качестве интересного развлечения. Требуется лишь желание авторов. Алгоритмы дискретной оптимизации являются благодатными объектами для проведения тестирования, так как там огромное море вариантов приближенных алгоритмов. Хотелось бы привлечь единомышленников, чтобы тестирование новых алгоритмов проводить регулярно. Начинать надо с простейших задач, имеющих не столько практическую ценность, сколько ясный и понятный смысл. Задача кольцевой маршрутизации подходит для этого как нельзя хорошо. Замечу, что в 60-е годы она, успешно внедрялась в самой простейшей постановке, для

планирования работы большегрузных автопоездов, перевозивших строительные грузы по Московской области.

Задача принципиально формулируется следующим образом. На плоскости беспорядочно разбросано множество векторов, которые интерпретируются как потоки грузов из начальной точки вектора в конечную. На каждом векторе задается некое число – интенсивность потока. За расстояние перевозки принимается длина вектора Для простоты в дальнейшем любые расстояния рассчитываются как эвклидовы. В реальности расстояния рассчитываются по транспортной сети, но в нашем случае это не нужно. В простейшем случае транспортное средство могут работать по «маятниковой» схеме, т.е. обслуживать один поток, возвращаясь после разгрузки всегда в один и тот же пункт погрузки.. В этом случае порожний пробег будет равен пробегу с грузом. У транспортников есть важный показатель – коэффициент использования пробега, равный груженому пробегу, поделенному на общий пробег. Понятно, что при маятниковой схеме этот коэффициент будет равен 0,5. Маршрут, по которому движется транспортное средство называется так и называют: маятниковым маршрутом Формально маятниковый маршрут в нашей задаче это один вектор.

Кольцевым называют маршрут движения, при обслуживании нескольких грузопотоков. Кольцевой маршрут формально является упорядоченным множеством нескольких векторов. Вектора в последовательности называют звеньями, количество звеньев называют «звенностью». В кольцевом маршруте транспортное средство после разгрузки отправляется в исходный пункт следующего звена, а после разгрузки в последнем звене направляется в пункт погрузки в первого звена. Для общности маятниковый маршрут можно считать однозвенным кольцевым маршрутом. На каждом кольцевом маршруте устанавливается интенсивность потока транспортных средств, движущихся по данному маршруту. Задача оптимальной маршрутизации формулируется так: найти множество кольцевых маршрутов, таких чтобы их интенсивности, обеспечивали реализацию всех грузопотоков, и что бы коэффициент использования суммарного пробега был бы максимальным. На рисунке 1 изображены два теста. В первом оптимальный вариант состоит из трех маятниковых маршрутов, во втором из одного трехзвенного.

Мы будем решать более простую, вспомогательную задачу: найти один кольцевой маршрут с коэффициентом использования пробега не меньше заданного значения. Поиск одного кольцевого маршрута с « хорошим» коэффициентом использования пробега – это задача внутреннего цикла, которая, так или иначе, должна решаться внутри любого алгоритма полной оптимальной маршрутизации. В нашей вспомогательной задаче отсутствует проблема определения интенсивность потока, поэтому в исходных данных нас будут интересовать только координаты векторов. Таким образом, тест будет представлять собой массив координат, задающий множество векторов. задание на поиск маршрута состоит из двух чисел: его звенность и нижней границы коэффициента использования пробега. К каждому тесту придется ответ, полученный нашим «эталонным» алгоритмом. В качестве такового запрограммирован старый алгоритм, который описан в предыдущей статье. Программа написана не лучшим способом, без особых усилий, и скорее всего по трудоемкости она весьма примитивна и может быть не совсем корректна, в том

смысле, что может иногда не обнаружить существующее решение. Но нам она нужна только для того чтобы найти допустимое решение и убедится, что тест корректен. Все тесты хранятся в библиотеке. Тест можно скачать в виде текстового файла, затем использовать для испытания своей программы. Разумеется, мы не знаем на каких устройствах будут производиться расчеты. Да и алгоритмы будут написаны на разных языках. Как в таких условиях сравнивать алгоритмы? Мы предлагаем определять трудоемкость по количеству запуска процедуры расчета расстояний между двумя точками. Эта процедура должна присутствовать в любом алгоритме, чтобы вычислить порожний пробег в маршруте. Совсем не трудно поставить в программе счетчик таких вычислений, и выдать его значение вместе с полученным ответом.

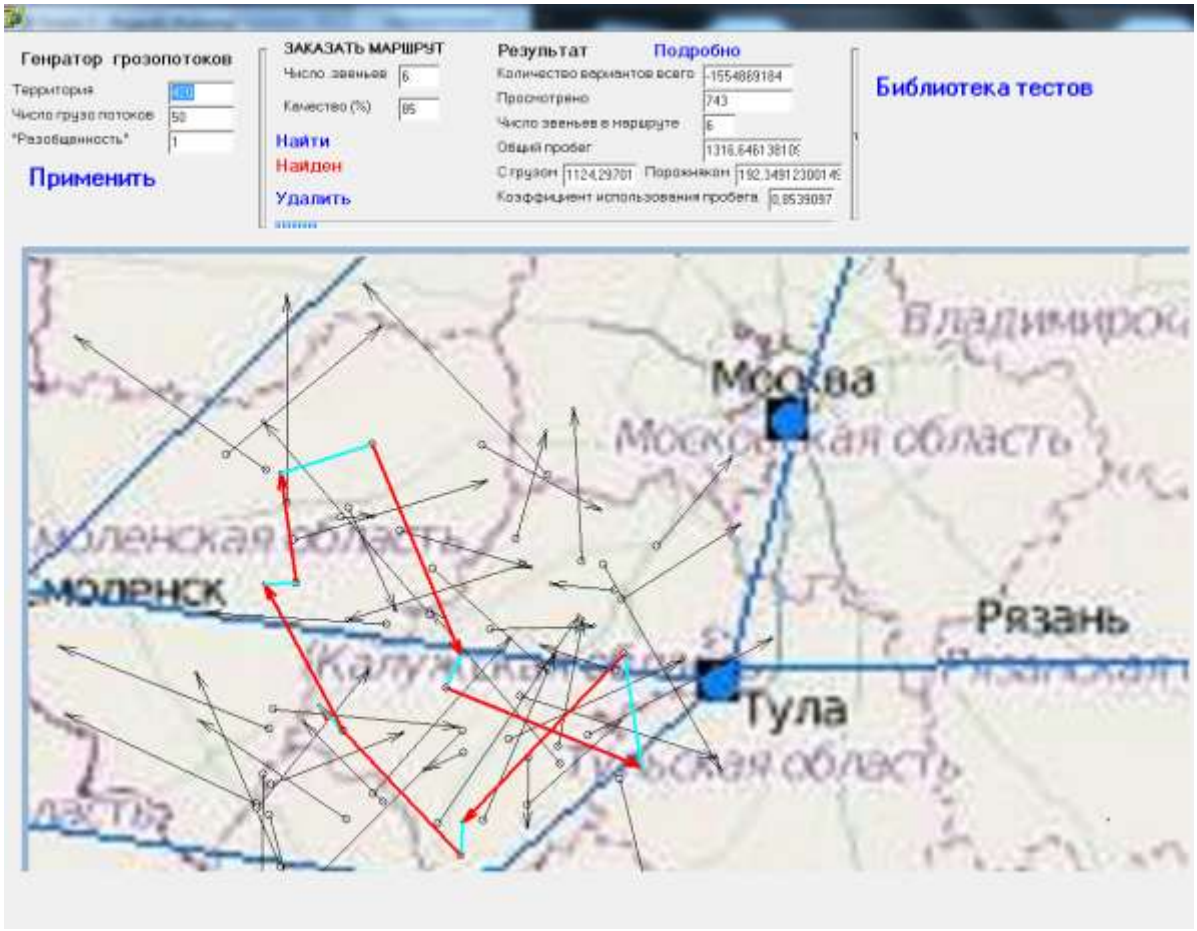


Рисунок 1 - Главное окно программы TestMar

Итак, мы предлагаем тестировать алгоритмы поиска кольцевого маршрута с заданными характеристиками - звенностью и коэффициентом использования пробега. Эта задача очень простая. Алгоритм ее решения – перебор. Максимальная трудность не превышает N в степени M, где N -число исходных грузопотоков, M – звенность искомого маршрута. Мы для существенно упрощаем проблему, введя ограничение на звенность. Если убрать это ограничение, то задача становится «сложной». А убрать ограничение очень просто, надо положить N равным M.

Для организации тестирования мы разработали несложное приложение TestMar, в котором предусмотрено три функции: генерация задач, решение задач

с помощью эталонного алгоритма, обслуживание библиотеки тестов. На рисунке 1 главное окно приложения. Вверху три поля. Левое – генератор задач. Для генерации указываются параметры. Территория – это размер в пикселях стороны квадрат, на который выбрасываются векторы грузопотоков. Кроме числа грузопотоков задается их «разобщенность». При большой разобщенности, длины векторов делаются маленькими, поэтому хороших кольцевых маршрутов может и не быть. На рисунке показана задача с 50-ю неразобщенными векторами.

Среднее поле – для сеансов поиска маршрутов. Задаются звенность и желаемое значение коэффициента использования пробега. Если маршрут найден, он рисуется на экране. Его характеристики высвечиваются в окошках раздела «результат». Маршрут можно посмотреть «подробно», где он высвечивается отдельно, а вместе с ним показывается табличка с его характеристиками. На рисунке найден 6-звенный маршрут. По кнопке «подробно» можно открыть, отдельное изображение маршрута с характеристиками его каждой ездки. Следует обратить внимание на два показателя. Количество вариантов всего и просмотрено.

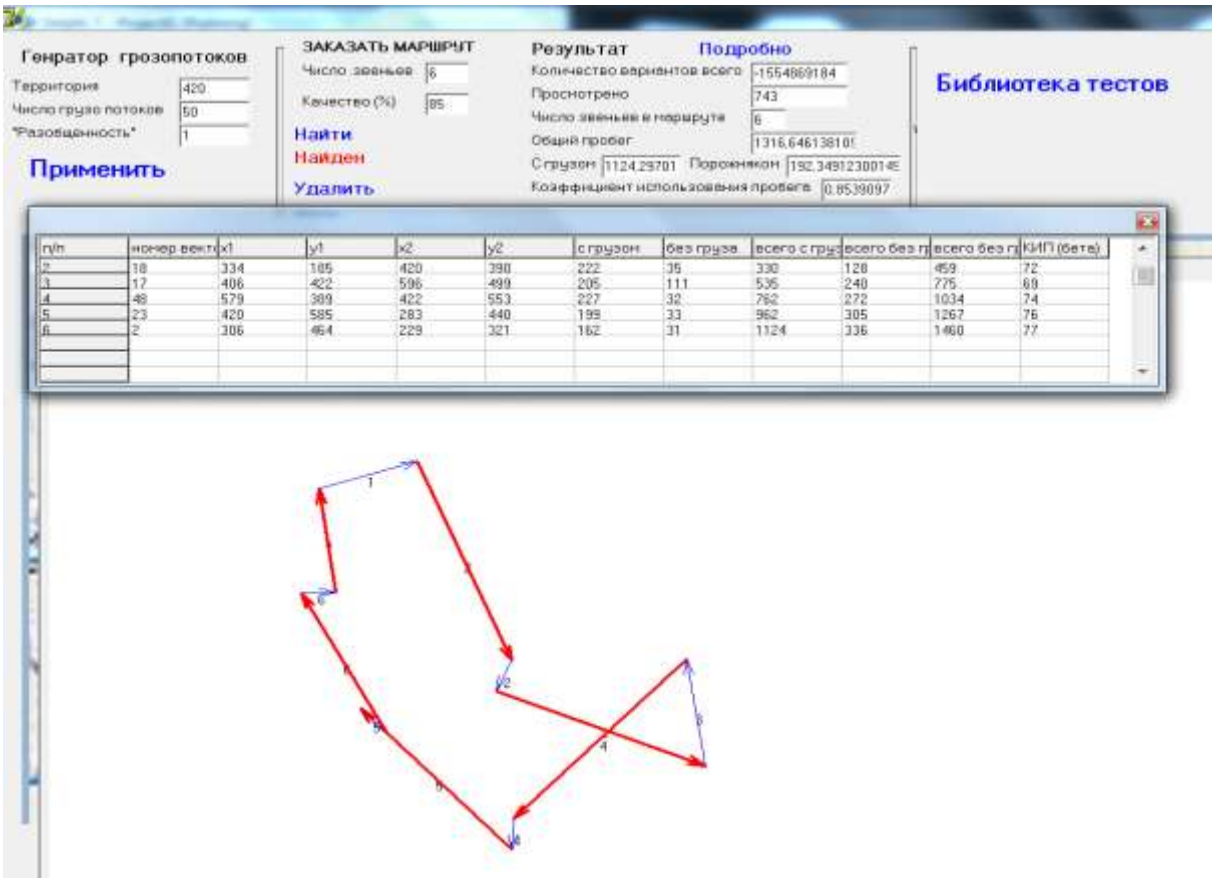


Рисунок 2 - Подробное изображение найденного маршрута

Первый вычисляется как NT в степени M. Второй это число вычислений расстояний между точками.

Третий раздел – работа с библиотекой тестов. Тестом является исходные данные, т.е. координаты всех векторов. А также конкретный найденный маршрут с заданными характеристиками. Пользователь может сгенерировать задачу, найти некий маршрут, и все это отправить в библиотеку как новый тест.

Пользователь также может просмотреть любой тест и вывести его в файл в текстовом формате. Подразумевается, что пользователь может применить к файлу данного формата свой алгоритм, свою программу. Результаты он может вывести в файл аналогичного формата, задав ему свое имя. Тогда этот результат может быть занесен в библиотеку тестов. Разумеется пользователь должен в своей программе сделать процедуры ввода и вывода в файл нашего формата. Все это совсем не сложно ввиду простоты данных. Библиотека тестов предусматривает ввод в библиотеку не только сгенерированных задач, но и из файла. Таким образом, в библиотеке мы можем хранить множество тестовых задач решенных разными программами, дополнять это множество новыми задачами и результатами применения новых алгоритмов

Понятно, что предложенная организация тестирования очень проста. Она опирается на простейшую модель, скромную постановку задачи и простой способ общения, между авторами алгоритма. По сути речь идет о общем наборе заданий в виде файлов, записанных в доступном текстовом формате. Приложение предназначено в первую очередь для генерации задач и удобного хранения не только самих задач, но и их решений с помощью разных программ. Для этого надо записать задачу и ее решение в файл стандартного формата. Разумеется, с указанием числа просмотренных вариантов во время перебора. В приложении имеется возможность посматривать решения в наглядном графическом виде. Мы надеемся, что наша программа послужит примером для создания удобных средств тестирования и других известных классических задач дискретной оптимизации. При наличии интереса мы готовы совершенствовать программу. В первую очередь нам было бы интересно создать библиотеку алгоритмов. Для этого достаточно написать интерпретатор простого алгоритмического языка, например подмножества Паскаля или Фортрана. Для того чтобы писать разные алгоритмы надо совсем немного простых языковых конструкций: переменные, не более чем двумерные массивы, метки, оператор перехода, оператор сравнения чисел, оператор цикла, арифметический оператор, ввод и вывод во внешнюю память в текстовом формате. На таком языке все умеют программировать. Сделать для своих алгоритмов такой простой интерпретатор не сложно.

Программу TestMar можно скачать со странички http://s.mehmat57.ru Раздел «Кольцевая маршрутизация» Там же имеется подробное руководство для пользователей. Вопросы, замечания и предложения можно по поводу использования программы можно присылать по адресу kim_klim@mail.ru

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ким К.В. О задаче кольцевой маршрутизации много лет спустя // Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики. Материалы 4-й научно-практической internet-конференции. 14-15 мая 2014 г. / отв. ред. Ю.С. Нагорнов. Ульяновск: SIMJET, 2014. С. 18-22.

TESTING OF RING ROUTING PROBLEMS

© 2015

K.V. Kim, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher
Central Economics and Mathematics Institute RAS, Moscow (Russia),
kim_klim@mail.ru

УДК 519.688

АЛГОРИТМЫ СЛУЧАЙНОЙ ГЕНЕРАЦИИ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

© 2015

Е.А. Мельникова, кандидат физико-математических наук, доцент, институт математики, физики, информационных технологий
ФГБОУ ВПО «Тольяттинский государственный университет», Тольятти (Россия), elenamel@rambler.ru
Н.В. Софонова, аспирант, институт математики, физики, информационных технологий
ФГБОУ ВПО «Тольяттинский государственный университет», Тольятти (Россия), natashamilkova@yandex.ru

Методы дискретной математики являются хорошим инструментом для построения и анализа моделей в различных науках, включая химию, биологию, генетику, биоинформатику. Для проведения вычислительных экспериментов часто необходима случайная генерация наборов данных. При этом важным является вопрос соответствия генерируемых данных моделируемым объектам. Подготавливаемые для проведения экспериментов случайные данные должны как можно более точно соответствовать реальным данным, чтобы обосновать применение исследуемого метода, алгоритма и т.п. Рассмотрим подход к случайной генерации булевых функций, позволяющий настраивать генерацию на получение наборов данных с характеристиками, удовлетворяющими конкретной предметной области

Любую логическую функцию можно представить в виде дизъюнктивной нормальной формы или конъюнктивной нормальной формы. Также удобным является геометрическое представление булевых функций [1, 2]. Множество двоичных наборов длины n можно рассматривать как множество всех вершин единичного *n*-мерного куба. При этом произвольной функции алгебры логики сопоставляют подмножество вершин куба, на которых функции принимает значение 1. Элементарной конъюнкции ранга *r* соответствует множество вершин куба, которое представляет собой (*n* - *r)*-мерную грань.

Сложность ДНФ можно считать по одному из индексов простоты:
L_B – число букв переменных, встречающихся в записи ДНФ;
L_K – число элементарных конъюнкций, входящих в ДНФ;
L_0 – число отрицаний, встречающихся в записи ДНФ.

Пусть дано множество, из элементов которого следует выбрать все или некоторые элементы, удовлетворяющие определённым условиям. В исходном множестве определяется понятие близости; локальный алгоритм на каждом шаге изучает совокупность элементов, близких к некоторому текущему элементу (окрестность текущего элемента), и запоминает ряд признаков элементов окрестности. Накопленная информация используется на последующих шагах алгоритма для определения нового текущего элемента. Описанный алгоритм, основанный на работах Ю.И.Журавлева [3], генерирует конъюнкции по точечно, то есть параметрами случайной генерации являются лишь координаты вершин куба.

Рассмотрим модифицированный метод генерации ДНФ, который можно настраивать в зависимости от предметной области, для которой генерируются данные. Чем больше настраиваемых параметров у алгоритма генерации, тем

больше мы сможем приблизить характеристики генерируемых объектов к объектам исследования

В поточечном методе можно менять только количество действий (шагов алгоритма). Изменим алгоритм таким образом: на очередном шаге алгоритма будем добавлять в n-мерный куб не вершину, а грань. Тогда, сразу получим несколько параметров генерации:

- количество граней;
- размерности граней;
- их координаты.

Размерности граней, к примеру, играют важную роль при тестировании рандомизированных алгоритмов проверки эквивалентности ДНФ. Проверка коротких конъюнкций занимает больше времени, чем длинных, так как им соответствует большее число наборов переменных. Т.е. вероятность проверки каждой конъюнкции ставится в соответствие размерности сгенерированной плоскости.

Значения параметров устанавливаются на начальном этапе алгоритма генерации ДНФ. Сначала задаём n – количество переменных булевой функции. Затем случайно генерируем число помечаемых вершин n-мерного куба. Размерность r каждой новой грани генерируем случайным образом, а также выбираем режим генерации: поточечно или случайными гранями.

Для каждой грани случайные r координат заполняем 2; это означает для данной переменной оба варианта (и 0, и 1). А остальные (n–r) координат – случайно 0 или 1.

Для проверки репрезентативности случайно сгенерированных структур были выделены следующие характеристики:

- отношение количества 0 к количеству 1,
- количество плоскостей, получающихся при минимизации сгенерированных ДНФ жадным алгоритмом
- количество получающихся после такой минимизации плоскостей, покрывающих каждую точку в n-мерном кубе [4].

При минимизации мы избавляемся от ненужного балласта незначимых составляющих функции. После этой процедуры структура рассматриваемых булевых функций (соответствующих описываемым ДНФ) становится наглядней. Таким образом, показатели на плоскостях, получающихся после минимизации ДНФ, помогают оценить, насколько сложные функции нам необходимы в конкретной предметной области.

Причём для нашего алгоритма генерации характеристики – это не только признаки для проверки репрезентативности. Они также являются частью алгоритма, улучшающей эту репрезентативность в процессе работы. После сравнения результатов применения этих характеристик к случайно сгенерированным ДНФ и ДНФ предметной области мы должны настроить параметры случайной генерации так, чтобы генерируемые ДНФ более точно соответствовали бы реальным данным. Так как параметры генерации влияют на значения характеристик репрезентативности, мы можем выработать способ улучшения для каждой характеристики.

Также параметры можно настраивать под соответствующие индексы простоты. Например, для L_0 достаточно уменьшить вероятность генерации 0 в

координатах; для L_K – генерировать меньшее количество плоскостей; для L_B – нам необходимо пользоваться характеристиками, основанными на минимизации.

Такой подход к случайной генерации булевых функций дает возможность настраивать параметры генерации таким образом, чтобы получать структуры, как можно более адекватные объектам исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яблонский С. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2006.

2. Софонова Н.В. Математическая модель случайной генерации дизъюнктивных нормальных форм // Материалы научно-практической конференции «Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики». Ульяновск: SIMJET, 2013.

3. Журавлев Ю.И. Локальные алгоритмы вычисления информации // Кибернетика, 1965. № 1. С. 12-19.

4. Мельников Б.Ф., Мельникова Е.А Кластеризация ситуаций в алгоритмах реального времени для задач дискретной оптимизации // Системы управления и информационные технологии. 2007. Т. 28. № 2. С. 16-20.

THE SOLUTION OF THE PROBLEM OF PREDICTION OF RESULTS OF TREATMENT OF CORONARY HEART

© 2015

E.A. Melnikova, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, institute of mathematics, physics, information technology

Togliatti State University, Togliatti (Russia), elenamel@rambler.ru

N.V. Sofonova, postgraduate, institute of mathematics, physics, information technology

Togliatti State University, Togliatti (Russia), natashamilkova@yandex.ru

УДК 338.24.01

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБСЛУЖИВАНИЯ ПОТОКА ЗАЯВОК В НАЦИОНАЛЬНОЙ ПЛАТЕЖНОЙ СИСТЕМЕ

© 2015

В.Ф. Минаков, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информатики

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный экономический университет», Санкт-Петербург (Россия), m-m-m-m-m@mail.ru

М.И. Барабанова, кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры информатики

ФГБОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный экономический университет», Санкт-Петербург (Россия), mibar@mail.ru

М.В. Радченко, кандидат экономических наук, доцент, доцент кафедры экономики и финансов

ФГБОУ ВПО «Финансовый университет при правительстве РФ», Краснодарский филиала, Краснодар (Россия), maryradchenko@ya.ru

1. Введение. Национальная платежная система России с марта 2014 года требует реализации ряда мероприятий по ее эволюции [1, 2]. Во-первых, поправки к закону о национальной платежной системе от 2014 года определяют право граждан получать через нее банковские и небанковские транзакционные услуги без участия зарубежных процессинговых, клиринговых и телекоммуникационных контрагентов [3, 4]. По существу это означает необходимость импортозамещения на рынке финансовых транзакций. Во-вторых, поправками к закону о персональных данных 2014 года установлено требование к их хранению на территории РФ.

Следовательно, актуальной становится задача поиска методов и средств обеспечения требований законодательство и геополитической реальности. Экстенсивные подходы, основанные на экстраполяции предшествующего опыта, не позволяют в обозримом будущем решить названную задачу [5-11]. Именно поэтому бизнес-сообщество обращалось в Совет Федерации с просьбой не принимать закон в 2014-м году, обосновывая это как раз экстраполяционными расчетами требуемых ресурсов времени и финансов на импортозамещение [12 - 16]. Таковых в настоящее время недостаточно.

2. Задача: требуется методами математического моделирования максимизировать потоки обслуживаемых заявок в телекоммуникационных системах межбанковских взаимодействий и расчетов в условиях ограниченности ресурсов.

3. Модель потока заявок.

Участниками банковской платежной системы являются хозяйствующие субъекты, кредитные организации, Банк России, платежные подразделения и организации, телекоммуникационные структуры [17, 18].

Математическую модель автоматизированных межбанковских расчетных процессов рассмотрим на примере расчетного центра (РЦ). Модель представлена единственной одноканальной системой массового обслуживания (СМО), отражающей транзакции платежной системы Банка России. Платежные документы (ПД), поступающие в СМО при выполнении текущих задач каналом обслуживания, ожидают загрузки расчетным центром для обработки. Это дает

основания для представления математической модели работы расчетного центра как одноканальной СМО с ожиданием. Такая СМО должна выполнять обработку платежных документов на входе системы нерегулярно и случайно. Платежные документы загружаются и обрабатываются обслуживающим устройством (рис. 1) в течение неизвестного заранее времени, зависящего от ряда случайных факторов [19, 20].

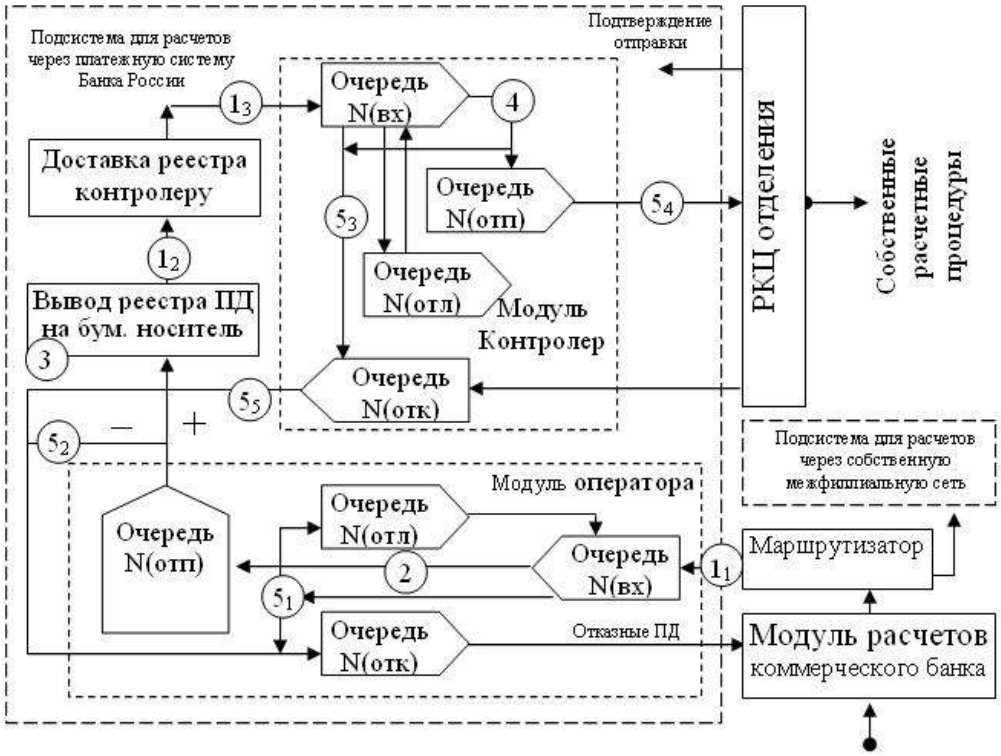


Рисунок 1 - Канал обслуживания расчетов через платежную систему Банка России

Цель математического моделирования работы СМО расчетного центра состоит в выявлении возможности повышения производительности обслуживания потока платежных заявок при ограниченности ресурсов [21-27].

СМО выполняет трансмиссию и обработку ПД по цепочке: оператор АРМ «О» из ПД формирует реестр (точка 1_1, рис. 1), ПД из реестра проходят контрольные и учетные операции (сервер БД - точка 2 на рис. 1), реестр выводят в виде бумажного документа (точка 3 на рис. 1), ПД пересылаются операторам «К» (точка 1_2, рис. 1), операторами «К» проводятся их контроль (точка 1_3, рис. 1), на компьютере оператора «К» ПД из реестра повторно контролируются (точка 4 рис. 1) и каналами связи передаются в РКЦ Банка России (точка 1_4 рис. 1). Контрольно-учетные процедуры в СМО состоят в проверке точности заполнения полей ПД, исключении дублирования отправляемых ПД с содержащимися в системе, повторного списания средств со счетов плательщиков и т.п.

Положительный результат обработки в СМО и отправляемых платежных документов состоит в их доставке в РКЦ (соответствующее отделение ЦБ) по каналам связи. Отрицательный результат – это возврат документа отправителю.

Входящий поток ($П_{вх}$) и поток обработанных ($П_{об}$) ПД являются простейшими потоками, обладающими свойствами: ординарность (вероятность

поступлений за малые промежутки времени Δt более одной заявок пренебрежимо мала в сравнении с наступлением единственного события); отсутствие последействия (события в потоке следуют в последовательные моменты и независимы). Немаловажным свойством является стационарность. В рассматриваемой СМО могут иметь место нестационарности процессов (в зависимости от времени в течение дня и дня месяца потоки ПД могут изменяться, быть выше ко времени окончания операционного дня, в начале месяца и конце). Однако с достаточной точностью процессы подчиняются пуассоновскому закону распределения, при котором входящие потоки представляются суммой большого числа потоков, не зависимых друг от друга, а каждый из них несравнимо имеет меньшую интенсивность по сравнению с суммарным потоком. Указанное допущение верно в соответствии с общей теоремой Хинчина А.Я.

Предельные характеристики эффективности функционирования платежной системы, описывающие способность обслуживать потоки ПД без участия зарубежных ресурсов, могут быть получены на основе показателей производительности каналов обслуживания. Движение ПД в СМО рис. 1 представим n элементарными отрезками (рис. 2). $t2$ – время контрольных и учетных операций на сервере расчетов, $t3$ – время печати реестра ПД, $t4$ – время дополнительного контроля и учета оператором «К».

Каждая из величин $t1_1, t1_2, , t1_3, , t1_4,$ (рис. 2) отражает время ручного труда операторов «О» и «К» при обработке ПД в расчетном центре (рис. 1). Однородность данных показателей позволяет объединить их в один: $t1 = t1_1 + t1_2 + t1_3 + t1_4,$, отражающий общие затраты времени на единицу ПД.

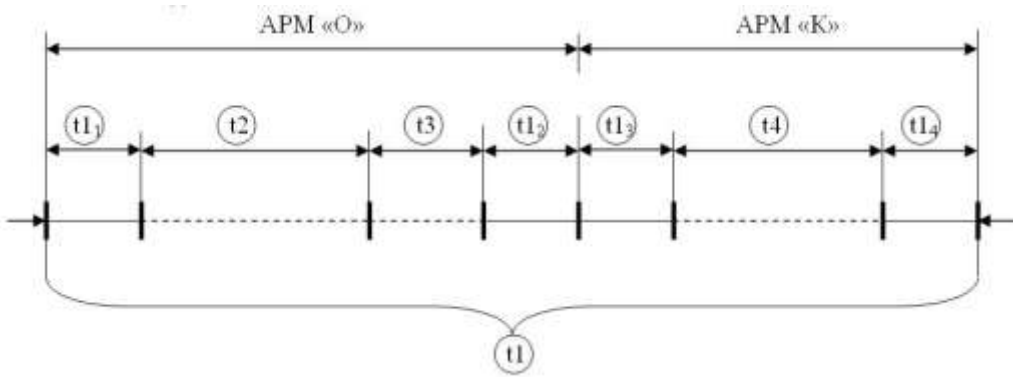


Рисунок 2 - Интервалы времени обслуживания платежных документов

Интервал времени, обозначенный индексом 5_i, включает в себя работу с отказанными ПД. Незначительность отказных ПД в системе, составляющая 0,15% от ежедневных объемов, а также возможность параллельной обработки отказных ПД с документами, прошедшими контроль в модулях «О» и «К» позволяет не учитывать их влияние на обработку ПД, по которым нет поводов для отказа.

Максимизация производительности СМО при увеличении загрузки системы приводит к отбору реестров ПД уменьшенного размера. Однако, при этом растет доля ручного труда, что влечет удорожание обслуживания ПД в банке и увеличение рисков ошибок под воздействием человеческого фактора.

Для поиска оптимальных размеров реестров ПД при изменениях загрузки телекоммуникационной системы [28] и ручной подготовке, при которых СМО с наибольшей вероятностью обрабатывает созданный реестр ПД, получено распределение названной вероятности в функции размера реестра на основе обобщенного распределения Эрланга. При среднедневном объеме обрабатываемых единиц, равным 0; 10000; 20000 и 30000 платежных документов плотности вероятностей распределения Эрланга:

$$PU_0(t) = \lambda \cdot k \cdot ((\lambda \cdot k \cdot \gamma \cdot (123{,}9331 + 0{,}2 \cdot N_p + 0{,}000019 \cdot N_p^{\,2}))^3 / 6) \cdot e^{(\lambda \cdot k \cdot \gamma \cdot (123{,}9331 + 0{,}2 \cdot N_p + 0{,}000019 \cdot N_p^{\,2}))}, \quad (1)$$

$$PU_{10000}(t) = \lambda \cdot k \cdot ((\lambda \cdot k \cdot \gamma \cdot (143{,}46 + 0{,}22 \cdot N_p + 0{,}000019 \cdot N_p^{\,2}))^3 / 6) \cdot e^{(\lambda \cdot k \cdot \gamma \cdot (143{,}46 + 0{,}22 \cdot N_p + 0{,}000019 \cdot N_p^{\,2}))}, \quad (2)$$

$$PU_{20000}(t) = \lambda \cdot k \cdot ((\lambda \cdot k \cdot \gamma \cdot ((162{,}989 + 0{,}247 \cdot N_p + 0{,}0004 \cdot N_p^{\,2}))^3 / 6) \cdot e^{(\lambda \cdot k \cdot \gamma \cdot ((162{,}989 + 0{,}247 \cdot N_p + 0{,}0004 \cdot N_p^{\,2}))}, \quad (3)$$

$$PU_{30000}(t) = \lambda \cdot k \cdot ((\lambda \cdot k \cdot \gamma \cdot (182{,}5 + 0{,}27 \cdot N_p + 0{,}00066 \cdot N_p^{\,2}))^3 / 6) \cdot e^{(\lambda \cdot k \cdot \gamma \cdot ((182{,}5 + 0{,}27 \cdot N_p + 0{,}00066 \cdot N_p^{\,2}))}, \quad (4)$$

где k – число элементарных операций с документом,

λ – среднеквадратичное значение отклонения времени трансмиссии реестра;

γ – степень влияния мощности аппаратно-программного комплекса на скорость обработки ПД в РЦ.

Полученные распределения визуализированы на рис. 3.

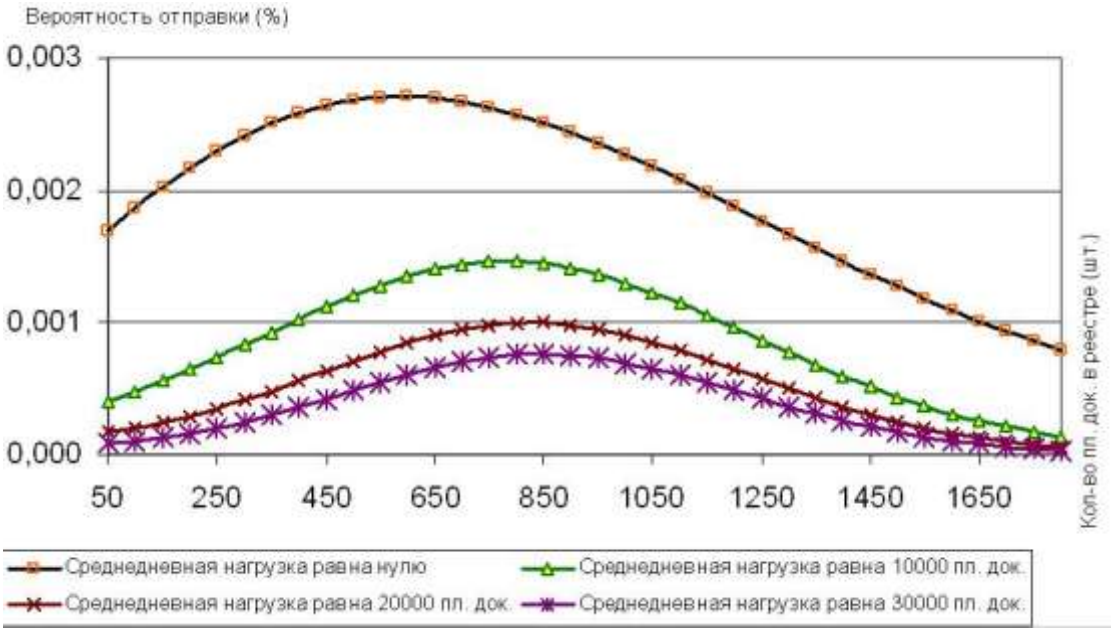


Рисунок 3 - Вероятность обработки единиц реестра ПД

В функции загрузки системы (ось *X*) (0, … 10113, … 30339) по значениям экстремумов $P'_U{}^{0}(t)=0$, … $P'_U{}^{10113}(t)=0$, … $P'_U{}^{30339}(t)=0$ функций (1-4) по оси Y отражен размер реестра от загрузки системы:

$$f(\upsilon) = \xi \cdot (1{,}9219603 \cdot 10^{-15} \cdot \upsilon^{3} - 2{,}8585847 \cdot 10^{-9} \cdot \upsilon^{2} + 0{,}0014668 \cdot \upsilon + 582); \quad (5)$$

где ξ – степень влияния мощности аппаратно-программного комплекса на оптимальное число ПД в реестре, υ – загруженность системы в текущий момент. (5) является целевой функцией и позволяет найти такое число ПД в реестре, для которого показатель предельной вероятности обработки при заданной загрузке системы имеет максимальное значение. Дополнительно выразим U(f) – зависимость времени обработки полученного реестра ПД при заданном объеме υ загрузки:

$$U(f) = t_0 + \upsilon \,*(\Delta t), \quad (6)$$

где $\Delta t = t_n - t_0$ – рост времени передачи ПД при $\nu = 0..m$, ν – загрузка системы межбанковских взаимодействий.

Использование множества каналов коммуникаций пропорционально возрастает вероятность обслуживания того же объема запросов (рис. 4).

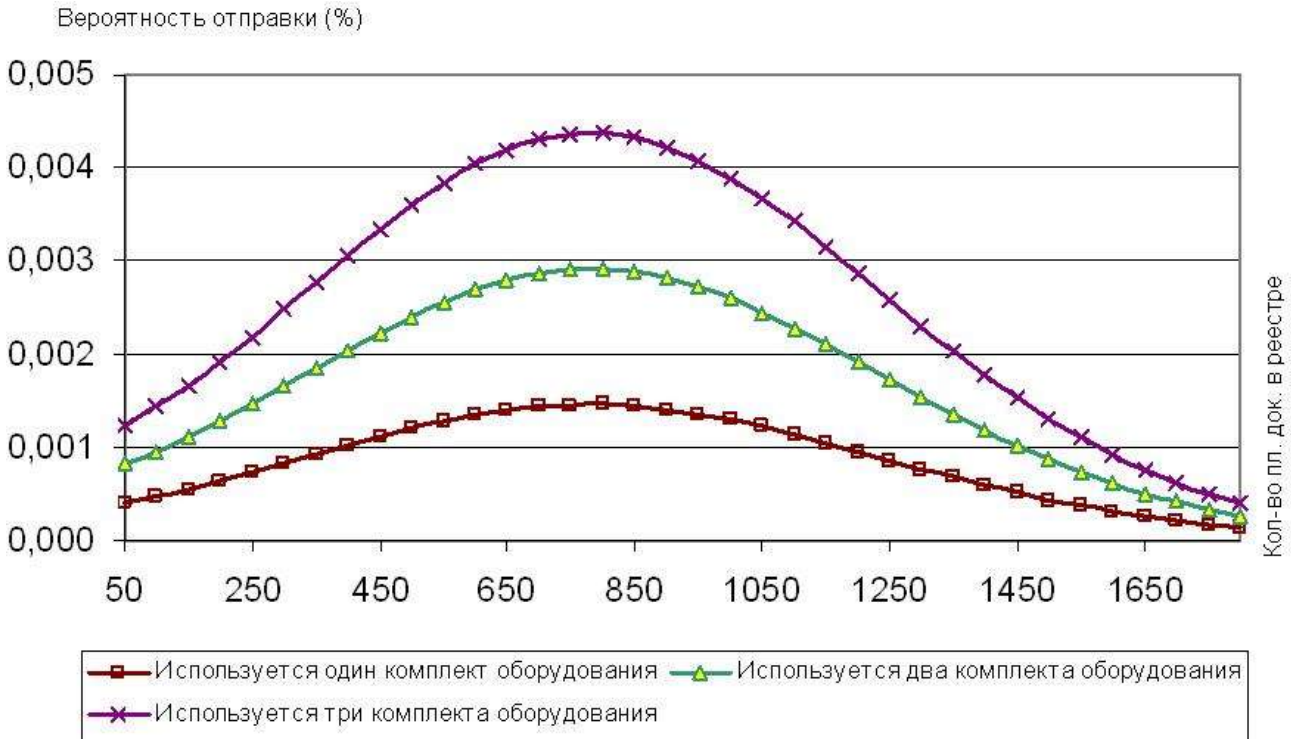


Рисунок 4 - Вероятность обработки единицы реестра ПД многоканальной СМО

4. Интерпретация. Результаты моделирования показывают, что в национальной платежной системе максимумы затрат времени на транзакции приходятся на ручную часть операций. Поэтому первоочередной задачей является автоматизация проверок, контроля и поддержки принятия решений и возможности операций по счетам.

5. Вывод. Национальная платежная система России способна обеспечить запросы клиентов на транзакции со скоростью на уровне зарубежных аналогов при условии передачи части ручных работ по проверке, контролю, принятию решений при исполнении операций автоматизированным системам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горячева Е.А., Минаков В.Ф., Анализ соответствия современных автоматизированных банковских систем задачам управления риском ликвидности в коммерческом банке // Информационные технологии в бизнесе. Сборник научных статей 8-й международной научной конференции. Санкт-Петербург: Издательство «Инфо-да». 2013. С. 95-102.

2. Горячева Е.А., Минаков В.Ф. Парадигма стресс-тестирования и оптимального управления ликвидностью банка // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 5. С. 387.

3. Горячева Е.А., Минаков В.Ф., Барабанова М.И. Модель управления ликвидностью при контроле Банком России в режиме реального времени // Экономика, статистика и информатика. Вестник УМО. 2013. № 4. С. 178-183.

4. Барабанова М.И., Воробьев В.П., Минаков В.Ф. Экономико-математическая модель динамики дохода отрасли связи России // Известия Санкт-Петербургского университета экономики и финансов. 2013. № 4(82). С. 24-28.

5. Минаков В.Ф., Макарчук Т.А., Артемьев А.В. Модель Басса в управлении инновационным развитием отрасли связи России // Качество. Инновации. Образование. 2013. № 8(99). С. 23-27.

6. Галстян А.Ш., Глушко Д.С., Минаков В.Ф., Шиянова А.А. Повышение эффективности работы предприятий электросвязи на основе различных вариантов вложения средств // Инфокоммуникационные технологии. 2007. № 3. С. 114-119.

7. Минаков В.Ф., Лобанов О.С., Остроумов А.А. Развертывание облачной инфраструктуры в региональном информационном пространстве // Научное обозрение. 2014. № 11. С. 103-106.

8. Минаков В.Ф., Радченко М.В., Сингелейцев М.В. Обеспечение финансовой устойчивости и платежеспособности страховых организаций // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 6; URL: www.science-education.ru/120-15449 (дата обращения: 26.11.2014).

9. Минаков В.Ф. Зависимость ликвидности банков от показателей экономической конъюнктуры // Региональная информатика (РИ-2014). XIV Санкт-Петербургская международная конференция «Региональная информатика (РИ-2014)». Санкт-Петербург, 29-31 октября 2014 г.: Материалы конференции. СПОИСУ. СПб.: 2014. С. 203.

10. Шпякина А.С., Минаков В.Ф. Механизмы повышения эффективности финансового регулирования при помощи инструментов управления денежными средствами // Региональная информатика (РИ-2014). XIV Санкт-Петербургская международная конференция «Региональная информатика (РИ-2014)». Санкт-Петербург, 29-31 октября 2014 г.: Материалы конференции. СПОИСУ. СПб.: 2014. С. 211-212.

11. Минаков В.Ф., Лобанов О.С., Артемьев А.В. Кластеры потребителей телекоммуникационных сервисов // Международный научно-исследовательский журнал = Research Journal of International Studies. 2014. № 6-1(25). С. 60-61.

12. Минаков В.Ф., Минакова Т.Е., Барабанова М.И. Экономико-математическая модель этапа коммерциализации жизненного цикла инноваций // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного

политехнического университета. Экономические науки = St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Economics. 2012. Т. 2-2. № 144. С. 180-184.

13. Минаков В.Ф., Минакова Т.Е., Галстян А.Ш., Шиянова А.А. Обобщенная экономико-математическая модель распространения и замещения инноваций // Экономический анализ: теория и практика. 2012. № 47. С. 49-54.

14. Галстян А.Ш., Шиянова А.А., Минаков В.Ф. Моделирование стратегического развития рынка страхования в России: проблемы и пути их решения // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. 2014. № 2(41). С. 256-260.

15. Minakov V.F., Ilyina O.P., Lobanov O.S. Concept of the Cloud Information Space of Regional Government // Middle-East Journal of Scientific Research. 2014. № 21(1). P. 190-196.

16. Минаков В.Ф., Томша П.П., Мюллер А.Ю. Исследование временного лага влияния факторов ликвидности в банковской системе России // Международный научно-исследовательский журнал = Research Journal of International Studies. 2014. № 2-2(21). С. 70-72.

17. Лобанов О.С., Минаков В.Ф., Минакова Т.Е. Методология ранжирования ресурсов в облачной инфраструктуре региона // Материалы 3-й научно-практической internet-конференции Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики. Ульяновск: SIMJET, 2014. С. 50-56.

18. Артемьев А.В., Лобанов О.С., Минаков В.Ф. Затраты на информационные технологии в банковском секторе: Эффект. Проблемы // Международный научно-исследовательский журнал = Research Journal of International Studies. 2014. № 1-1 (20). С. 25-26.

19. Минакова Т.Е., Минаков В.Ф., Лобанов О.С. Каскадная модель коммерциализации инноваций // Материалы 3-й научно-практической internet-конференции Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики. Ульяновск: SIMJET, 2014. С. 63-69.

20. Минаков В.Ф., Минакова Т.Е. Информационное общество и проблемы прикладной информатики // Международный научно-исследовательский журнал = Research Journal of International Studies. 2014. № 1-1(20). С. 69-70.

21. Минаков В.Ф., Минакова Т.Е. Математическая модель кумулятивного эффекта энергосбережения // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2013. № 1. С. 197–199.

22. Минакова Т.Е. Оценка потенциала энергосбережения в общественном воспроизводстве // Экономика, статистика и информатика. Вестник УМО. 2013. № 3. С. 127-129.

23. Минаков В.Ф., Минакова Т.Е. Математическая модель кумулятивного эффекта энергосбережения // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2013. № 1. С. 197-199.

24. Минакова Т.Е., Минаков В.Ф. Синергия энергосбережения при высокой добавленной стоимости продукции // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 4. С. 26.

25. Минакова Т.Е., Минаков В.Ф. Энергосбережение – мультипликатор эффективности экономики // Международный научно-исследовательский журнал = Research Journal of International Studies. 2013. № 11-2(18). С. 60-61.

26. Минаков В.Ф., Минакова Т.Е. Исследование динамики производства электроэнергии региона // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. 2005. № 4. С. 74–77.

27. Минаков В.Ф. Производственная волновая функция // Международный научно-исследовательский журнал = Research Journal of International Studies. 2014. № 10-1(29). С. 22-25.

28. Минаков В.Ф., Азаров И.В. Моделирование конъюнктуры инфотелекоммуникационного рынка // Terra Economicus. 2006. № 2. С. 35-39.

MATHEMATICAL MODEL OF SERVICE OF THE FLOW OF DEMANDS IN NATIONAL PAYMENT SYSTEM

© 2015

V.F. Minakov, doctor of technical science, professor at the chair of informatics
Saint Petersburg State University of Economics, Saint Petersburg (Russia), m-m-m-m-m@mail.ru

M.I. Barabanova, candidate of economic sciences, assistant of professor at the chair of informatics
Saint Petersburg State University of Economics, Saint Petersburg (Russia), mibar@mail.ru

M.V. Radchenko, candidate of economic sciences, assistant of professor at the chair of economic and finance
Financial University under the government of Russian Federation, Krasnodar (Russia), maryradchenko@ya.ru

УДК 517.968.23

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ПРОДУКТОВ

© 2015

А.В. Скрыпников, доктор технических наук, профессор
ФГОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», Воронеж (Россия)
Е.В. Чернышова, аспирант
ФГОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», Воронеж (Россия), elenabok@mail.ru
О.В. Заець, студент
ФГОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», Воронеж (Россия)

Любая система безопасности представляет собой организационно оформленные кадровые и материально-технические ресурсы и действует всегда во времени и пространстве угроз. Пространство угроз образуют объекты защиты - люди, работающие в коммерческой структуре, имущество и денежные средства предприятия, сведения, составляющие коммерческую или служебную тайну. Главная функция системы безопасности - противодействие угрозам с помощью людей и техники. Каждая угроза влечет за собой ущерб, а противодействие

призвано снизить его величину, в идеале - полностью. Удается это далеко не всегда.

Способность системы безопасности выполнять свою главную функцию всегда должна оцениваться количественно. К примеру, можно измерить относительный ущерб, предотвращенный ею (Рис. 1).

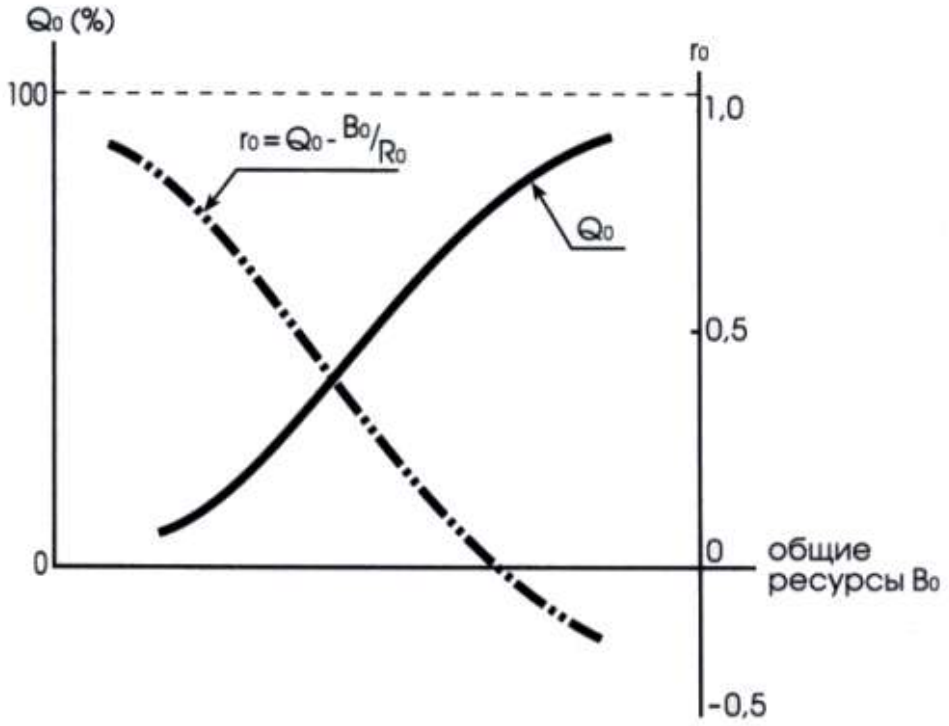


Рисунок 1 - Типичная зависимость эффективности Q_0 и рентабельности r_0 защиты от общих ресурсов

Величина Q_0 - мера общей эффективности защиты. Чем больше Q_0, тем меньший ущерб создадут угрозы. Таким образом, мерой риска является величина(1—Q0). Стремление обеспечить высокоэффективную защиту, когда Q_0 близко к 1 (или 100%), вполне естественно, но это потребует значительных расходов на ресурсы. Т.е. чем выше совокупные ассигнования (B_0) на ресурсы, тем на большую эффективность защиты можно рассчитывать. Возникшая при этом зависимость видна на Рисунке 1. Однако чрезмерные расходы на собственную безопасность не всегда оправданны экономически. Можно столкнуться с ситуацией, когда стоимость защиты (B_0) превысит уровень (R_0) максимального ущерба от реализации угроз. В этом случае возникает опасность угрозы «саморазорения» от защиты. Ее уровень также можно оценить, к примеру, величиной r разности относительного «защищенного» ущерба Q_0 и относительных затрат B_0/P_0 на ресурсы. Назовем эту величину рентабельностью защиты. Если она положительная (т.е. $B_0<=P_0Q_0$), то защита рентабельна. В отличие от эффективности, чем больше затраты (B_0), тем меньше рентабельность. Эта противоположность создает неоднозначную ситуацию в выборе стратегии защиты.

Рассмотрим типовую зависимость эффективности защиты (Q_0) и ее рентабельности (r_0) от максимального ущерба R_0 (Рисунок 2). По сути, это является мерой масштабности бизнеса. Нетрудно увидеть, что сделать защиту одновременно и высокоэффективной, и высокорентабельной под силу лишь

крупным коммерческим структурам (область G), для которых характерны большие величины максимального ущерба. Достаточно, например, чтобы $B_0=R_0(1-Q_0)$. Тогда при $r\to1$, $Q_0\to1$. В худшем положении оказываются интересы среднего (область M) и малого (область S) бизнеса, поскольку из-за ограниченности ресурсов выбор стратегии защиты более сложен. Здесь рекомендации просты. Надо обеспечить максимально возможную эффективность при положительном показателе рентабельности защиты. То есть в первую очередь следует противодействовать наиболее вероятным и опасным угрозам. В любом случае нельзя забывать об экономии ресурсов. Совершенно ясно, что выбор стратегии защиты облегчается, если при меньших затратах удастся обеспечить равную или даже большую эффективность защиты.

Очевидны и источники экономии затрат: использование более экономичных средств и решений универсального характера; рациональное распределение ресурсов и более совершенные формы управления ими; привлечение кооперативных форм обеспечения безопасности и др. Весь этот перечень присущ крупным коммерческим структурам, однако для среднего и малого бизнеса он, к сожалению, существенно сужается. Идеология их системы безопасности должна строиться на рентабельной защите лишь от отдельных видов угроз. В противном случае защита может себя не оправдать. Поэтому надо иметь в виду, что экономии ресурсов в этих условиях будут способствовать кооперативные формы защиты в рамках единой местной или региональной системы безопасности.

Выгоду кооперативных форм противодействия угрозам иллюстрирует рис. 2.

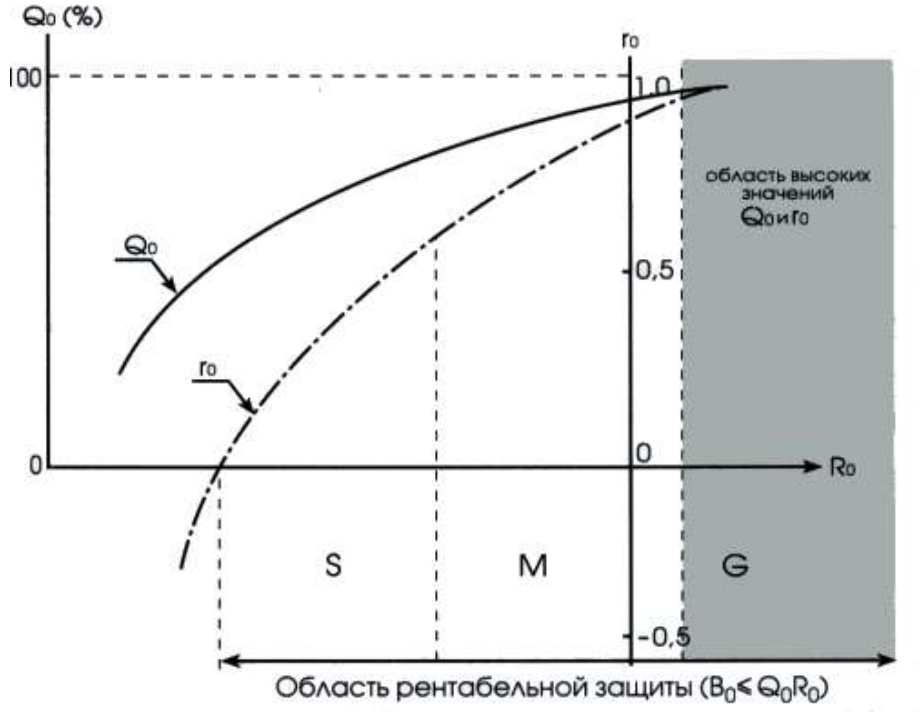


Рисунок 2 - Зависимость эффективности и рентабельности защиты от максимального ущерба R_0

На нем представлены характерные зависимости величины риска ($R=R_0(1-Q_0)$) и общих затрат (B_0) на ресурсы от эффективности автономной (I) и кооперативной (II) защиты. Точка пересечения (A_0) зависимостей R(Q) и B(Q)

для автономной защиты соответствует примерно области минимальных общих потерь $R_0(1\text{-}Q_0)+B_0$. Экономия ресурсов выразится в том, что исходная зависимость (I) окажется «выше» новой зависимости (II), которая отображает кооперацию в использовании ресурсов. Соответственно новая точка пересечения кривых (A_1) окажется правее прежней (A_0). Практически это означает, что при сохранении рентабельности защиты увеличивается ее эффективность. Причем выигрыш тем существенней, чем больше экономия. На практике в основном кооперируются по двум формам - материально-техническим и кадровым ресурсам, которые и являются составными частями общего. Что касается первой формы, то она характерна для ситуаций, когда пространство угроз не расширяется. Иными словами, объединяются лишь материально-технические средства одного и того же предприятия, но предназначенные для различных целей.

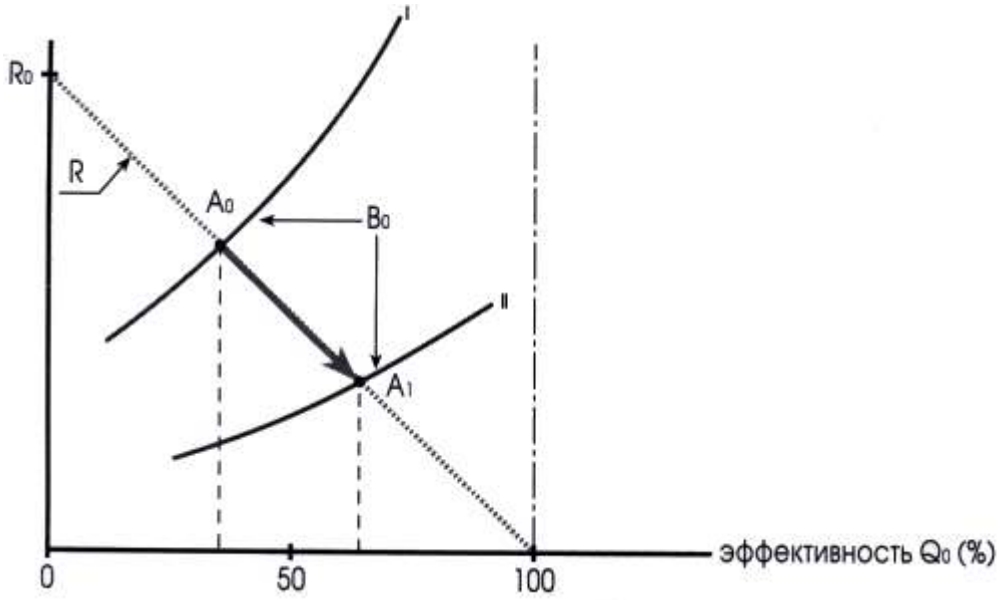


Рисунок 3 - Характерные зависимости риска R и расходов на ресурсы как функций от эффективности защиты Q_0

В качестве примера можно назвать комплексную систему имущественной и информационной защиты. К общим средствам можно отнести контрольно-пропускную систему, средства ограничения доступа, телевизионные и другие системы выявления и верификации угроз, средства пожаротушения и др. Эта форма эффективна лишь для крупного бизнеса. Вторую форму, то есть кооперацию по кадровым ресурсам, используют в основном при решении проблемы безопасности на региональном уровне, когда пространство угроз намеренно расширяется. В этом случае объединение происходит лишь на уровне сил так называемого быстрого реагирования. Именно такие силы противодействуют несанкционированным и силовым проникновениям, терроризму, пожару и т.п. Проблему, как правило, решают и с привлечением сил быстрого реагирования пожарного надзора, органов МВД и др.

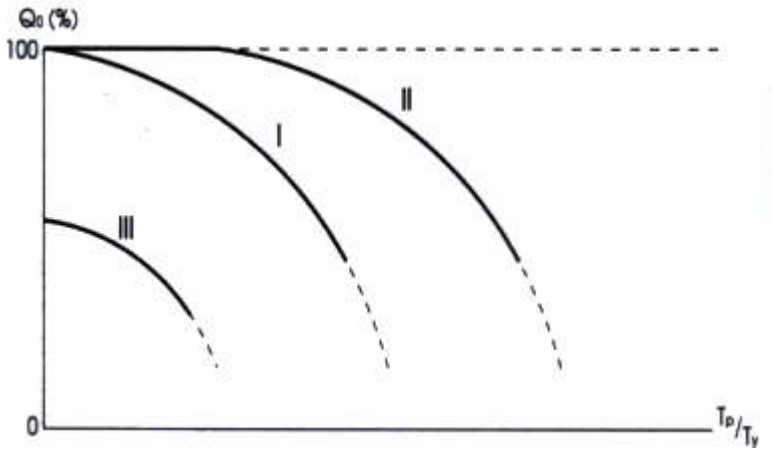


Рисунок 4 - Зависимость эффективности защиты Q_0 от относительного времени T_p/T_y реакции системы с одновременным (I), опережающим (II) и запаздывающим (III) противодействием

Любая угроза и противодействие ей происходят, естественно, во времени и характеризуются определенными его масштабами. Исходя из этого, ущерб от нанесения угроз будет определяться тем, насколько полно данные события пересекаются во времени. Самый нежелательный вариант - запаздывающее противодействие, когда реакция системы защиты начинается к моменту завершения угрозы или после нее. Он характерен для систем информационной защиты. Несколько лучший вариант - одновременное противодействие, то есть оно начинается с появлением угрозы. И, наконец, наилучший - противодействие, носящее опережающий характер: реакция системы защиты начинается до начала реализации угрозы. Основанием для реакции могут быть оперативные данные, сигналы тревоги раннего оповещения и т.п.

На рис. 4 представлена характерная зависимость эффективности защиты от относительного времени реакции системы (T_p/T_y) для всех трех вариантов противодействия.

Основные выводы и рекомендации очевидны. Одновременное противодействие будет достаточным для высокоэффективной защиты от угрозы, если реакция на нее будет быстрой. Эта задача вполне реальна для объектов большого бизнеса. Кооперативные же формы противодействия в условиях медленной реакции на угрозы не принесут эффекта, если отсутствуют средства задержки и блокирования угроз. Говоря о тактических вопросах системы безопасности бизнеса в части технических каналов связи, прежде всего имеют в виду скорость ее реакции, надежность решений, блокирование развития угроз и их ликвидацию. Особенно важно обеспечить жесткие требования к надежности всех систем защиты, которая зависит от времени их функционирования и периодичности обновления ресурсов. Если это время превышает 5 лет, то требование надежности реализуется несколькими способами, среди которых - резервирование решений, многорубежность защиты, автоматизация первичных решений, централизованное управление ресурсами в кризисных ситуациях и т.п. Прежде чем определиться в вопросах тактики, надо помнить, что она должна соответствовать стратегии и опираться на точный количественный анализ. Для объектов среднего и малого бизнеса такой анализ вполне реален даже без средств автоматизации. Однако необходимо привлечь специалистов и экспертов,

которые бы проанализировали обстановку и свойства защищаемого объекта, разработали модель угроз, изучили рынок существующих средств и методов. Эти данные и помогли бы оценить саму систему и при необходимости модернизировать ее.

В учреждении (предприятии) должен быть документально определен перечень защищаемых помещений (ЗП) и лиц, ответственных за их эксплуатацию в соответствии с установленными требованиями по ЗИ, а также составлен технический паспорт на ЗП.

Защищаемые помещения должны размещаться в пределах контролируемой зоны (КЗ). При этом рекомендуется размещать их на удалении от границ КЗ, обеспечивающем эффективную защиту, ограждающие конструкции (стены, полы, потолки) не должны являться смежными с помещениями других учреждений (предприятий).

Не рекомендуется располагать ЗП на первых этажах зданий.

Для исключения просмотра текстовой и графической конфиденциальной информации через окна помещения рекомендуется оборудовать их шторами (жалюзи).

Специальная проверка ЗП и установленного в нем оборудования с целью выявления возможно внедренных в них электронных устройств перехвата информации «закладок» проводится, при необходимости, по решению руководителя предприятия.

Во время проведения конфиденциальных мероприятий запрещается использование в ЗП радиотелефонов, оконечных устройств сотовой, пейджинговой и транкинговой связи, переносных магнитофонов и других средств аудио и видеозаписи. При установке в ЗП телефонных и факсимильных аппаратов с автоответчиком или спикерфоном, а также аппаратов с автоматическим определителем номера, следует отключать их из сети на время проведения этих мероприятий.

Для исключения возможности утечки информации за счет электроакустического преобразования рекомендуется использовать в ЗП в качестве оконечных устройств телефонной связи, имеющих прямой выход в городскую АТС, телефонные аппараты (ТА), прошедшие специальные исследования, либо оборудовать их сертифицированными средствами защиты информации от утечки за счет электроакустического преобразования.

Для исключения возможности скрытного подключения ТА и прослушивания ведущихся в ЗП разговоров не рекомендуется устанавливать в них цифровые ТА цифровых АТС, имеющих выход в городскую АТС или к которой подключены абоненты, не являющиеся сотрудниками учреждения (предприятия).

В случае необходимости, рекомендуется использовать сертифицированные по требованиям безопасности информации цифровые АТС либо устанавливать в эти помещения аналоговые аппараты.

Ввод системы городского радиотрансляционного вещания на территорию учреждения (предприятия) рекомендуется осуществлять через радиотрансляционный узел (буферный усилитель), размещаемый в пределах контролируемой зоны.

При вводе системы городского радиовещания без буферного усилителя в ЗП следует использовать абонентские громкоговорители в защищенном от

утечки информации исполнении, а также трехпрограммные абонентские громкоговорители в режиме приема 2-й и 3-й программы (с усилителем).

В случае использования однопрограммного или трехпрограммного абонентского громкоговорителя в режиме приема первой программы (без усиления) необходимо их отключать на период проведения конфиденциальных мероприятий.

В случае размещения электрочасовой станции внутри КЗ использование в ЗП электровторичных часов (ЭВЧ) возможно без средств защиты информации.

При установке электрочасовой станции вне КЗ в линии ЭВЧ, имеющие выход за пределы КЗ, рекомендуется устанавливать сертифицированные средства защиты информации.

Системы пожарной и охранной сигнализации ЗП должны строиться только по проводной схеме сбора информации (связи с пультом) и, как правило, размещаться в пределах одной с ЗП контролируемой зоне.

В качестве оконечных устройств пожарной и охранной сигнализации в ЗП рекомендуется использовать изделия, сертифицированные по требованиям безопасности информации, или образцы средств, прошедшие специальные исследования и имеющие предписание на эксплуатацию.

Звукоизоляция ограждающих конструкций ЗП, их систем вентиляции и кондиционирования должна обеспечивать отсутствие возможности прослушивания ведущихся в нем разговоров из-за пределов ЗП.

Проверка достаточности звукоизоляции осуществляется аттестационной комиссией путем подтверждения отсутствия возможности разборчивого прослушивания вне ЗП разговоров, ведущихся в нем.

При этом уровень тестового речевого сигнала должен быть не ниже используемого во время штатного режима эксплуатации помещения.

Для обеспечения необходимого уровня звукоизоляции помещений рекомендуется оборудование дверных проемов тамбурами с двойными дверями, установка дополнительных рам в оконных проемах, уплотнительных прокладок в дверных и оконных притворах и применение шумопоглотителей на выходах вентиляционных каналов.

Если предложенными выше методами не удается обеспечить необходимую акустическую защиту, следует применять организационно-режимные меры, ограничивая на период проведения конфиденциальных мероприятий доступ посторонних лиц в места возможного прослушивания разговоров, ведущихся в ЗП.

Для снижения вероятности перехвата информации по виброакустическому каналу следует организационно-режимными мерами исключить возможность установки посторонних (нештатных) предметов на внешней стороне ограждающих конструкций ЗП и выходящих из них инженерных коммуникаций (систем отопления, вентиляции, кондиционирования).

Для снижения уровня виброакустического сигнала рекомендуется расположенные в ЗП элементы инженерно-технических систем отопления, вентиляции оборудовать звукоизолирующими экранами.

В случае если указанные выше меры защиты информации от утечки по акустическому и виброакустическому каналам недостаточны или нецелесообразны, рекомендуется применять метод активного акустического или виброакустического маскирующего зашумления.

Для этой цели должны применяться сертифицированные средства активной защиты.

При эксплуатации ЗП необходимо предусматривать организационно-режимные меры, направленные на исключение НСД в помещение:

- двери ЗП в период между мероприятиями, а также в нерабочее время необходимо запирать на ключ;
- выдача ключей от ЗП должна производиться лицам, работающим в нем или ответственным за это помещение;
- установка и замена оборудования, мебели, ремонт ЗП должны производиться только по согласованию и под контролем подразделения (специалиста) по защите информации учреждения (предприятия).

Для достижения максимальной эффективности системы защиты необходимо использовать ряд организационных и инженерно-технических мероприятий в комплексе. В связи с этим, установлено, что главной особенностью организационных мероприятий по защите информации является четкое формирование требований, инструкций и правил для работы системы защиты, а также проведение инструктажей с персоналом относительно этого.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прокофьев И.В., Шрамков И.Г., Щербаков А.Ю. Введение в теоретические основы компьютерной безопасности. М., МИФИ, 1998.

2. Ухлинов Л.М. Управление безопасностью информации в автоматизированных системах. М., МИФИ, 2000.

3. Федеральный закон «Об информации, информатизации и защите информации», №24-ФЗ, 2006, ст. 2.

4. Запечников С.В., Милославская Н.Г., Толстой А.И., Ушаков Д.В. Информационная безопасность открытых систем: Учебник для вузов. В 2-х томах. Том 1 – Угрозы, уязвимости, атаки и подходы к защите. М.: Горячая линия – Телеком, 2006, 304 с.

ASSESSMENT OF SYSTEM EFFECTIVENESS OF INFORMATION SECURITY OF THE AUTOMATED SYSTEM OF DESIGN OF DIFFICULT MULTICOMPONENT PRODUCTS

© 2015

A.V. Skrypnikov, doctor of technical Sciences, Professor
The Voronezh State University of Engineering Technology, Voronezh (Russia)
E.V. Chernyshova, the post-graduate student
The Voronezh State University of Engineering Technology, Voronezh (Russia), elenabok@mail.ru
O.V. Zaets, student
The Voronezh State University of Engineering Technology, Voronezh (Russia)

УДК 517.968.23

РАЗГРАНИЧЕНИЕ ДОСТУПА К ОБЪЕКТАМ ОПЕРАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

© 2015

А.В. Скрыпников, доктор технических наук, профессор
ФГОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», Воронеж (Россия)
Е.В. Чернышова, аспирант
ФГОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», Воронеж (Россия), elenabok@mail.ru
Е.А. Лыжник, студент
ФГОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», Воронеж (Россия)

Основными понятиями процесса разграничения доступа к объектам Операционной системы (ОС) являются объект доступа, метод доступа к объекту и субъект доступа.

Для объекта доступа может быть определен *владелец* - субъект, которому принадлежит данный объект и который несет ответственность за конфиденциальность содержащейся в объекте информации, а также за целостность и доступность объекта.

Обычно владельцем объекта автоматически назначается субъект, создавший данный объект, в дальнейшем владелец объекта может быть изменен с использованием соответствующего метода доступа к объекту. На владельца, как правило, возлагается ответственность за корректное ограничение прав доступа к данному объекту других субъектов.

Правом доступа к объекту называют право на выполнение доступа к объекту по некоторому методу или группе методов. Например, если пользователь имеет возможность читать файл, говорят, что он имеет право на чтение этого файла. Говорят, что субъект имеет некоторую *привилегию,* если он имеет право на доступ по некоторому методу или группе методов ко всем объектам ОС, поддерживающим данный метод доступа.

Разграничением доступа субъектов к объектам является совокупность правил, определяющая для каждой тройки субъект – объект - метод, разрешен ли доступ данного субъекта к данному объекту по данному методу. При избирательном разграничении доступа возможность доступа определена однозначно для каждой тройки субъект – объект - метод, при полномочном разграничении доступа ситуация несколько сложнее.

Субъекта доступа называют *суперпользователем,* если он имеет возможность игнорировать правила разграничения доступа к объектам.

Правила разграничения доступа, действующие в ОС, устанавливаются администраторами системы при определении текущей политики безопасности. За соблюдением этих правил субъектами доступа следит *монитор ссылок* - часть подсистемы защиты ОС.

Правила разграничения доступа должны удовлетворять следующим требованиям:

1. Соответствовать аналогичным правилам, принятым в организации, в которой установлена ОС.

2. Не должны допускать разрушающие воздействия субъектов доступа на ОС, выражающиеся в несанкционированном изменении, удалении или другом воздействии на объекты, жизненно важные для нормальной работы ОС.

3. Любой объект доступа должен иметь владельца. Недопустимо присутствие *ничейных объектов* - объектов, не имеющих владельца.

4. Не допускать присутствия *недоступных объектов* - объектов, к которым не может обратиться ни один субъект доступа ни по одному методу доступа.

5. Не допускать утечки конфиденциальной информации.

Существуют ***две основные модели разграничения доступа***:

- избирательное (дискреционное) разграничение доступа;
- полномочное (мандатное) разграничение доступа.

При *избирательном разграничении* доступа определенные операции над конкретным ресурсом запрещаются или разрешаются субъектам или группам субъектов. Большинство ОС реализуют именно избирательное разграничение доступа (discretionary access control).

Полномочное разграничение доступа заключается в том, что все объекты могут иметь уровни секретности, а все субъекты делятся на группы, образующие иерархию в соответствии с уровнем допуска к информации. Иногда эту модель называют моделью многоуровневой безопасности, предназначенной для хранения секретов.

Система правил избирательного разграничения доступа формулируется следующим образом.

1. Для любого объекта ОС существует владелец.

2. Владелец объекта может произвольно ограничивать доступ других субъектов к данному объекту.

3. Для каждой тройки субъект – объект - метод возможность доступа определена однозначно.

4. Существует хотя бы один привилегированный пользователь (администратор), имеющий возможность обратиться к любому объекту по любому методу доступа.

Привилегированный пользователь не может игнорировать разграничение доступа к объектам. Например, в Windows NT администратор для обращения к чужому объекту должен сначала объявить себя владельцем этого объекта, использовав привилегию администратора объявлять себя владельцем любого объекта, затем дать себе необходимые права и только после этого может обратиться к объекту. Последнее требование введено для реализации механизма удаления потенциально недоступных объектов.

При создании объекта его владельцем назначается субъект, создавший данный объект. В дальнейшем субъект, обладающий необходимыми правами, может назначить объекту нового владельца. При этом субъект, изменяющий владельца объекта, может назначить новым владельцем объекта только себя. Такое ограничение вводится для того, чтобы владелец объекта не мог отдать «владение» объектом другому субъекту и тем самым снять с себя ответственность за некорректные действия с объектом.

Для определения прав доступа субъектов к объектам при избирательном разграничении доступа используются такие понятия, как *матрица доступа* и *домен безопасности*.

С концептуальной точки зрения текущее состояние прав доступа при избирательном разграничении доступа описывается *матрицей*, в строках которой перечислены субъекты доступа, в столбцах - объекты доступа, а в ячейках - операции, которые субъект может выполнить над объектом.

Домен безопасности (protection domain) определяет набор объектов и типов операций, которые могут производиться над каждым объектом ОС.

Возможность выполнять операции над объектом есть *право доступа*, каждое из которых есть упорядоченная пара <object-name, rights-set>. Таким образом, *домен* есть *набор прав доступа*. Например, если домен D имеет право доступа <file F, (read, write)>, это означает, что процесс, выполняемый в домене D, может читать или писать в файл F, но не может выполнять других операций над этим объектом (таблица 1)

Связь конкретных субъектов, функционирующих в ОС, может быть организована следующим образом:

- каждый пользователь может быть доменом. В этом случае набор объектов, к которым может быть организован доступ, зависит от идентификации пользователя;
- каждый процесс может быть доменом. В этом случае набор доступных объектов определяется идентификацией процесса;
- каждая процедура может быть доменом. В этом случае набор доступных объектов соответствует локальным переменным, определенным внутри процедуры. Заметим, что, когда процедура выполнена, происходит смена домена.

Модель безопасности, специфицированная выше (таблица 1), имеет вид матрицы и называется *матрицей доступа*. Столбцы этой матрицы представляют собой объекты, строки - субъекты. В каждой ячейке матрицы хранится совокупность прав доступа, предоставленных данному субъекту на данный объект.

Таблица 1 - Специфицирование прав доступа к ресурсам

Объект/Домен	F1	F2	F3	Printer
D1	read		execute	
D2		read		
D3				print
D4	read write		read write	

Поскольку реальная матрица доступа очень, матрицу доступа никогда не хранят в системе в явном виде. В общем случае эта матрица будет разреженной, т. е. большинство ее клеток будут пустыми. Матрицу доступа можно разложить по столбцам, в результате чего получаются *списки прав доступа* ACL (access control list). В результате разложения матрицы по строкам получаются *мандаты возможностей* (capability list, или capability tickets).

Список прав доступа ACL. Каждая колонка в матрице может быть реализована как список доступа для одного объекта. Очевидно, что пустые клетки могут не учитываться. В результате для каждого объекта имеем список упорядоченных пар <domain, rights-set>, который определяет все домены с непустыми наборами прав для данного объекта.

Элементами списка прав доступа ACL могут быть процессы, пользователи или группы пользователей. При реализации широко применяется предоставление доступа по умолчанию для пользователей, права которых не указаны.

Мандаты возможностей. Каждый пользователь обладает несколькими мандатами и может иметь право передавать их другим. Мандаты могут быть рассеяны по системе и вследствие этого представлять большую угрозу для безопасности, чем списки контроля доступа

Избирательное разграничение доступа - наиболее распространенный способ разграничения доступа. Это обусловлено сравнительной простотой его реализации и необременительностью правил такого разграничения доступа для пользователей. Главное достоинство избирательного разграничения доступа - гибкость; основные недостатки - рассредоточенность управления и сложность централизованного контроля.

Расширением модели избирательного разграничения доступа является изолированная (или замкнутая) программная среда.

При использовании изолированной программной среды права субъекта на доступ к объекту определяются не только правами и привилегиями субъекта, но и процессом, с помощью которого субъект обращается к объекту. Изолированная программная среда существенно повышает защищенность операционной системы от разрушающих программных воздействий, включая программные закладки и компьютерные вирусы.

Полномочное, или мандатное, разграничение доступа (mandatory access control) обычно применяется в совокупности с избирательным разграничением доступа. Рассмотрим именно такой случай. Правила разграничения доступа в данной модели формулируются следующим образом.

1. Для любого объекта ОС существует владелец.

2. Владелец объекта может произвольно ограничивать доступ других субъектов к данному объекту.

3. Для каждой четверки субъект – объект – метод - процесс возможность доступа определена однозначно в каждый момент времени. При изменении состояния процесса со временем возможность предоставления доступа также может измениться

4. Существует хотя бы один привилегированный пользователь (администратор), имеющий возможность удалить любой объект.

5. В множестве объектов выделяется *множество объектов полномочного разграничения доступа*. Каждый объект полномочного разграничения доступа имеет гриф секретности. Чем выше числовое значение грифа секретности, тем секретнее объект.

6. Каждый субъект доступа имеет *уровень допуска*. Чем выше числовое значение уровня допуска, тем больший допуск имеет субъект. Нулевое значение уровня допуска означает, что субъект не имеет допуска. Обычно ненулевое

значение допуска назначается только субъектам-пользователям и не назначается субъектам, от имени которых выполняются системные процессы.

7. Доступ субъекта к объекту должен быть запрещен независимо от состояния матрицы доступа, если:

- объект является объектом полномочного разграничения доступа;
- гриф секретности объекта строго выше уровня допуска субъекта, обращающегося к нему;
- субъект открывает объект в режиме, допускающем чтение информации. Это правило называют *правилом NRU* (Not Read Up - не читать выше).

8. Каждый процесс ОС имеет *уровень конфиденциальности*, равный максимуму из грифов секретности объектов, открытых процессом на протяжении своего существования. Уровень конфиденциальности фактически представляет собой гриф секретности информации, хранящейся в оперативной памяти процесса.

9. Доступ субъекта к объекту должен быть запрещен независимо от состояния матрицы доступа, если:

- объект является объектом полномочного разграничения доступа;
- гриф секретности объекта строго ниже уровня конфиденциальности процесса, обращающегося к нему;
- субъект собирается записывать в объект информацию.

10. Понизить гриф секретности объекта полномочного разграничения доступа может только субъект, который:

- имеет доступ к объекту согласно правилу 7;
- обладает специальной привилегией, позволяющей ему понижать грифы секретности объектов.

При использовании данной модели разграничения доступа существенно страдает производительность ОС, поскольку права доступа к объекту должны проверяться не только при открытии объекта, но и при каждой операции чтение/запись. Кроме того, эта модель создает пользователям определенные неудобства: если уровень конфиденциальности процесса строго выше нуля, то вся информация в памяти процесса фактически является секретной и не может быть записана в несекретный объект.

При чтении секретного файла процесс должен считать содержимое такого файла в секретную область памяти, используя для этого функции ОС, гарантирующие невозможность утечки информации.

Из вышеизложенного следует, что пользователи ОС, реализующих данную модель разграничения доступа, вынуждены использовать ПО, разработанное с учетом этой модели. В противном случае они будут испытывать серьезные проблемы в процессе работы с объектами ОС, имеющими ненулевой гриф секретности.

Каждая из рассмотренных моделей разграничения доступа имеет свои достоинства и недостатки.

В большинстве ситуаций применение избирательного разграничения доступа наиболее эффективно. Изолированную программную среду целесообразно использовать в случаях, когда важно обеспечить целостность программ и данных ОС. Полномочное разграничение доступа с контролем информационных потоков следует применять в тех случаях, когда для организации чрезвычайно важно обеспечение защищенности системы от

несанкционированной утечки информации. В остальных ситуациях применение этой модели нецелесообразно из-за резкого ухудшения эксплуатационных качеств ОС.

Процедура *аудита* применительно к ОС заключается в регистрации в специальном журнале, называемом *журналом аудита* или *журналом безопасности,* событий, которые могут представлять опасность для ОС. Пользователи системы, обладающие правом чтения журнала аудита, называются *аудиторами*.

Необходимость включения в защищенную ОС функций аудита обусловлена следующими обстоятельствами:

- обнаружение попыток вторжения является важнейшей задачей системы защиты, поскольку ее решение позволяет минимизировать ущерб от взлома и собирать информацию о методах вторжения;
- подсистема защиты ОС может не отличить случайные ошибки пользователей от злонамеренных действий;
- администраторы ОС должны иметь возможность получать информацию не только о текущем состоянии системы, но и о том, как ОС функционировала в недавнем прошлом;
- если администратор ОС обнаружил, что против системы проведена успешная атака, ему важно выяснить, когда была начата атака и каким образом она осуществлялась. Журнал аудита может содержать всю необходимую информацию.

К числу событий, которые могут представлять опасность для ОС, обычно относят следующие:

- вход или выход из системы;
- операции с файлами (открыть, закрыть, переименовать, удалить);
- обращение к удаленной системе;
- смену привилегий или иных атрибутов безопасности (режима доступа, уровня благонадежности пользователя и т.п.).

Подсистема аудита ОС должна удовлетворять следующим требованиям.

1. Добавлять записи в журнал аудита может только ОС. Если предоставить это право какому-то физическому пользователю, этот пользователь получит возможность компрометировать других пользователей, добавляя в журнал аудита соответствующие записи.

2. Редактировать или удалять отдельные записи в журнале аудита не может ни один субъект доступа, в том числе и сама ОС.

3. Просматривать журнал аудита могут только пользователи, обладающие соответствующей привилегией.

4. Очищать журнал аудита могут только пользователи-аудиторы. После очистки журнала в него автоматически вносится запись о том, что журнал аудита был очищен, с указанием времени очистки журнала и имени пользователя, очистившего журнал.

5. При переполнении журнала аудита ОС аварийно завершает работу («зависает»). После перезагрузки работать с системой могут только аудиторы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анин Б.Ю. Защита компьютерной информации. СПб.: БХВ – Петербург, 2000.

2. Герасименко В.А. Проблемы защиты данных в системах их обработки // Зарубежная радиоэлектроника. № 12. 1999.

3. Глушков В.М. Основы безбумажной информатики. М.: Наука, 2002.

4. ГОСТ Р 50922-06. Защита информации. Основные термины и определения.

DIFFERENTIATION OF ACCESS TO OBJECTS OF THE OPERATING SYSTEM

© 2015

A.V. Skrypnikov, doctor of technical Sciences, Professor

The Voronezh State University of Engineering Technology, Voronezh (Russia)

E.V. Chernyshova, the post-graduate student

The Voronezh State University of Engineering Technology, Voronezh (Russia), elenabok@mail.ru

E.A. Lyzhnik, student

The Voronezh State University of Engineering Technology, Voronezh (Russia)

УДК 517.968.23

МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ КОРПОРАТИВНОЙ СИСТЕМЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ

© 2015

А.В. Скрыпников, доктор технических наук, профессор

ФГОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», Воронеж (Россия)

Е.В. Чернышова, аспирант

ФГОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», Воронеж (Россия), elenabok@mail.ru

И.С. Чичасова, студент

ФГОУ ВПО «Воронежский государственный университет инженерных технологий», Воронеж (Россия)

Большинство директоров служб автоматизации (CIO) и информационной безопасности (CISO) российских компаний наверняка задавалось вопросом: «Как оценить уровень защищенности информационных активов компании и определить перспективы развития корпоративной системы защиты информации?». Попробуем найти ответ на этот актуальный вопрос.

Темпы развития современных информационных технологий значительно опережают темпы разработки рекомендательной и нормативно-правовой базы руководящих документов, действующих на территории России. Поэтому решение вопроса об оценке уровня защищенности информационных активов компании обязательно связано с проблемой выбора критериев и показателей защищенности, а также эффективности корпоративной системы защиты информации.

Современные методики управления рисками, проектирования и сопровождения корпоративных систем защиты информации должны позволять решить ряд задач перспективного стратегического развития компании.

Во-первых, количественно оценить текущий уровень информационной безопасности компании, что потребует выявления рисков на правовом, организационно-управленческом, технологическом, а также техническом уровнях обеспечения защиты информации.

Во-вторых, разработать и реализовать комплексный план совершенствования корпоративной системы защиты информации для достижения приемлемого уровня защищенности информационных активов компании. Для этого необходимо:

- обосновать и произвести расчет финансовых вложений в обеспечение безопасности на основе технологий анализа рисков, соотнести расходы на обеспечение безопасности с потенциальным ущербом и вероятностью его возникновения;
- выявить и провести первоочередное блокирование наиболее опасных уязвимостей до осуществления атак на уязвимые ресурсы;
- определить функциональные отношения и зоны ответственности при взаимодействии подразделений и лиц по обеспечению информационной безопасности компании, создать необходимый пакет организационно-распорядительной документации;
- разработать и согласовать со службами организации, надзорными органами проект внедрения необходимых комплексов защиты, учитывающий современный уровень и тенденции развития информационных технологий;
- обеспечить поддержание внедренного комплекса защиты в соответствии с изменяющимися условиями работы организации, регулярными доработками организационно-распорядительной документации, модификацией технологических процессов и модернизацией технических средств защиты.

Работы, поддерживающие практическую реализацию плана информационной безопасности, в частности, заключаются в следующем:

- разработка технического проекта модернизации средств защиты ИС, установленных на фирме по результатам проведенного комплексного аналитического исследования корпоративной сети;
- подготовка компании к аттестации (к аттестации объектов информатизации заказчика на соответствие требованиям руководящих документов Гостехкомиссии при Президенте РФ, а также на соответствие требованиям безопасности международных стандартов ISO 15408, ISO 17799, стандарта ISO 9001 при обеспечении требований информационной безопасности компании);
- разработка расширенного перечня сведений ограниченного распространения как части политики безопасности;
- разработка пакета организационно-распорядительной документации в соответствии с рекомендациями корпоративной политики ИБ компании на организационно-управленческом и правовом уровне;
- поставка комплекта типовой организационно-распорядительной документации в соответствии с рекомендациями корпоративной политики ИБ компании на организационно-управленческом и правовом уровнях.

Уровень информационной безопасности компании во многом зависит от квалификации специалистов. В целях повышения квалификации и переподготовки кадров рекомендуется проводить тренинги по применению

средств защиты информации, технологии защиты информации, обучать сотрудников основам экономической безопасности.

Немаловажную роль играет и ежегодная переоценка состояния информационной безопасности компании.

В соответствии со ст. 20 Федерального закона «Об информации, информатизации и защите информации» целями защиты информации являются в том числе: предотвращение утечки, хищения, утраты, искажения, подделки информации; предотвращение несанкционированных действий по уничтожению, модификации, искажению, копированию, блокированию информации; предотвращение других форм незаконного вмешательства в информационные ресурсы и информационные системы.

Главная цель любой системы информационной безопасности заключается в обеспечении устойчивого функционирования объекта: предотвращении угроз его безопасности, защите законных интересов владельца информации от противоправных посягательств, в том числе уголовно наказуемых деяний в рассматриваемой сфере отношений, предусмотренных Уголовным кодексом РФ, обеспечении нормальной производственной деятельности всех подразделений объекта. Другая задача сводится к повышению качества предоставляемых услуг и гарантий безопасности имущественных прав и интересов клиентов.

Для этого необходимо:

- отнести информацию к категории ограниченного доступа (служебной тайне);
- прогнозировать и своевременно выявлять угрозы безопасности информационным ресурсам, причины и условия, способствующие нанесению финансового, материального и морального ущерба, нарушению его нормального функционирования и развития;
- создать условия функционирования с наименьшей вероятностью реализации угроз безопасности информационным ресурсам и нанесения различных видов ущерба;
- создать механизм и условия оперативного реагирования на угрозы информационной безопасности и проявления негативных тенденций в функционировании, эффективное пресечение посягательств на ресурсы на основе правовых, организационных и технических мер и средств обеспечения безопасности;
- создать условия для максимально возможного возмещения и локализации ущерба, наносимого неправомерными действиями физических и юридических лиц, и тем самым ослабить возможное негативное влияние последствий нарушения информационной безопасности.

При выполнении работ можно использовать следующую модель построения корпоративной системы защиты информации (рис. 1), основанную на адаптации Общих Критериев (ISO 15408) и проведении анализа риска (ISO 17799). Эта модель соответствует специальным нормативным документам по обеспечению информационной безопасности, принятым в Российской Федерации, международному стандарту ISO/IEC 15408 «Информационная технология – методы защиты – критерии оценки информационной безопасности», стандарту ISO/IEC 17799 «Управление информационной безопасностью» и учитывает тенденции развития отечественной нормативной базы (в частности, Гостехкомиссии РФ) по вопросам защиты информации.

Представленная модель защиты информации – это совокупность объективных внешних и внутренних факторов и их влияние на состояние информационной безопасности на объекте и на сохранность материальных или информационных ресурсов.

Рассматриваются следующие объективные факторы:

- угрозы информационной безопасности, характеризующиеся вероятностью возникновения и вероятностью реализации;
- уязвимости информационной системы или системы контрмер (системы информационной безопасности), влияющие на вероятность реализации угрозы;
- риск – фактор, отражающий возможный ущерб организации в результате реализации угрозы информационной безопасности: утечки информации и ее неправомерного использования (риск в конечном итоге отражает вероятные финансовые потери – прямые или косвенные).

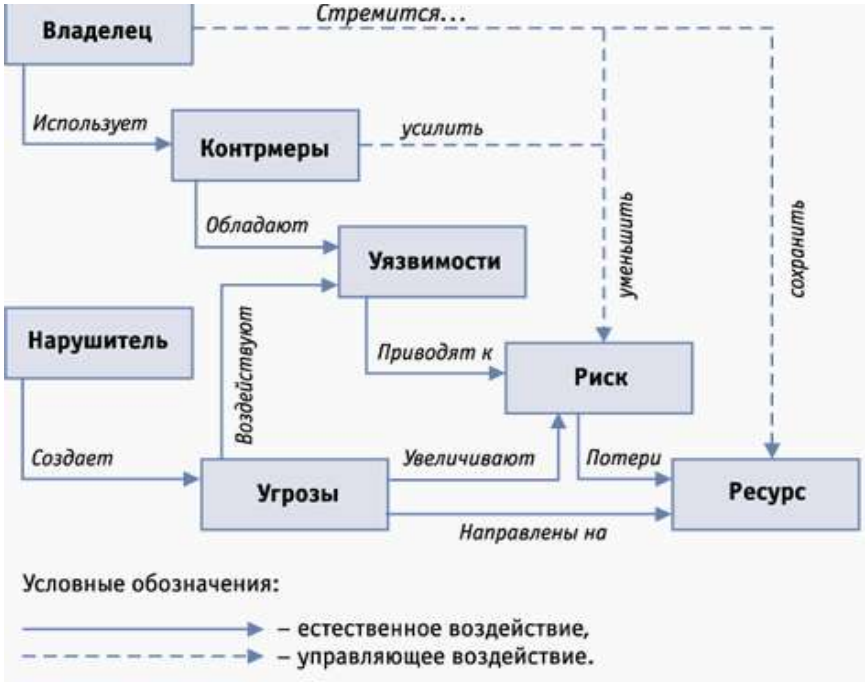


Рисунок 1 - Модель построения корпоративной системы защиты информации

Для построения сбалансированной системы информационной безопасности предполагается первоначально провести анализ рисков в области информационной безопасности. Затем определить оптимальный уровень риска для организации на основе заданного критерия. Систему информационной безопасности (контрмеры) предстоит построить таким образом, чтобы достичь заданного уровня риска.

Предлагаемая методика проведения аналитических работ позволяет полностью проанализировать и документально оформить требования, связанные с обеспечением информационной безопасности, избежать расходов на излишние меры безопасности, возможные при субъективной оценке рисков, оказать помощь в планировании и осуществлении защиты на всех стадиях жизненного цикла информационных систем, обеспечить проведение работ в сжатые сроки, представить обоснование для выбора мер противодействия, оценить эффективность контрмер, сравнить различные варианты контрмер.

В ходе работ должны быть установлены границы исследования. Для этого необходимо выделить ресурсы информационной системы, для которых в дальнейшем будут получены оценки рисков. При этом предстоит разделить рассматриваемые ресурсы и внешние элементы, с которыми осуществляется взаимодействие. Ресурсами могут быть средства вычислительной техники, программное обеспечение, данные, а также в соответствии со ст. 2 Федерального закона «Об информации, информатизации и защите информации» – информационные ресурсы – отдельные документы и отдельные массивы документов, документы и массивы документов в информационных системах (библиотеках, архивах, фондах, банках данных, других информационных системах). Примерами внешних элементов являются сети связи (абз. 4 ст. 2 Федерального закона «О связи»), внешние сервисы и т.п.

При построении модели будут учитываться взаимосвязи между ресурсами. Например, выход из строя какого-либо оборудования может привести к потере данных или выходу из строя другого критически важного элемента системы. Подобные взаимосвязи определяют основу построения модели организации с точки зрения ИБ.

Эта модель, в соответствии с предлагаемой методикой, строится следующим образом: для выделенных ресурсов определяется их ценность, как с точки зрения ассоциированных с ними возможных финансовых потерь, так и с точки зрения ущерба репутации организации, дезорганизации ее деятельности, нематериального ущерба от разглашения конфиденциальной информации и т.д. Затем описываются взаимосвязи ресурсов, определяются угрозы безопасности и оцениваются вероятности их реализации.

На основе построенной модели можно обоснованно выбрать систему контрмер, снижающих риски до допустимых уровней и обладающих наибольшей ценовой эффективностью. Частью системы контрмер будут рекомендации по проведению регулярных проверок эффективности системы защиты.

Обеспечение повышенных требований к ИБ предполагает соответствующие мероприятия на всех этапах жизненного цикла информационных технологий. Планирование этих мероприятий производится по завершении этапа анализа рисков и выбора контрмер. Обязательной составной частью этих планов является периодическая проверка соответствия существующего режима ИБ политике безопасности, сертификация информационной системы (технологии) на соответствие требованиям определенного стандарта безопасности.

По завершении работ, можно будет определить меру гарантии безопасности информационной среды, основанную на оценке, с которой можно доверять информационной среде объекта. Данный подход предполагает, что большая гарантия следует из применения больших усилий при проведении оценки безопасности. Адекватность оценки основана на вовлечении в процесс оценки большего числа элементов информационной среды объекта, глубине, достигаемой за счет использования при проектировании системы обеспечения безопасности большего числа проектов и описаний деталей выполнения, строгости, которая заключается в применении большего числа инструментов поиска и методов, направленных на обнаружение менее очевидных уязвимостей или на уменьшение вероятности их наличия.

Формирование организационной политики безопасности

Прежде чем предлагать какие-либо решения по системе информационной безопасности, предстоит разработать политику безопасности. Организационная политика безопасности описывает порядок предоставления и использования прав доступа пользователей, а также требования отчетности пользователей за свои действия в вопросах безопасности. Система информационной безопасности (СИБ) окажется эффективной, если она будет надежно поддерживать выполнение правил политики безопасности, и наоборот. Этапы построения организационной политики безопасности – это внесение в описание объекта автоматизации структуры ценности и проведение анализа риска, и определение правил для любого процесса пользования данным видом доступа к ресурсам объекта автоматизации, имеющим данную степень ценности.

Организационная политика безопасности оформляется в виде отдельного документа, который согласовывается и утверждается Заказчиком.

Прежде всего необходимо составить детализированное описание общей цели построения системы безопасности объекта, выражаемое через совокупность факторов или критериев, уточняющих цель. Совокупность факторов служит базисом для определения требований к системе (выбор альтернатив). Факторы безопасности, в свою очередь, могут распределяться на правовые, технологические, технические и организационные.

Требования гарантии достигаемой защиты выражаются через оценки функций безопасности СИБ объекта. Оценка силы функции безопасности выполняется на уровне отдельного механизма защиты, а ее результаты позволяют определить относительную способность соответствующей функции безопасности противостоять идентифицированным угрозам. Исходя из известного потенциала нападения, сила функции защиты определяется, например, категориями «базовая», «средняя», «высокая». Потенциал нападения определяется путем экспертизы возможностей, ресурсов и мотивов побуждения нападающего.

Перечень требований к системе информационной безопасности, эскизный проект, план защиты (далее – техническая документация, ТД) содержит набор требований безопасности информационной среды объекта, которые могут ссылаться на соответствующий профиль защиты, а также содержать требования, сформулированные в явном виде.

В общем виде разработка ТД включает:

- уточнение функций защиты;
- выбор архитектурных принципов построения СИБ;
- разработку логической структуры СИБ (четкое описание интерфейсов);
- уточнение требований функций обеспечения гарантоспособности СИБ;
- разработку методики и программы испытаний на соответствие сформулированным требованиям.

На этапе оценки достигаемой защищенности производится оценка меры гарантии безопасности информационной среды. Мера гарантии основывается на оценке, с которой после выполнения рекомендованных мероприятий можно доверять информационной среде объекта. Базовые положения данной методики предполагают, что степень гарантии следует из эффективности усилий при проведении оценки безопасности. Увеличение усилий оценки предполагает:

- значительное число элементов информационной среды объекта, участвующих в процессе оценивания;

- расширение типов проектов и описаний деталей выполнения при проектировании системы обеспечения безопасности;

- строгость, заключающуюся в применении большего числа инструментов поиска и методов, направленных на обнаружение менее очевидных уязвимостей или на уменьшение вероятности их наличия.

В целом рассмотренная выше методика позволяет оценить или переоценить уровень текущего состояния защищенности информационных активов компании, а также выработать рекомендации по обеспечению (повышению) информационной безопасности компании. В том числе снизить потенциальные потери компании путем повышения устойчивости функционирования корпоративной сети, разработать концепцию и политику безопасности компании. Также рассмотренная методика позволяет предложить планы защиты конфиденциальной информации компании, передаваемой по открытым каналам связи, защиты информации компании от умышленного искажения (разрушения), несанкционированного доступа к ней, ее копирования или использования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 51583-00 «Защита информации. Порядок создания автоматизированных систем в защищенном исполнении. Общие требования». ГОСТ Р 51624-00 «Защита информации. Автоматизированные системы в защищенном исполнении. Общие требования».

2. Федеральный закон «Об информации, информатизации и защите информации», № 24-ФЗ, 1995 г., ст. 2, Конституция Российской Федерации, ст. 23, Гражданский кодекс Российской Федерации, часть I, ст.ст. 139, 128.

3. ГОСТ Р ИСО 7498-2-99 «Информационная технология. Взаимосвязь открытых систем. Базовая эталонная модель. Часть 1. Архитектура защиты информации».

4. УК РФ, 1996 г., ст.ст. 183, 272 - 274.

5. Румянцев О.Г., Додонов В.Н., Юридический энциклопедический словарь, М.: «ИНФРА-М», 1997.

6. Федеральный закон «Об информации, информатизации и защите информации», № 24-ФЗ, 1995.

7. Конституция Российской Федерации, ст. 23.

8. Гражданский кодекс РФ, часть I, ст.ст. 139, 128.

TECHNIQUE OF CREATION OF CORPORATE SYSTEM OF INFORMATION SECURITY

© 2015

A.V. Skrypnikov, doctor of technical Sciences, Professor
The Voronezh State University of Engineering Technology, Voronezh (Russia)
E.V. Chernyshova, the post-graduate student
The Voronezh State University of Engineering Technology, Voronezh (Russia), elenabok@mail.ru
I.S. Chichasova, student
The Voronezh State University of Engineering Technology, Voronezh (Russia)

УДК 519.688

ОБ АЛГОРИТМЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О РЮКЗАКЕ НА ОСНОВЕ ЛУННОЙ ДВОИЧНОЙ АРИФМЕТИКИ

© 2015

А.И. Чесноков, магистрант 1 курса института математики, информационных и космических технологий

ФГАОУ ВПО «Северный (Арктический) федеральный университет», Архангельск (Россия), cleric_air@mail.ru

Задача о рюкзаке. Рассмотрим классическую задачу о рюкзаке. В общем виде ее можно сформулировать следующим образом: из заданного множества предметов со свойствами «стоимость» и «вес», требуется выбрать некоторое подмножество предметов таким образом, чтобы получить максимальную суммарную стоимость при соблюдении ограничения на суммарный вес.

Задача о рюкзаке применяется в различных областях знаний: в математике, информатике, криптографии, экономике и т.п. Некоторые применения задачи о рюкзаке для подсчета числа помехоустойчивых циклических кодов рассматривались автором в статьях [1, 2, 3].

Сформулируем задачу о рюкзаке на математическом языке.

Задача 1. Дано N предметов, W – вместимость рюкзака. Обозначим за $w_1, w_2, \ldots, w_N$ - положительные веса соответствующих предметов, а за $c_1, c_2, \ldots, c_N$ – стоимость соответствующих предметов. Нужно найти набор бинарных величин $b_1, b_2, \ldots, b_N$, где $b_i = 1$, если предмет i включен в набор, и где $b_i = 0$, если предмет i не включен в набор, и такой что:

1. $b_1 w_1 + \ldots + b_N w_N \le W$
2. $b_1 c_1 + \ldots + b_N c_N$ максимальна.

Задача 1 является формулировкой одного из несколько видов задач о рюкзаке. Данный вид задач принято называть «Рюкзак 0-1». Существуют также и другие виды задачи о рюкзаке. Подробнее о других видах можно узнать в [4, 5, 6].

Задача о неограниченном рюкзаке. Рассмотрим частный случай задачи о неограниченном рюкзаке. Задача о неограниченном рюкзаке – обобщение классической задачи, когда любой предмет может быть взят любое количество раз. Частным случаем данной задачи будем считать равнозначность стоимостей всех предметов. Поэтому в дальнейшем стоимость предметов можно не учитывать. Также добавим условие, что обязательно нужно взять ровно M предметов. Сформулируем данную задачу на математическом языке.

Задача 2. Дано N предметов, W – вместимость рюкзака, M – количество предметов, которое требуется взять. Обозначим за $w_1, w_2, \ldots, w_N$ - положительные веса соответствующих предметов. Нужно найти набор не отрицательных величин $x_1, x_2, \ldots, x_N$, где x_i равно количеству взятых предметов данного вида в набор, и такой что:

1. $x_1 w_1 + \ldots + x_N w_N \le W$
2. $x_1 + \ldots + x_N = M$

Замечание 1. Заранее можно договориться, что все веса предметов различны между собой. Если же есть какие-то предметы с одинаковым весом, то будем всегда брать из них только какой-то определенный. Такое допущение

ничего не изменит в задаче 2, так как любой предмет можно брать любое количество раз.

Решение задачи 2 с помощью динамического программирования.

Классическим решением задачи (2) является решение с помощью динамического программирования. Введем бинарную величину $D_{i,j}$, где $D_{i,j} = 1$, если можно набрать вес i, использовав при этом j любых предметов. Если же нельзя набрать, то $D_{i,j} = 0$. Допустим, что сейчас мы находимся в допустимом состоянии $D_{i,j} = 1$. Попытаемся добавить предмет с номером k в рюкзак из текущего состояния $D_{i,j}$. Обозначим за $q = w_k$ – вес k предмета. Так как текущее состояние $D_{i,j} = 1$, то, при добавлении предмета с номером k, мы перейдем в состояние $D_{i+q,j+1}$ и оно тоже будет равно 1. Начальное состояние бинарной величины D будет $D_{0,0} = 1$, так как всегда можно набрать нулевой вес, не использовав ни одного предмета (грубо говоря, ничего не взять мы можем всегда). Ответом же на задачу будет $R = max\{ i \mid i \le W \wedge D_{i,M} = 1 \}$ – эта величина показывает, какой максимальный вес мы сможем набрать, использовав ровно M предметов.

Чтобы посчитать такую бинарную величину, нужно использовать следующий алгоритм:

1. Идти в порядке увеличения количества взятых предметов в рюкзак. Обозначим за j ($0 \le j \le M - 1$) – текущее количество взятых предметов.
2. Идти в любом порядке по номерам предметов. Обозначим за k ($1 \le k \le N$) – текущий номер предмета, который мы будем пытаться добавить в рюкзак. Обозначим за $q = w_k$ – вес k предмета.
3. Идти в любом порядке по всем возможным весам. Обозначим за i ($0 \le i \le W$) – текущий рассматриваемый вес.
4. Если $D_{i,j} = 1$, то помечать $D_{i+q,j+1}$ состояние тоже единицей.

Асимптотическая сложность данного алгоритма $O(M \cdot N \cdot W)$.

Лунная арифметика. В лунной арифметике операции сложения и умножения над числами заменяются на операции нахождения максимума и минимума соответственно. Подробнее об особенностях лунной арифметики можно узнать в [7]. В двоичном случае сложению соответствует дизъюнкция, а умножение совпадает с обычным умножением двоичных чисел. Приведем таблицы сложения и умножения для бинарного случая.

+	0	1
0	0	1
1	1	1

·	0	1
0	0	0
1	0	1

Пример 1. Приведем пример умножения двух многозначных бинарных чисел для лучшего понимания лунной арифметики. Умножим два бинарных числа 1011 и 101.

			1	0	1	1
		x		1	0	1
			1	0	1	1
	+	0	0	0	0	
+	1	0	1	1		
	1	0	1	1	1	1

Представим бинарные числа в виде коэффициентов многочлена. Сопоставим бинарному числу 1011 многочлен $x^3 + x + 1$, а бинарному числу 101 многочлен $x^2 + 1$. Рассмотрим их произведение

$(x^3 + x + 1) \cdot (x^2 + 1) = x^5 + x^3 + x^2 + x^3 + x + 1 = x^5 + x^3 + x^2 + x + 1$.

Степень 4 в произведении многочленов отсутствует, так как её нельзя представить в виде суммы степеней слагаемых, входящих в исходные многочлены. Степень 3 можно набрать двумя способами: 3 + 0 и 1 + 2, поэтому имеем два слагаемых x^3, но в бинарной лунной арифметике определено, что 1 + 1 = 1, поэтому $x^3 + x^3 = x^3$.

Таким образом, можно сделать вывод о том, можно ли представить число в виде суммы (1 – можно, 0 – нельзя). Кроме того, если отказаться от лунной двоичной арифметики и перейти к обычным операциям сложения и умножения (только уже не над полем Z_2, а над Z), тогда можно будет считать количество способов такого представления.

Полученное в примере 1 бинарное число 101111 соответствует полученному многочлену $x^5 + x^3 + x^2 + x + 1$.

Коэффициенты произведения многочленов в лунной двоичной арифметике вычисляются по правилу $c_k = max\{ a_i \cdot b_j \mid i + j = k \}$.

Решение задачи 2 с помощью лунной арифметики. Представим веса предметов в виде двоичного вектора u. Обозначим за $\hat{w}$ – множество весов всех предметов. Обозначим за u_i – бинарное значение в двоичном векторе u, находящееся на позиции i. Тогда в векторе u для всех u_i должно выполняться следующее условие:

$$u_i = \begin{cases} 1, & i \in \hat{w} \\ 0, & i \notin \hat{w} \end{cases}$$

Мы уже знаем, что двоичные вектора могут задавать многочлены в лунной арифметике. Перейдем от двоичного вектора u к многочлену y и запишем его

$$y = \{x^{w_i} \mid 1 \le i \le N\} = x^{w_1} + \ldots + x^{w_N}$$

Зададим новый многочлен z, который равен многочлену y, возведенному в M степень, то есть $z = y^M$. Также обозначим за z_k – коэффициент при степени x^k в многочлене z.

Можно сформулировать следующую теорему.

Теорема 1. В многочлене z все ненулевые z_k обозначают, что существует какой-то набор ровно из M предметов, не обязательно различных, сумма весов которых равна k.

Доказательство. Доказательство будет проводиться с помощью математической индукции и проведением аналогии между решениями задачи 2 динамическим программированием и возведением многочлена в степень в лунной арифметике.

База индукции. Рассмотрим многочлен y в нулевой степени

$y^0 = 1$

Это соответствует состоянию $D_{0,0} = 1$ в динамическом программировании.

Шаг индукции. Обозначим за t_k – коэффициент при степени x^k в многочлене t. Предположим, что для $t = y^E$ выполняется теорема (1). Это будет означать, что для всех ненулевых t_k существует какой-то набор ровно из E

предметов, не обязательно различных, сумма весов которых равна k. В динамическом программировании это будет означать, что мы нашли все состояния $D_{k,E}$, равные единице.

Применим динамическое программирование для всех $D_{i,E} = 1$, то есть пытаемся взять еще один предмет из множества предметов, и помечаем $D_{i+q,E+1}$ (q – вес текущего взятого предмета) единицей. Таким образом, мы найдем все доступные состояния $D_{j,E+1}$, равные единице. По полученным состояниям $D_{j,E+1} = 1$, составим сначала двоичный вектор, а из двоичного вектора составим многочлен a, аналогично по состояниям $D_{i,E} = 1$ составим многочлен b.

Распишем, чему равен многочлен a

$$a = \sum_{a_j=1} x^j = \sum_{b_s=1} x^s \cdot (x^{w_1} + ... + x^{w_N})$$

Распишем, чему равен многочлен y^{E+1}

$$y^{E+1} = t \cdot y = \sum_{t_s=1} x^s \cdot y = \sum_{t_s=1} x^s \cdot (x^{w_1} + ... + x^{w_N})$$

Так как многочлен b получен по состояниям $D_{i,E}$, которые, в свою очередь, получены по многочлену t, то они эквиваленты. Следовательно, $y^{E+1} = a$. Следовательно, шаг индукции выполняется. Теорема доказана.

Бинарное возведение в степень. Прием, позволяющий возводить любое число в n степень за $O(\log n)$ умножений вместо n умножений при обычном последовательном умножении. Более того, данный прием применим к любой ассоциативной операции.

Можно заметить, что для любого числа a и четного числа n выполняется тождество:

$a^n = (a^{n/2})^2 = a^{n/2} \cdot a^{n/2}$

Оно является основным в методе бинарного возведения в степень. Действительно, для чётного n, потратив всего одну операцию умножения, можно свести задачу к вдвое меньшей степени.

Осталось понять, что делать, если степень n нечетна. Здесь можно поступить очень просто: перейти к степени n - 1, которая будет уже четной:

$a^n = a^{n-1} \cdot a$

Таким образом, фактически найдена рекуррентная формула: от степени n идет переход, если она чётна, к $n / 2$, а иначе — к n - 1. Понятно, что всего будет не более $2 \cdot \log n$ переходов, прежде чем алгоритм придет к $n = 0$ (базе рекуррентной формулы). Таким образом, получен алгоритм, работающий за $O(\log n)$ умножений.

Алгоритм решения задачи 2 с помощью лунной арифметики.

Объединив все предложенные выше идеи, можно получить следующий алгоритм:

1. По множеству весов всех предметов определить многочлен y, как

$$y = \{x^{w_i} \mid 1 \le i \le N\} = x^{w_1} + ... + x^{w_N}$$

2. Возвести y в M степень с помощью бинарного возведения в степень в бинарной лунной арифметике. Это можно сделать, так как умножение многочленов в бинарной лунной арифметике является ассоциативной операцией.

3. Найти ответ на задачу $R = \max\{ i \mid i \le W \wedge y_i^M = 1\}$

Обозначим за $w_{max} = max\{ w_i \mid 1 \le i \le N\}$ – вес самого тяжелого предмета. Тогда асимптотическая сложность данного алгоритма $O(P(w_{max} \cdot M) \cdot log M)$, где $w_{max} \cdot M$ – максимальная длина многочлена, $P(w_{max} \cdot M)$ – асимптотическая сложность умножения двух многочленов, зависящая от длины многочленов, $log M$ – асимптотическая сложность бинарного возведения в степень.

Замечание 2. Касаемо программной реализации данного алгоритма. Если перемножать многочлены наивным образом, то есть за асимптотическую сложность $O((w_{max} \cdot M)^2)$, то можно воспользоваться следующим трюком. Можно хранить многочлены в виде бинарной строки, используя встроенные числовые типы размера 32 или 64 бита. Это позволит уменьшить максимальную длину многочлена в 32 или 64 раза. Тем самым, умножать два многочлена в лунной двоичной арифметике можно будет в 32^2 или 64^2 раза быстрее, что очень существенно для программных вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Корабельщикова С.Ю., Чесноков А.И. Об одном алгоритме определения количества циклических кодов // Материалы 3-й научно-практической internet-конференции «Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики». Ульяновск: SIMJET, 2014. С. 37-41.

2. Корабельщикова С.Ю., Чесноков А.И. О числе различных циклических кодов заданной длины // Вектор науки ТГУ. № 4(26), 2013. С. 25-26.

3. Зяблицева Л.В, Корабельщикова С.Ю., Чесноков А.И. Линейные коды, исправляющие ошибки, и алгоритмы их подсчёта // Эвристические алгоритмы и распределённые вычисления. Том 1. № 3. 2014. С. 47-59.

4. Бурков В.Н., Горгидзе И.А., Ловецкий С.Е. Прикладные задачи теории графов. М., 1974. 232 с.

5. Silvano Martelo, Paolo Toth Knapsack problems. Wiley, 1990. 306 c.

6. David Pisinger Knapsack problems- http://www.diku.dk/users/pisinger/95-1.pdf,1995.

7. D. Applegate, M. LeBrun, and N.J.A. Sloane Dismal Arithmetic - http://arxiv.org/pdf/1107.1130v2.pdf, 2011.33 P.

ON THE ALGORITHM FOR SOLVING THE KNAPSACK PROBLEM BASED ON BINARY LUNAR ARITHMETIC

© 2015

A.I. Chesnokov, the 1st year Master's Degree student of the Institute of Mathematics, Information and Space Technologies

Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk (Russia), cleric_air@mail.ru

СЕКЦИЯ 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ОБЛАСТИ МЕХАНИКИ, ФИЗИКИ, ХИМИИ И БИОЛОГИИ

УДК 519.235

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАВИСИМОСТИ КАТЕГОРИАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ В ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЯХ

© 2015

О.А. Бакаева, кандидат технических наук, доцент кафедры информатики и вычислительной техники

ФГБОУ ВПО «Мордовский государственный педагогический институт им. М.Е. Евсевьева», Саранск (Россия), helga_rm@rambler.ru

1. Актуальность. Во многих важных прикладных и смежных научных областях, основными переменными, описывающими объект моделирования, являются качественные переменные, не имеющие четкого количественного выражения. Методы исследования переменных, которые описываются числом, вне зависимости от того является оно целым или дробным, известны и широко используются исследователями, работающими с практическими статистическими задачами из различных сфер научной деятельности. К таким методам относятся корреляционный, регрессионный, дисперсионный и др. виды анализов. Из-за отсутствия понятия и методологии нахождения среднего значения для качественной переменной и по другим причинам, данные методы не применимы и теряют свою работоспособность. Поэтому приходится использовать нестандартные подходы к исследованию зависимости между качественными переменными [1].

Основным методом анализа качественных данных является кросстабуляция (cross-tabulation) и применение таблиц сопряженности [2].

Кросстабуляция (перекрестная классификация) – это процесс объединения двух (или нескольких) таблиц частот в одну так, что каждая ячейка в построенной таблице представляется единственной комбинацией значений кросстабулированных переменных. Исследуя эти частоты, можно определить зависимости между кросстабулированными переменными с помощью таблиц сопряженности.

Таблицы сопряженности – это инструмент (статистический метод), позволяющий проводить анализ связей между двумя и более переменными, обладающими ограниченным количеством категорий или принимающих определенные значения.

Таблицы сопряженности являются универсальным инструментом обработки данных и находят свое применение в самых различных областях человеческой деятельности, особенно они эффективны в медицине [3]. В этой научной области кросстабуляция играет огромную роль, так как позволяет выявлять зависимости в основном между качественными переменными, анализ которых невозможен при использовании других статистических приемов. В медицине можно табулировать частоты различных симптомов заболевания по возрасту, полу пациентов, степени заболевания, фактору выживания, исходу болезни или результату лечения. Причем, большинство из перечисленных

переменных представляют собой простейший случай качественных переменных и называются категориальными переменными.

К категориальным переменным относятся переменные, которые имеют только два качественных значения, и бинарные переменные с двумя альтернативными значениями (да/нет). Для анализа таких данных используется простейший случай таблиц сопряженности, это квадратные таблицы размерности 2 × 2. В них значения двух переменных «пересечены» на разных уровнях и каждая переменная принимает только два значения: A_1, A_2 и B_1, B_2.

Таблица 1 - Схема таблицы сопряженности 2 × 2

	B_1	B_2	Всего
A_1	f_{11}	f_{12}	f_{10}
A_2	f_{21}	f_{22}	f_{20}
Всего	f_{01}	f_{02}	f_{00}

Где f_{11} – число элементов выборки, обладающих признаками A_1 и B_1 одновременно;

f_{12} – число элементов выборки, обладающих признаками A_1 и B_2;

f_{21} – число элементов выборки, обладающих признаками A_2 и B_1;

f_{22} – число элементов выборки, обладающих признаками A_2 и B_2.

Символ f_{i0} обозначает (частную) сумму всех значений признака, попавших в категорию (строку) A_i, и аналогично, f_{0j} обозначает сумму значений сопряженного ему признака, относящихся к категории B_j, а f_{00} – это сумма всех частот в таблице сопряженности. Представим все вышесказанное на языке формул:

$$f_{i0}=\sum_j f_{ij},\quad f_{0j}=\sum_i f_{ij},\quad f_{00}=\sum_i f_{i0}=\sum_j f_{0j}=\sum_i\sum_j f_{ij}.$$

2. Стохастическая модель зависимости. В большинстве случаев в теории вероятностей и статистике проверяется гипотеза о независимости переменных, тогда как для исследователя напротив, важна, зависимость переменных, позволяющая в дальнейшем осуществлять управление и строить прогноз. К тому же понятие зависимости между переменными должно опираться не только на общетеоретические концепции обработки информации, но и на практические задачи данной прикладной отрасли.

Предложенный в [4] метод определения вида и степени зависимости категориальных переменных основан на введении понятия «идеальных» таблиц сопряженности и их использовании. А практическое приложение данный метод может иметь в различных научных областях, где в результате проведения эксперимента требуется получить вывод о наличии/отсутствии связи между переменными.

На основе вышеупомянутого метода определения степени и вида зависимости может быть предложена следующая схема построения модели, описывающей стохастическую зависимость категориальных переменных исследуемого объекта.

Методика построения данной модели зависимости категориальных переменных включает в себя следующую последовательность [5]:

1. Определение набора категориальных переменных для представления объекта описания (статические и динамические).

2. Классификация выбранных переменных:

- *внешние* переменные, описывающие условия внешнего воздействия на объект;

- *внутренние* переменные, характеризующие свойства объекта в его реакции на внешние переменные;

- переменные *состояния*, представляющие результат реакции объекта.

3. Определение значений категориальных переменных.

4. Составление по наблюдениям таблиц сопряженности для выбранных переменных по принятым для них значениям.

5. Анализ таблиц на независимость для отсева заведомо статистически незначимых связей.

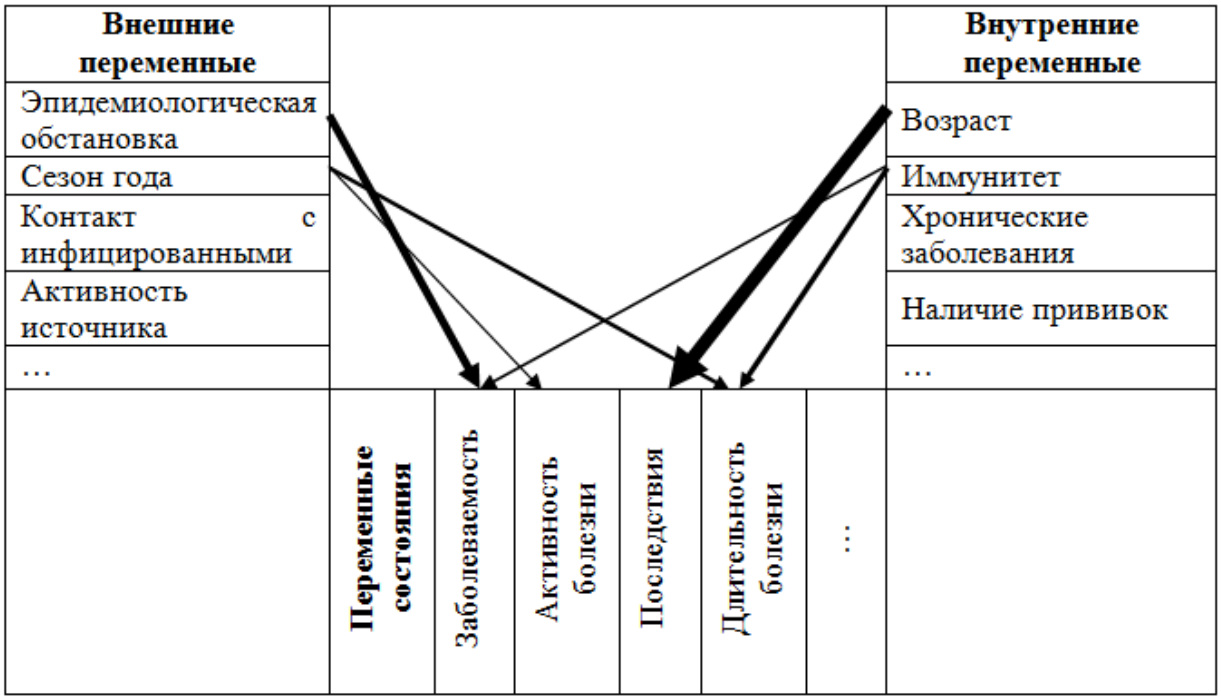
6. Анализ оставшихся таблиц для установления вида и степени зависимости.

7. Отсев статистически и практически незначимых зависимостей.

8. Составление стохастической модели связей, выражающих вид и степень влияния внешних и внутренних переменных на переменные состояния объекта.

Если исследователь обладает необходимой информацией, например, эпидемиологического характера – о протекании заболевания и характеристиках лечения пациентов, то стохастическая модель зависимости между категориальными переменными может иметь следующий вид (Таблица 2).

Таблица 2 - Пример стохастической модели зависимости между переменными в эпидемиологических приложениях



Наличие линии-стрелки обозначает существование зависимости, а ее толщина пропорциональна степени зависимости. Можно также ввести форму линии как отражение вида зависимости.

Рассмотрим каждый этап предложенной стохастической модели зависимости между категориальными переменными на примере эпидемиологического приложения.

1. В набор категориальных переменных для описания эпидемиологической ситуации могут входить:

а) пол – мужской / женский;

б) возраст – ребенок / взрослый.

Эти факторы следует отнести к «базовым» или статическим, т.к. их значение определено однозначно и не может быть изменено в течение жизни человека.

Так как базовые факторы являются постоянными (ребенок – до 18 лет, взрослый старше 18 лет, период изменения первой фазы данного фактора 18 лет очень длительный, а второй фазы еще больше, поэтому возраст относится к «статическим» факторам), а по значениям, которые они принимают можно классифицировать каждого человека.

Существует и вторая группа факторов, которые, как альтернатива статическим, будут называться «динамическими». Их человек по своей воле или в силу внешних обстоятельств может изменить. К ним относятся:

а) место проживания – городская местность / сельская местность;

б) наличие вредных привычек – имеются / не имеются;

в) наличие хронических заболеваний – имеются / не имеются;

г) семейное положение – состоит в браке / холост (незамужем);

д) наличие детей – есть дети / нет детей;

е) материальный достаток – имеется / не имеется;

ж) употребление лекарственных препаратов – да /нет и др. [6].

2-3. Классификация выбранных переменных:

- *внешние* переменные – эпидемиологическая обстановка (наличие эпидемии /отсутствие эпидемии), сезон года (теплый, холодный), контакт с инфицированными (присутствовал / отсутствовал);

- *внутренние* переменные – возраст (ребенок / взрослый), иммунитет к данному заболеванию (имеется / не имеется), хронические заболевания (имеются / не имеются), наличие прививок (да / нет);

- переменные *состояния* – заболеваемость (заболел / не заболел), активность заболевания (острая фаза / латентная фаза), последствия (присутствуют / отсутствуют), длительность болезни (обычная / больше обычной).

4. Следует отметить, что при появлении заболевания, само заболевание, возникшее у индивида, следует рассматривать, как процесс, имеющей несколько этапов. Первый из них – это заражение, затем идет непосредственно процесс лечения заболевания. Третий этап включает исследование наличия осложнений. И четвертый этап – это результат лечения: полное выздоровление, необходимость длительного лечения, необходимость дополнительного курса лечения, болезнь неизлечима, но совместна с жизнью, летальный исход. Переменная «результат лечения» тоже является качественной. Но она достаточно просто сводится к категориальной, так как результат лечения в целом принимает всего два значения: выздоровление пациента или отсутствие выздоровления.

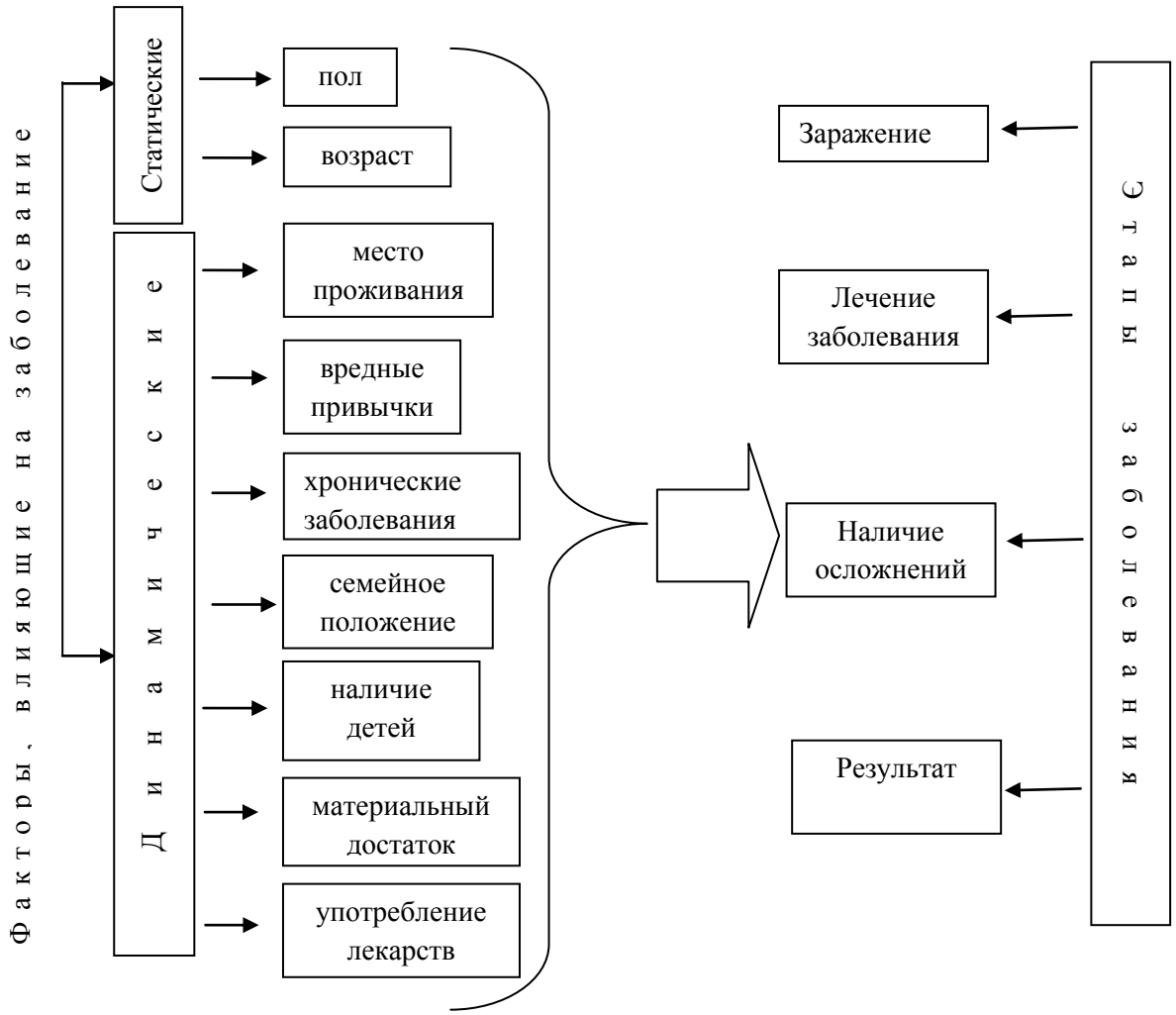


Рисунок 1- Схема взаимодействия характеристик пациента и этапов заболевания

5. Анализ таблиц на независимость для отсева заведомо статистически незначимых связей может быть произведен с помощью многих критериев. Самые точные и эффективные – это критерий Фишера, критерий χ^2 независимости, использование шанса и отношения шансов для исследования независимости качественных переменных. Также можно воспользоваться визуальным методом исследования независимости бинарных категориальных переменных [5].

6. Метод определения степени и вида зависимости лежит в основе предложенной схемы построения модели, описывающей стохастическую зависимость категориальных переменных.

7. По результатам работы предыдущего этапа могут выявиться несущественные, незначимые связи, поэтому для достоверности модели их необходимо отбросить.

8. Применив приведенный алгоритм (пп. 1-7), можно построить пример стохастической модели зависимости между категориальными переменными в эпидемиологических приложениях.

Хочется обратить внимание на то, что в данном случае приведен один из возможных вариантов стохастической модели зависимости в эпидемиологических приложениях, потому что для различных заболеваний внутренние, внешние и переменные результата специфичны. Поэтому модель,

описывающая другое заболевание, может иметь несколько иное содержимое при сохранении формы.

Разработанная стохастическая модель зависимости категориальных переменных основана на теоретических методах поиска зависимости и исследовании независимости. На практике при реализации данной модели для эпидемиологических приложениях она позволяет проводить комплексный анализ исследования зависимости различных факторов заболевания и результата лечения. Также находит свое применение при донозологическом контроле в здравоохранении.

Методы математического моделирования, проникшие во все сферы современных знаний, эффективно работают и помогают исследователям решать многие практические задачи, благодаря математическому, а чаще всего статистическому аппарату. Этот аппарат с течением времени развивается, прогрессирует и становится более доступным для обработки различного рода информации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бакаева О.А. О необходимости исследования зависимости между качественными переменными с помощью таблиц сопряженности // Современные тенденции в образовании и науке: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции: в 26 частях. Тамбов: Изд-во ТРОО «Бизнес-Наука-Общество», 2013. Часть 5. С. 12-13.

2. Бакаева О.А. Особенности использования кросстабуляции в педагогике и образовательном процессе // Интеграция образования. 2012. № 1. С. 58-61.

3. Бикмурзина Р.Р., Бакаева О. А. Приложения статистического анализа к обработке результатов медицинских экспериментов // Технические и естественные науки: проблемы, теория, практика : межвуз. сб. науч. тр. Вып. 8. Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2008. С. 187-190.

4. Бакаева О.А. Разработка и реализация численных методов исследования зависимости категориальных переменных на основе таблиц сопряженности: дис. … канд. техн. наук: 05.13.18: защищена 27.06.2013. Воронеж, 2013. 177 с.

5. Бакаева О.А. Разработка и реализация численных методов исследования зависимости категориальных переменных на основе таблиц сопряженности: автореферат дис. ... кандидата технических наук: 05.13.18. Воронеж, 2013. 18 с.

6. Бакаева О. А. Математическое и программное обеспечение подсистемы принятия решений по выявлению групп населения, потенциально подверженных повышенному риску нового заболевания // Системы управления и информационные технологии. 2012. № 4.1(50). С. 116-120.

STOCHASTIC MODEL OF DEPENDENCE OF CATEGORICAL VARIABLES IN EPIDEMIOLOGICAL APPLICATIONS

© 2015

O.A. Bakaeva candidate of technical sciences,
Associate professor of Department of Informatics and Computer facilities
Mordovian State Pedagogical Institute named after M. E. Evsevjev,
Saransk (Russia), helga_rm@rambler.ru

УДК 576.52 +537.634

УПРАВЛЯЕМОЕ НИЗКОЧАСТОТНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ВЫСВОБОЖДЕНИЕ ЛЕКАРСТВ ИЗ ФУНКЦИОНАЛИЗОВАННЫХ МАГНИТНЫХ НАНОЧАСТИЦ

© 2015

Ю.И. Головин, доктор физико-математических наук, профессор
ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова», Химический факультет, Москва (Россия); Наноцентр, ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина», Наноцентр, Тамбов (Россия), golovin@tsu.tmb.ru
С.Л. Грибановский
Наноцентр, ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина», Наноцентр, Тамбов (Россия)
Д.Ю. Головин
Наноцентр, ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина», Наноцентр, Тамбов (Россия)
Н.Л. Клячко, доктор химических наук, профессор
ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова», Химический факультет, Москва (Россия)
А.Г. Мажуга, доктор химических наук, профессор
ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова», Химический факультет, Москва (Россия); ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия)
А.В. Кабанов, доктор химических наук, профессор
Center for Nanotechnology in Drug Delivery , UNC Eshelman School of Pharmacy, University of North Carolina at Chapel Hill, NC (USA)

Контролируемое высвобождение (КВ) лекарств и генов из транспортных модулей нанометровых размеров – одна из ключевых составляющих концепции адресной доставки лекарств [1]. Известно несколько подходов к КВ: изменение pH среды, лазерное и ультразвуковое стимулирование, магнитная гипертермия (МГ) в радиочастотном (частота $f \sim 0.1 – 1$ МГц) магнитном поле и другие [1, 2]. Все они обладают теми или иными родовыми недостатками (в частности, для большинства характерны недостаточная локальность и селективность, побочные эффекты и др.), что ограничивает потенциал их применения.

В ряде работ, первоначально сориентированных на развитие техники МГ [3-7], было установлено, что биохимический отклик системы обусловлен не только тепловыделением в магнитных наночастицах (МНЧ) , но и какими-то другими, нетепловыми факторами, которые авторы этих работ обозначили как «механические», «вибрационные», «ультразвуковые», не уточняя конкретных механизмов. Заметим, что для таких гипотез имеются некоторые физические основания. Действительно, МНЧ, помещенные в переменное магнитное поле (ПМП) помимо разогрева (вследствие магнитной релаксации – переориентации магнитных моментов $\boldsymbol{\mu}$ в магнитном поле) испытывают и механическое воздействие. В однородном ПМП с индукцией $\boldsymbol{B}$ – это вращающий момент $\boldsymbol{T} = \boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{B}$, а в неоднородном – еще и сила $\boldsymbol{F} = (\boldsymbol{\mu} \nabla)\boldsymbol{B}$. В [8] разработана теория генерации ультразвукового излучения магнитными наночастицами,

помещенными в вязкую среду, под действием неоднородного ПМП. Однако такой метод активации биохимических объектов имеет ряд неустранимых недостатков. Он требует одновременно высокой частоты f ПМП (f ~ 1 МГц), высокой вязкости раствора η (~ 1 Па·с) и большого градиента ПМП (100 – 1000 Тл/м), что неудобно, а в большинстве случаев и невыполнимо в биохимических экспериментах. Кроме того, наличие большого градиента у ПМП не позволяет обеспечить одинаковые условия в разных точках объекта, а значит и надежного дозирования воздействия поля. Все это лишает практической перспективы такой подход к стимулированию биосистемы с помощью ПМП.

В работах нескольких групп – S. Nappini [9], J. Dobson [10] и V. Novosad с соавторами [11] с целью снижения разогрева МНЧ в ПМП до пренебрежимо малого уровня (в первом приближении нагрев прямо пропорционален f) и усиления «механических» факторов, частоту ПМП сознательно выбирали на 4-5 порядков величины более низкую, чем для МГ. В ПМП с частотой f ~ 1-100 Гц и локальным, и общим разогревом можно пренебречь при любой концентрации и теплогенерирующей способности МНЧ и индукции ПМП.

В вышеупомянутых работах [9-11] в качестве носителей лекарственных средств использовали различные объекты: липосомы, везикулы, наногели, магнитные наночастицы и др. В случае оболочечных носителей рассчитывали на разрыхление/деструкцию мембраны магнитными наночастицами, совершающими вращательно-колебательные движения в ПМП, и, как следствие, увеличение проницаемости оболочки или ее полное разрушение. Для носителей на основе МНЧ, окруженных шубой из полимерных молекул, рассматривали возможность «вытряхивания» лекарственных молекул (ЛМ), предварительно загруженных в это рыхлое облако, вследствие переориентации МНЧ в ПМП [11]. Однако детальной теории или количественных моделей подобных процессов пока не разработано.

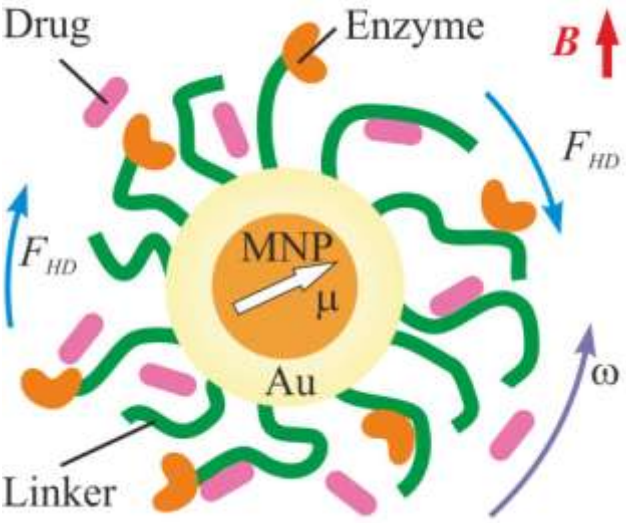


Рисунок 1 - Функционализованная МНЧ

В настоящей работе обсуждается физическая модель возможных процессов контролируемого высвобождения ЛМ из носителей на основе МНЧ, покрытых полимерной шубой, с помощью однородного низкочастотного (негреющего) ПМП. Понимание механизмов КВ позволяет сформулировать требования к составу и дизайну комплексов на основе МНЧ и оптимизировать параметры ПМП. Носитель может представлять собой core-shell наностуктуру, содержащую магнитное ядро (собственно МНЧ), покрытое золотой оболочкой, к которой легко пришить ковалентной связью необходимые полимерные лиганды (рис. 1). Молекулы активного вещества (лекарства, ферменты, ингибиторы, ДНК и др.) могут располагаться между полимерными цепями и прикрепляться к ним за счет различных взаимодействий и связей.

Энергия связи U_b должна быть оптимальной с точки зрения легкости загрузки ЛМ, их надежного удержания в условиях действия окружающей среды и удобства контролируемого выпуска. С одной стороны она должна быть достаточной для того, чтобы ЛМ не выходили из комплекса под действием тепловых колебаний, случайных столкновений МНЧ между собой, вариаций pH среды и др. С другой стороны величина U_b не должна быть чрезмерно большой, чтобы вращательно-колебательное движение МНЧ под действием ПМП приводило к выгрузке ЛМ из полимерной «шубы». Таким образом, целесообразно рассмотреть ван-дер-ваальсово и электростатическое взаимодействие ЛМ и лигандов, а также водородные связи. Простые оценки показывают, что ковалентные связи слишком прочны, чтобы их можно было разорвать с помощью ПМП лабораторной напряженности при любых мыслимых условиях.

При ван-дер-ваальсовой связи энергетический профиль (рис. 2) имеет почти плоское дно (1) со случайными возмущениями, создаваемыми локальными взаимодействиями соседних лигандов, их локальной кривизной и др. На этом фоне могут возникать небольшие ямки, обусловленные автолокализацией ЛМ на полимерном лиганде. При наличии водородных связей или электростатического взаимо-действия ЛМ с лигандом эти ямки будут иметь большую величину (2) и регулярность. Слева профиль заканчивается бесконечно высокой вертикальной стеной, возникающей из-за ограничения движения влево при контакте с МНЧ, а справа – барьером конечной высоты, которая определяется энергией отрыва ЛМ от лиганда.

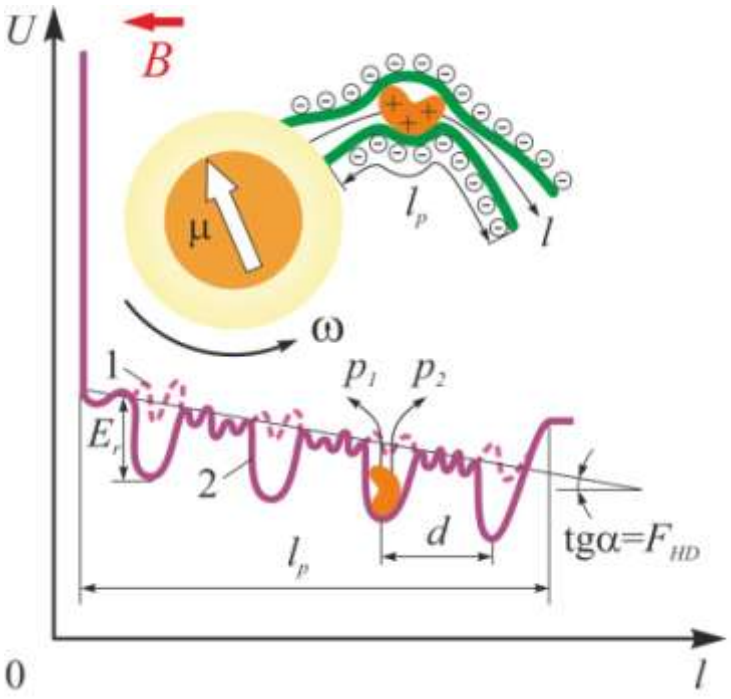


Рисунок 2 - Потенциал взаимодействия ЛМ и линкера при ван-дер-ваальсовых связях (1) и водородных или электростатических связях (2)

Рассмотрим теперь поведение МНЧ при включении ПМП. Как известно, энергия системы минимизируется, когда вектора **μ** и ***B*** совпадают по направлению. В дальнейшем будем полагать, что релаксация магнитного момента МНЧ при смене направления ***B*** в процессе изменения поля по синусоидальному закону с частотой *f* происходит путем ее поворота зацело, т.е. по механизму Брауна. С этим процессом может конкурировать релаксация по Неелю, когда МНЧ остается неподвижной, а по полю поворачиваются спины каждого атома в ферромагнетике, преодолевая энергетический барьер кристаллографической анизотропии. Для того, чтобы релаксация по Брауну

опережала релаксацию по Неелю, необходимо, чтобы МНЧ имела радиус больше некоторого критического значения R_c, которое зависит от природы ферро- или ферримагнетика. Для магнетита - наиболее часто используемого материала МНЧ - $R_c \approx 6$ nm. Следовательно, для обеспечения максимальной эффективности преобразования энергии ПМП в энергию механического движения МНЧ должна иметь радиус $R_m > R_c$. Тогда под действием вращающего момента сил $\boldsymbol{\mu}\times\boldsymbol{B}$ МНЧ придет во вращательно-колебательное движение, вследствие чего дно энергетического профиля (рис. 2) приобретает наклон, который возникает из-за действия сил гидродинамического сопротивления F_{HD} на ЛМ. Принципиально важно, что этот наклон всегда направлен от МНЧ, хотя и меняет свою величину во времени при осциллировании ПМП.

Вращательное движение свободной сферической МНЧ в вязкой среде под действием внешнего переменного магнитного поля описывается уравнением

$$I\ddot{\varphi} = \mu B(t)\sin\varphi - 8\pi\eta \cdot V_{\text{HD}} \cdot \dot{\varphi}, \qquad (1)$$

где φ – угол ориентации вектора магнитного момента к направлению силовых линий магнитного поля, V_{HD} – гидродинамический объём. Характерную частоту, выше которой инертными свойствами частиц пренебрегать нельзя, определим из соотношения $I\omega_I^2 = \mu B$. Получаем для частиц магнетита с радиусом магнитного ядра $R_m \sim 10$ нм, золотой оболочкой толщиной 5 - 8 нм и гидродинамическим радиусом $R_{HD} \sim 30$ нм в поле ~1 Тл характерное значение $\omega_I \sim 10^8$ с$^{-1}$. Соответственно, при $\omega < \omega_I$ уравнение (1) приобретает вид:

$$\omega_c \cdot \sin(\omega t)\sin\varphi = d\varphi/dt \qquad (2)$$

Здесь параметр $\omega_c = \mu B/(8\pi\eta V_{HD})$ имеет смысл характерной частоты, выше которой вязкое сопротивление будет оказывать существенное влияние на движение частицы. Для частицы магнетита с $R_m \sim 10$ нм и $R_{HD} \sim 30$ нм в поле ~1 Тл в водной среде $\omega_c \sim 10^5$ с$^{-1}$. Уравнение (2) имеет следующее решение:

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \operatorname{tg}\frac{\varphi_0}{2} \cdot \exp\left(\frac{\omega_c}{\omega}(1-\cos\omega t)\right) \qquad (3)$$

Согласно ему, МНЧ будет совершать периодическое движение, возвращаясь через полный период к своему начальному состоянию с углом φ_0. Однако реальное движение МНЧ из-за тепловых колебаний будет отличаться от указанного. Тепловые флуктуации необходимо учитывать лишь в те моменты, когда их энергия сопоставима с энергией МНЧ в магнитном поле при переходе последнего через ноль, т.е. когда выполняется соотношение $\mu B\sin\omega t \sim kT$. Для частиц магнетита с $R_m \sim 10$ нм в поле ~ 1 Тл доля периода, в котором МНЧ подвержена тепловым колебаниям, $\omega\tau \approx 10^{-3}$, а соответствующий временной интервал составляет $\tau \sim 10^{-6}$ с. Неопределённость углового положения МНЧ определяется соотношением Эйнштейна $\langle\varphi^2\rangle = kT \cdot t/(8\pi\eta V_{HD})$. Для частиц магнетита с $R_m \sim 10$ нм и $R_{HD} \sim 30$ нм в водном растворе $\langle\varphi^2\rangle \approx 10^4 t$. Отсюда среднее отклонение МНЧ за время τ составляет порядка 0,1 рад. Это отклонение приведёт к симметризации вращательного движения МНЧ относительно направления магнитного поля за несколько периодов его колебаний. Уравнение симметричного вращения (относительно положения $\varphi = \pi/2$) имеет вид

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \exp\left(-\frac{\omega_c}{\omega}\cos\omega t\right) \qquad (4)$$

На рис. 3 *а* представлены графики вращательного движения МНЧ при различных соотношениях параметров системы. Видно, что при $\omega << \omega_c$ частица совершает резкие перевороты в стиле flip-flop в моменты, когда поле меняет знак, переориентируясь вдоль направления поля. При $\omega \approx \omega_c$ вязкость существенно препятствует этому движению, уменьшая резкость и амплитуду скачков.

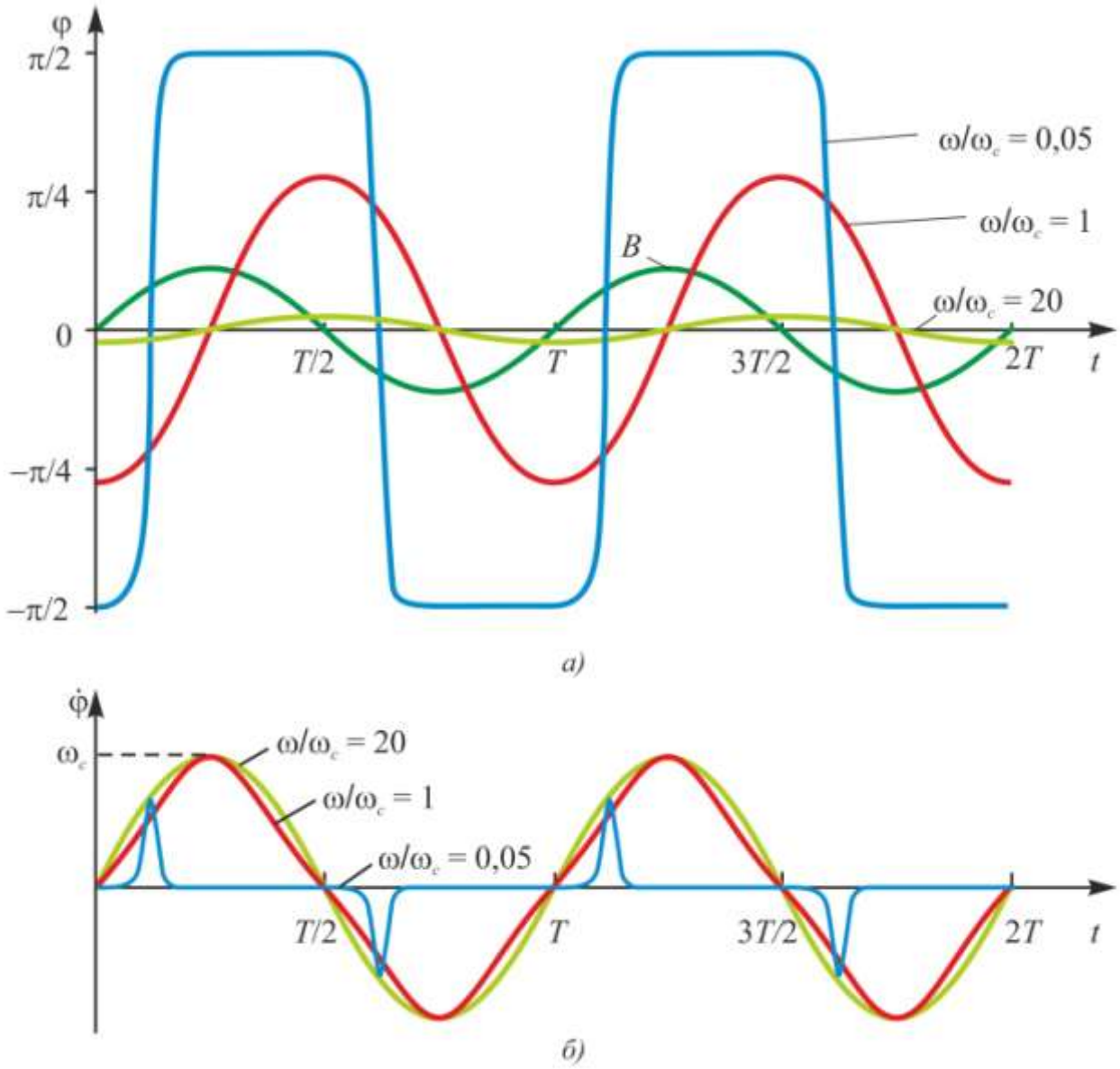


Рисунок 3 - Графики внешнего магнитного поля, вращательного движения МНЧ (*а*) и соответствующие кривые изменения мгновенного значения угловой скорости МНЧ (*б*) при различных соотношениях частоты внешнего поля ω и характерной $\omega_c = \mu B/(8\pi\eta V_{HD})$

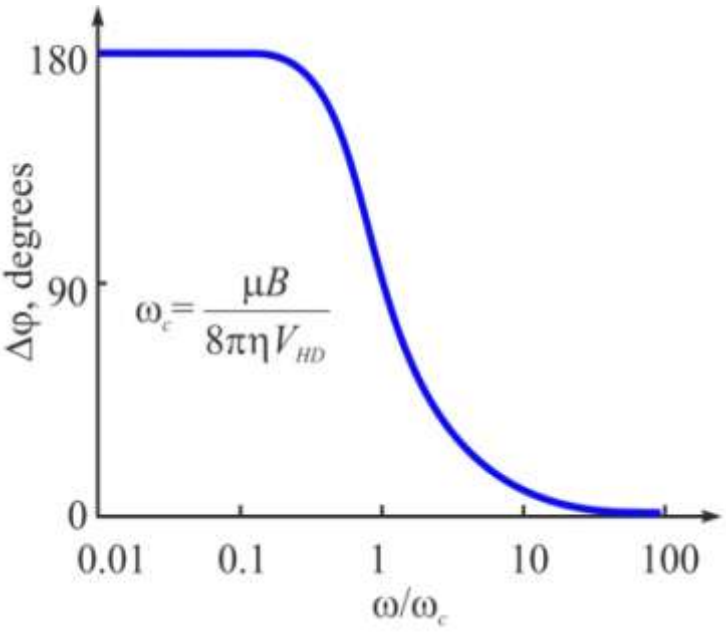


Рисунок 4 - Зависимость угла поворота МНЧ за полупериод действия внешнего ПМП от частоты поля ω

В другом предельном случае $\omega >> \omega_c$ колебания МНЧ будут крайне малы, их уравнение будет описываться гармоническим законом $\varphi = \pi/2 - (\omega_c/\omega)\cos\omega t$. Размах этих колебаний составляет $\Delta\varphi = 4\,\mathrm{arctg}(\exp(\omega_c/\omega)) - \pi$. График этой зависимости представлен на рис. 4. На низких частотах размах стремится к 180°, а с достижением характерной частоты ω_c резко уменьшается.

Сила гидродинамического вытягивания в потоке, действующая на прикреплённые к её оболочке молекулы, определяется формулой Стокса:

$$F_{HD} = 6\pi\eta R_{mol}\cdot v = 6\pi\eta R_{mol} R_{\mathrm{Au}}\cdot\dot{\varphi} \qquad (5)$$

Её мгновенное значение пропорционально текущей угловой скорости. Продифференцировав общее уравнение закона движения частицы (3) в явном виде $\varphi(t) = 2\,\mathrm{arctg}(\mathrm{tg}(\varphi_0/2)\exp((\omega_c/\omega)(1-\cos\omega t)))$, получаем зависимость мгновенного значения угловой скорости от времени: $\dot{\varphi}(t) = 2\mathrm{tg}(\varphi_0/2)\cdot\omega_c \sin\omega t\cdot\exp((\omega_c/\omega)(1-\cos\omega t))/\left(1+\mathrm{tg}^2(\varphi_0/2)\cdot\exp(2(\omega_c/\omega)(1-\cos\omega t))\right)$ Графики зависимости угловой скорости МНЧ, определяющей пропорционально гидродинамическую силу, от времени при различных параметрах системы представлены на рис. 3 *б*.

Асимптотика этой зависимости при $\omega >> \omega_c$ имеет вид: $\dot{\varphi}(t) = \omega_c\cdot\sin\varphi_0\sin\omega t$ (что соответствует исходному уравнению (2)). Отсюда видно, что при любой частоте максимальная угловая скорость частицы не превышает значения ω_c, определяемого отношением величин внешнего поля и вязкости среды. При оцененном выше значении $\omega_c = 10^5\ \mathrm{c}^{-1}$ для частиц с радиусом золотой оболочки 20 нм и молекул радиусом 2,5 нм в водной среде получаем максимальную силу 0,1 пН.

В пределе низких частот $\omega << \omega_c$ асимптотика выглядит следующим образом: $\dot{\varphi}(t) = 2\omega_c \sin\omega t/\mathrm{tg}(\varphi_0/2)\exp((\omega_c/\omega)(1-\cos\omega t))$. Чтобы определить максимальное значение угловой скорости, следует найти момент времени, в который оно достигается, приравняв нулю производную от этого выражения; получаем $\cos\omega t - (\omega_c/\omega)\sin^2\omega t = 0$. Из этого соотношения и условия $\omega_c/\omega >> 1$ следует, что $\omega t << 1$. Отсюда в тригонометрическом приближении малых углов получаем $\omega t = (\omega/\omega_c)^{1/2}$. Подставляя в выражение для угловой

скорости, находим её максимальное значение $\dot{\varphi}_{\max} = 2\mathrm{tg}^{-1}(\varphi_0/2)\sqrt{\omega_c/e}\cdot\sqrt{\omega}$, т.е. с частотой оно растёт как $\dot{\varphi}_{\max} \sim \sqrt{\omega}$. Отсюда также следует, что на высоких частотах максимальная гидродинамическая сила не зависит от вязкости окружающей среды, а в пределе низких частот пропорциональна $\sqrt{\eta}$.

Под действием тепловых колебаний ЛМ легко может покинуть свою потенциальную яму и переместиться в соседнюю, в этом случае задача определения её движения сходна с классической задачей движения абсолютно пьяного человека. Гидродинамическая сила, вызывающая наклон потенциального профиля (рис. 2) приводит к тому, что вероятности p_1 и p_2 перехода ЛМ в два соседних положения отличаются. Их отношение не зависит от конкретного профиля дна ямы:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\exp((E_r - d\cdot F_{HD})/kT)}{\exp((E_r + d\cdot F_{HD})/kT)} = \exp\left(-\frac{2d\cdot F_{HD}}{kT}\right) \quad (6)$$

Здесь E_r – глубина ямы, d – расстояние между соседними ямами. Поскольку $d\cdot F_{HD} \ll kT$, получаем отношение вероятностей $p_1/p_2 \approx 1 - 2d\cdot F_{HD}/(kT)$.

При достаточной длине линкера (а, следовательно, и количестве локальных минимумов N в создаваемой им потенциальной яме) даже небольшое различие вероятностей перескока внутрь и наружу вдоль линкера может привести к существенному ускорению диффузии ММ к его внешнему концу. На графике на рис. 5 представлена зависимость отношения времён освобождения ЛМ (т.е. достижения ею конца линкера) в отсутствие и при наличии поля от различия вероятностей соседних переходов внутрь и наружу.

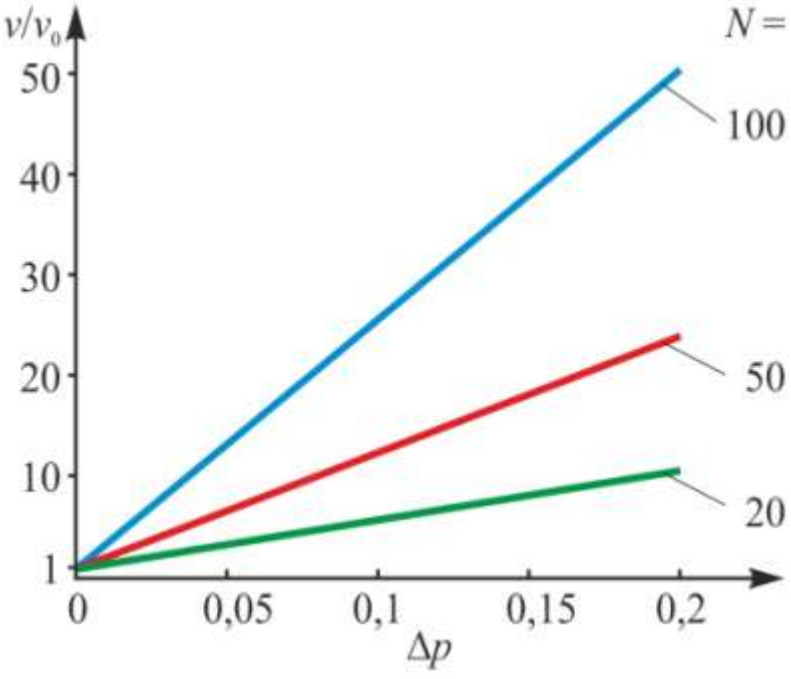


Рисунок 5 - Зависимость отношения скоростей достижения ЛМ конца линкера при наличии и в отсутствие поля от отклонения вероятностей соседних переходов между потенциальными ямами от основного (p = 0,5) значения для линкеров с количеством потенциальных ям N. Исходным считается положение ЛМ по центру линкера

Если принять d = 0,5 нм, то для вышеприведённой оценки F_{HD} = 0,1 пН при комнатной температуре получаем Δp = 0,2, что соответствует при N = 100 50-кратному увеличению скорости вымывания.

Стоит также отметить, что учет взаимодействия ММ друг с другом не вносит принципиальных изменений в результат воздействия поля, хотя и

несколько уменьшает его.

Наномеханическая активация биосистем с помощью оптимизированных МНЧ и однородного ПМП (в частности, контролируемое высвобождение ЛМ из носителей) может использоваться как самостоятельно, так и сочетаться с магнитной гипертермией, что определяется надлежащим выбором частоты f поля. В отличие от МГ, магнитомеханическая активация использует более безопасные низкочастотные ПМП и может быть локализована на молекулярном уровне. Она слабо зависит от температуры окружающей среды и концентрации МНЧ, что снижает риск передозировки.

Работа выполнена при поддержке гранта Министерства образования и науки РФ К1-2014-022 (разработка моделей) и Российского научного фонда 14-13-00731 (проведение компьютерных вычислений).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Drug Delivery Systems (Ed. K.K Jain). Series: Methods in Molecular Biology. Springer. New York. 2014. V. 1141. 280 p.

2. Zhang H., Wang G., Yang H. Drug delivery systems for differential release in combination therapy // Expert Opinion Drug Delivery. 2011. V. 8(2). P. 171-190.

3. Creixell M., Bohorquez A.C., Torres-Lugo M., Rinaldi C. EGFR-targeted magnetic nanoparticle heaters can kill cancer cells without a perceptible temperature rise // ACS Nano. 2011. V. 5(9). P. 7124-7129.

4. Asín L., Ibarra M.R., Tres A., Goya G.F. Controlled cell death by magnetic hyperthermia: effects of time, field amplitude and nanoparticle concentration // Pharm. Res. 2012. V. 29. P. 1319-1327.

5. Peiris P.M., Bauer L., Toy R., Tran E., Pansky J., Doolittle E., E. Schmidt, Hayden E., Mayer A., Keri R.A., Griswold M.A., Karathanasis E. Enhanced delivery of chemotherapy to tumors using a multi-component nanochain with radiofrequency-tunable drug release // ACS Nano. 2012. V. 6. No. 5. P. 4157-4168.

6. Domenech M., Marrero-Berrios I., Torres-Lugo M., Rinaldi C. Lysosomal membrane permeabilization by targeted magnetic nanoparticles in alternating magnetic fields // ACS Nano. 2013. V. 7(6). P. 5091-5101.

7. Goya G.F., Asın L., Ibarra M.R. Cell death induced by AC magnetic fields and magnetic nanoparticles: Current state and perspectives // Int. J. Hyperthermia. Early Online. 2013. P. 1-9.

8. Carrey J., Connord V., Respaud M. Ultrasound generation and high-frequency motion of magnetic nanoparticles in an alternating magnetic field : toward intracellular ultrasound therapy? // Appl. Phys. Lett. 2013. P. 102. P. 232404 (1-5).

9. Nappini S., Bonini M., Bombelli F.B., Pineider F., Sangregorio C., Baglioni P., Nordèn B. Controlled drug release under a low frequency magnetic field: effect of the citrate coating on magnetoliposomes stability // Soft Matter. 2011. V. 7. P. 1025-1037.

10. Dobson J. Nanomagnetic actuation: remote control of cells // Nature Nanotechnology. 2008. V. 3. P. 139-143.

11. Vitol E.A., Novosad V., Rozhkova E.A. Microfabricated magnetic structures for future medicine: from sensors to cell actuators // Nanomedicine (London). 2012. V. 9. P. 1611-1624.

DRUG RELEASE FROM FUNCTIONALIZED MAGNETIC NANOPARTICLES CONTROLLED BY LOW FREQUENCY MAGNETIC FIELD

© 2015

Yu.I. Golovin, doctor of physical and mathematical sciences, professor
Moscow State University, Chemical faculty, Moscow (Russia);
Research and Education Center «Nanotechnologies and Nanomaterials», Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov (Russia),
golovin@tsu.tmb.ru
N.L. Klyachko, doctor of chemical sciences, professor
Moscow State University, Chemical faculty, Moscow (Russia)
S.L. Gribanovskiy
Research and Education Center «Nanotechnologies and Nanomaterials», Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov (Russia)
D.Yu. Golovin
Research and Education Center «Nanotechnologies and Nanomaterials», Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov (Russia)
A.G. Majouga, doctor of chemical sciences, professor
Moscow State University, Chemical faculty, Moscow (Russia);
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia)
A.V. Kabanov, Dr. Sci., professor
Moscow State University, Chemical faculty, Moscow (Russia);
Center for Nanotechnology in Drug Delivery, UNC Eshelman School of Pharmacy, University of North Carolina at Chapel Hill, NC (USA)

УДК 517.968.23

О РЕШЕНИИ ВТОРОЙ ОСНОВНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТИПА РИМАНА ДЛЯ ТРИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ПЛОСКОСТИ СО ЩЕЛЯМИ

© 2015

И.М. Зуева, студентка 5 курса физико-математического факультета
ФГБОУ ВПО «Смоленский государственный университет», Смоленск (Россия), irishka_15_93@mail.ru
И.Б. Болотин, декан физико-математического факультета, кандидат физико-математических наук, доцент
ФГБОУ ВПО «Смоленский государственный университет», Смоленск (Россия), Ibbolotin@smolgu.ru

1. Постановка задачи. Исключим из полной комплексной плоскости попарно непересекающиеся отрезки действительной оси $[a_m;b_m]$ ($m=1,2,\ldots,n$, $n\in N$) и пусть D есть оставшаяся область. Под границей L области D будем понимать выброшенные отрезки (разрезы). Таким образом, $L=\bigcup_{m=1}^{n}[a_m;b_m]$ и $D=\overline{C}\setminus L$. Концы контура L будем называть узлами и обозначать c_p $(p=1,2,\ldots,2n)$.

В дальнейшем, в основном, будем использовать термины и обозначения принятые в [1].

Рассмотрим следующую краевую задачу: *Требуется найти все трианалитические функции* $F(z)$ *принадлежащие классу* $A_3(D)\cap I^{(4)}(L)$ [2], *исчезающие на бесконечности, ограниченные вблизи узлов контура* L *и удовлетворяющие во всех обыкновенных точках* L *следующим краевым условиям:*

$$F^+(t)=G_0(t)F^-(t)+g_0(t), \tag{1}$$

$$\frac{\partial F^+(t)}{\partial n_+}=-G_1(t)\frac{\partial F^-(t)}{\partial n_-}+ig_1(t), \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 F^+(t)}{\partial n_+^2}=-G_2(t)\frac{\partial^2 F^-(t)}{\partial n_-^2}-g_2(t), \tag{3}$$

где $\frac{\partial}{\partial n_+}\left(\frac{\partial}{\partial n_-}\right)$ *– производная по левой (правой) нормали к контуру* L, *а* $G_k(t)$, $g_k(t)$ $(k=0,1,2)$ *– заданные на* L *функции класса* $H_0^{(4-k)}(L)$, *причем* $G_k(t)\neq 0$ *на* L. Здесь множители (-1) при $G_1(t)$ и $G_2(t)$, а так же множитель i^k при $g_k(t)$ соответственно введены для удобства в дальнейших обозначениях.

Сформулированную задачу будем называть *второй основной краевой задачей типа Римана для трианалитических функций в плоскости со щелями* или задачей $R_{2,3}$ *в плоскости со щелями*, а соответствующую однородную задачу $(g_0(t)\equiv g_1(t)\equiv g_2(t)\equiv 0)$ назовем *задачей* $R_{2,3}^0$ *в плоскости со щелями*.

Отметим, что первая основная краевая задачи типа Римана $R_{1,3}$ была полностью исследована в работах авторов [3-4].

2. О решении задачи $R_{2,3}$ в плоскости со щелями. Известно ([1], [3]), что всякую исчезающую на бесконечности трианалитическую функцию $F(z)$ с линией скачков L можно представить в виде:

$$F(z)=\varphi_0(z)+\bar{z}\varphi_1(z)+\bar{z}^2\varphi_2(z), \tag{4}$$

где $\varphi_0(z)$, $\varphi_1(z)$, $\varphi_2(z)$ – аналитические в области D функции, причем

$$\prod\{\varphi_k,\infty\}\geq 1+k,\ k=0,1,2. \tag{3}$$

Будем искать решение задачи $R_{2,3}$ в виде:

$$F(z)=f_0(z)+(\bar{z}-z)f_1(z)+(\bar{z}-z)^2 f_2(z), \tag{5}$$

где $f_0(z)$, $f_1(z)$, $f_2(z)$ аналитические в области D функции, связанные с аналитическим компонентами формулами:

$$\begin{aligned}\varphi_0(z)&=f_0(z)-zf_1(z)+z^2 f_2(z),\\ \varphi_1(z)&=f_1(z)-2zf_2(z),\\ \varphi_2(z)&=f_2(z).\end{aligned} \tag{6}$$

Так как отрезки L_m $(m=1,\ldots,n)$ лежат на вещественной оси, то [5, с.301]

$$\frac{\partial}{\partial n_{\pm}} = \pm\frac{\partial}{\partial y} = \pm i\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\right).$$

Тогда с учетом (6) и в силу того, что на L выполняется равенство $t = \bar{t}$, краевые условия (1), (2) и (3) можно переписать соответственно в виде:

$$f_0^+(t) = G_0(t)\, f_0^-(t) + Q_0(t), \tag{7}$$

$$f_1^+(t) = G_1(t)\, f_1^-(t) + Q_1(t) \tag{8}$$

$$f_2^+(t) = G_2(t)\, f_2^-(t) + Q_2(t) \tag{9}$$

или

$$f_k^+(t) = G_k(t)\, f_k^-(t) + Q_k(t), \qquad k = 0, 1, 2, \tag{10}$$

где

$$Q_0(t) = g_0(t),$$

$$Q_1(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{df_0^+(t)}{dt} - G_1(t)\frac{df_0^-(t)}{dt} - g_1(t)\right),$$

$$Q_2(t) = \frac{1}{8}\left(-\frac{d^2 f_0^+(t)}{dt^2} + G_2(t)\frac{d^2 f_0^-(t)}{dt^2} + 4\frac{df_1^+(t)}{dt} - 4G_2(t)\frac{df_1^-(t)}{dt} + g_2(t)\right). \tag{9}$$

Равенства (10) при фиксированном k представляют собой краевые условия обычных задач Римана для аналитических функций в плоскости со щелями ([5]).

Таким образом, мы получили, что решение рассматриваемой задачи сводится к последовательному решению трех краевых задач Римана вида (10) (при фиксированном значении $k = 0, 1, 2$) в классах кусочно-аналитических функций с линией скачков L.

Так как по условию задачи $R_{2,3}$ ищутся решения, ограниченные вблизи узлов и исчезающие на бесконечности, то возникает необходимость в выборе определенных классов аналитических функций, в которых следует искать решения задач (10).

Из равенств (6) видно, что функция $f_0(z)$ должна иметь на бесконечности нуль не ниже первого порядка, $f_1(z)$ – нуль не ниже второго порядка, а $f_2(z)$ - нуль не ниже третьего порядка.

Изучим поведение функции $F(z)$ вблизи узлов контура L. Пусть c – любой из узлов, тогда справедливо соотношение $\bar{c} = c$.

В окрестности узлов справедливы следующие оценки:

$$\begin{aligned}
&|F(z)| = \left| f_0(z) + (\bar{z} - z)\, f_1(z) + (\bar{z} - z)^2\, f_2(z)\right| \le \\
&\le |f_0(z)| + |\bar{z} - z|\, |f_1(z)| + |\bar{z} - z|^2 |f_2(z)| = \\
&= |f_0(z)| + |\bar{z} - \bar{c} + c - z|\, |f_1(z)| + |\bar{z} - \bar{c} + c - z|^2 |f_2(z)| \le \\
&\le |f_0(z)| + 2|z - c|\, |f_1(z)| + 4|z - c|^2 |f_2(z)|;
\end{aligned} \tag{11}$$

$$
\begin{aligned}
&|F(z)| \geq |f_0(z)| - |f_1(z)|\left|\overline{z} - z\right| - |f_2(z)|\left|\overline{z} - z\right|^2 = \\
&= |f_0(z)| - |f_1(z)|\left|\overline{z} - \overline{c} + c - z\right| - |f_2(z)|\left|\overline{z} - \overline{c} + c - z\right|^2 \geq \\
&\geq |f_0(z)| - |f_1(z)|\left|\overline{z} - \overline{c}\right| - |f_1(z)|\,|z - c| - \\
&- |f_2(z)|\left|\overline{z} - \overline{c}\right|^2 - 2|f_2(z)|\left|\left(\overline{z} - \overline{c}\right)(z - c)\right| - |f_2(z)|\,|z - c|^2 = \\
&= |f_0(z)| - 2|f_1(z)|\,|z - c| - 4|f_2(z)|\,|z - c|^2.
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Таким образом, для того чтобы функция $F(z)$ была ограничена вблизи узлов контура L, *необходимо и достаточно*, чтобы функции $f_k(z)$ $(k = 0, 1, 2)$ удовлетворяли неравенствам вида:

$$
|f_k(z)| < \frac{const}{|z - c|^{k-2+\alpha_k}}, \qquad 0 \leq \alpha_k < 1. \tag{13}
$$

В самом деле, если функции $f_k(z)$ $(k = 0, 1, 2)$ удовлетворяют условию (13), то функции $f_0(z)$ и $f_1(z)$ будут ограничены вблизи узлов c, а функция $f_2(z)$ будет допускать в некоторой окрестности точки c оценку (12) Тогда, в силу неравенств (11) искомая трианалитическая функция $F(z)$ будет ограничена вблизи узла c.

Верно и обратное. Пусть функция $F(z)$ класса $A_3(D) \cap I^{(4)}(L)$ ограничена вблизи узла c, тогда функции $f_2(z)$ должна допускать оценку (13), так как в противном случае не будут найдены *все* решения рассматриваемой задачи, а из неравенств (12) следует, что функции $f_0(z)$ и $f_1(z)$ должны быть ограничены в окрестности узла c.

Свободный член $Q_2(t)$ задачи (9) должен быть почти нулевого порядка, тогда решение задачи (7) следует искать в классе функций почти минус второго порядка, а решение задачи (8) - в классе функций почти минус первого порядка.

Итак, изучив поведение искомой трианалитической функции $F(z)$ в окрестности бесконечно удаленной точки и в окрестности концов контура L, мы установили, что решение краевых задач (10) (при фиксированном значении $k = 0, 1, 2$) следует искать в классе функций, имеющих на бесконечности ноль $k+1$ порядка, а в узлах контура L решение задачи (10) (при фиксированном значении $k = 0, 1, 2$) ищется в классах функций почти $k-2$ порядка.

Таким образом, справедлив следующий основной результат.

Теорема. *Пусть* $L = \bigcup_{m=1}^{n} [a_m; b_m]$, $D = \overline{C} \setminus L$. *Тогда решение задачи* $R_{2,3}$ *в плоскости со щелями сводится к последовательному решению трех скалярных задач Римана (10)* (при фиксированном значении $k = 0, 1, 2$). Решение задач (10) (при фиксированном значении $k = 0, 1, 2$) требуется искать в классах функций, имеющих на бесконечности ноль $k+1$ порядка, а в узлах контура L решение задачи (10) (при фиксированном значении $k = 0, 1, 2$) ищется в классах функций почти $k-2$ порядка.

Задача $R_{2,3}$ *разрешима тогда и только тогда, когда одновременно разрешимы задачи (10)* (при фиксированном значении $k = 0, 1, 2$) *в указанных классах функций.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Расулов К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения. Смоленск: Изд-во СГПУ, 1998.

2. Болотин И.Б. Об одном обобщении теоремы Лорана // Известия Смоленского государственного университета. Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2011. № 2. С. 127–133.

3. Болотин И.Б., Зуева И.М. О решении первой основной краевой задачи типа Римана для трианалитических функций в плоскости со щелями // Материалы 3-й научно-практической internet-конференции «Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики». Ульяновск: SIMJET, 2014. С. 116-122.

4. Болотин И.Б., Зуева И.М. О нетеровости первой основной краевой задачи типа Римана для трианалитических функций в плоскости со щелями // Материалы международной конференции «Системы компьютерной математики и их приложения». Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2014. № 15. С. 152-153.

5. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М.: Наука, 1977.

ABOUT THE SOLUTION OF THE SECOND BOUNDARY VALUE PROBLEM OF THE RIEMANN'S TYPE IN CLASS THREEANALYTICAL FUNCTIONS IN THE PLANE WITH SLOTS

© 2015

I.M. Zueva, student of the 5th course of physico-mathematical department
Smolensk State University, Smolensk (Russia), irishka_15_93@mail.ru

I.B. Bolotin, dean of physical and mathematical faculty, candidate of physical and mathematical sciences, docent
Smolensk State University, Smolensk (Russia), Ibbolotin@smolgu.ru

УДК 504.064.2: 502.057: 519.876

ДИНАМИКА РОСТА В ОНТОГЕНЕЗЕ ЛИСТЬЕВ ЛИПЫ ОКОЛО АВТОМОБИЛЬНОЙ ДОРОГИ

© 2015

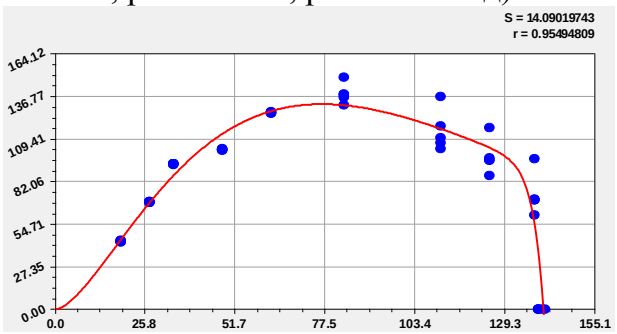
А.И. Кудряшова, магистрант ЗУм-21 направления
120700.68 «Землеустройство и кадастры»
ФГБОУ ВПО «Поволжский государственный технологический университет», Йошкар-Ола (Россия), Little-one7@yandex.ru

Введение. Предлагаемое техническое решение может быть использовано при экологическом и технологическом мониторинге за молодыми древесными растениями около автомобильных трасс с интенсивным движением.

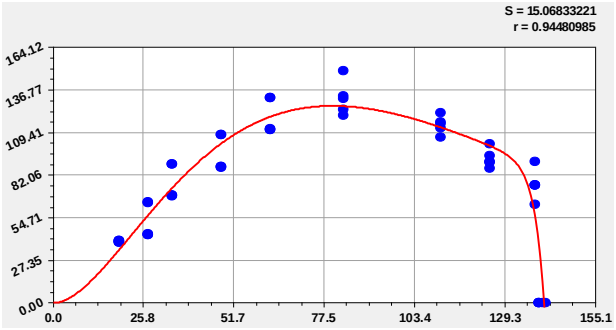
Сущность заключается в том, что от середины корневой шейки до примерного центра каждой из четырех локальных зон рулеткой измеряют расстояние от вертикальной оси ствола дерева в середине корневой шейки, а также миллиметровой линейкой высоты у группы учетных листьев от почвы [1-5].

Положительный эффект заключается в том, что впервые точно можно выявлять закономерности динамики поведения за весь цикл онтогенеза по измеренным 20 учетным листам по всему дереву липы, а также по четырем группам листьев в разных локальных зонах по сторонам света по максимальным значениям параметров учетных листьев.

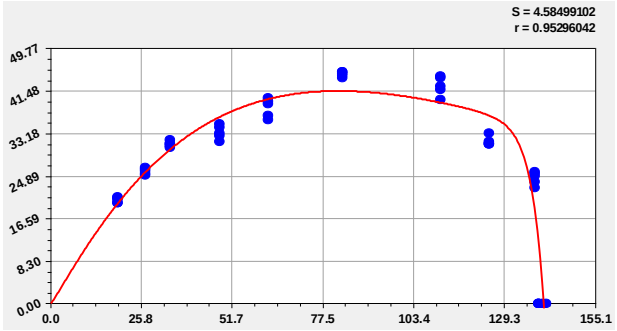
Статистическим моделированием идентифицируются закономерности в виде структур $a = f(t)$, $b = f(t)$, $P = f(t)$ и $S = f(t)$, у которых имеются два нуля – в начале и в конце цикла онтогенеза. Для каждой стороны света были выполнено отдельное статистическое моделирование (рис. 1 - север, рис. 2 – восток, рис. 3 – юг, рис. 4 - запад).



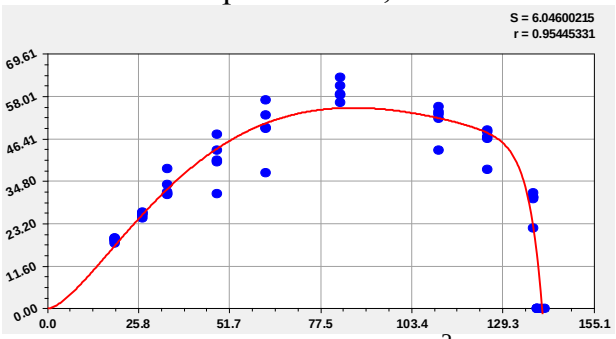
Длина листа, мм



Ширина листа, мм

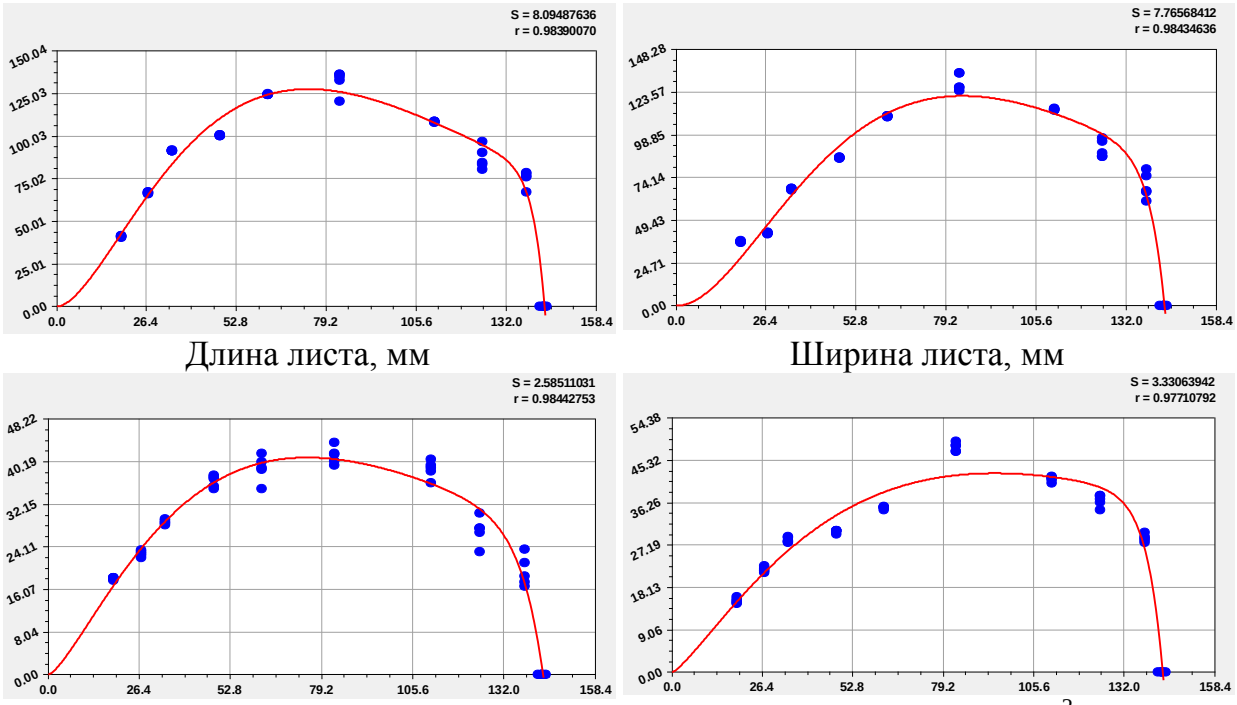


Периметр листа, см



Площадь листа, см^2

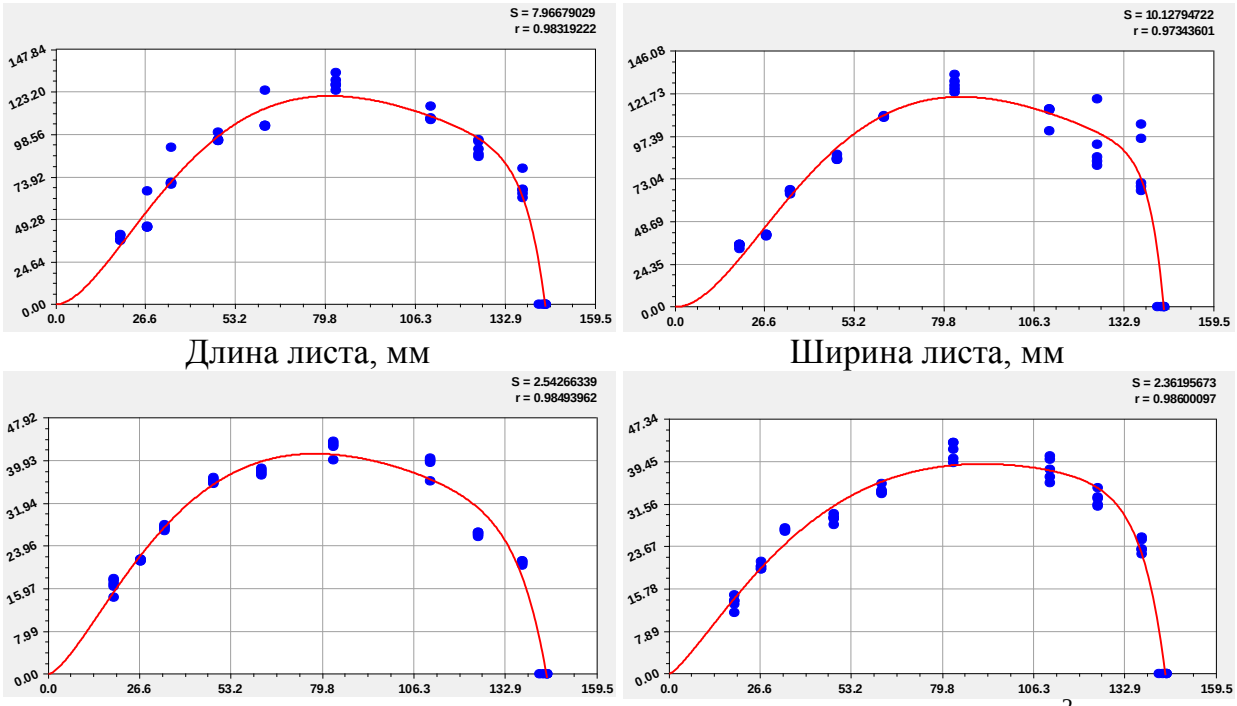
Рисунок 1 - Графики закономерности динамики онтогенеза учетных листьев на северной стороне от ствола дерева липы



Длина листа, мм Ширина листа, мм

Периметр листа, см Площадь листа, см^2

Рисунок 2 - Графики закономерности динамики онтогенеза учетных листьев на восточной стороне от ствола дерева липы

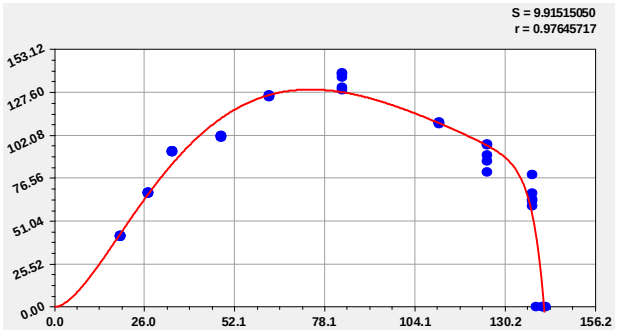


Длина листа, мм Ширина листа, мм

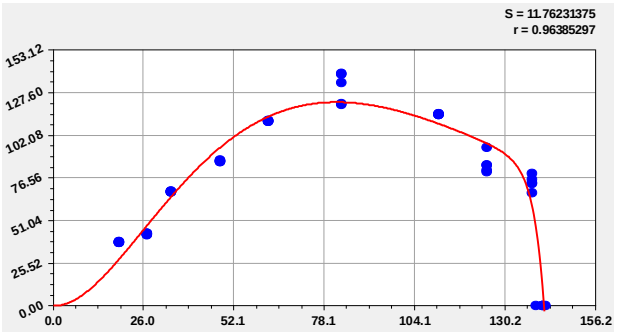
Периметр листа, см Площадь листа, см^2

Рисунок 3. Графики закономерности динамики онтогенеза учетных листьев на южной стороне от ствола дерева липы

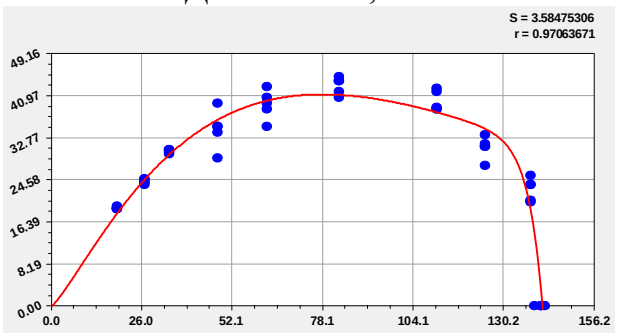
Отдельно была получена среднестатистическая закономерность для всех 20 учетных листьев по всем четырем сторонам света (рис. 5). Графики показывают, что около дороги стороны света мало влияют на онтогенез учетных листьев. Только периметр и площадь учетного листа при времени вегетации 83 сутки резко отличаются друг друга. Но затем снова разброс точек снижается.



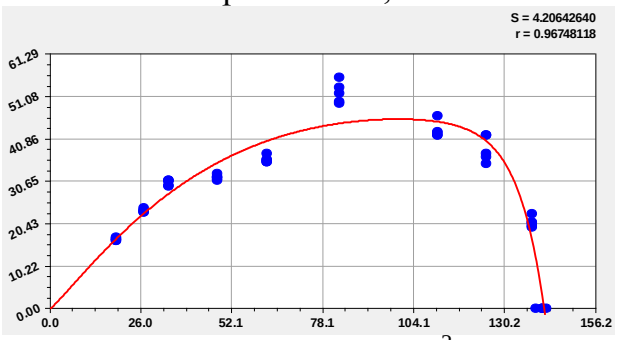
Длина листа, мм



Ширина листа, мм

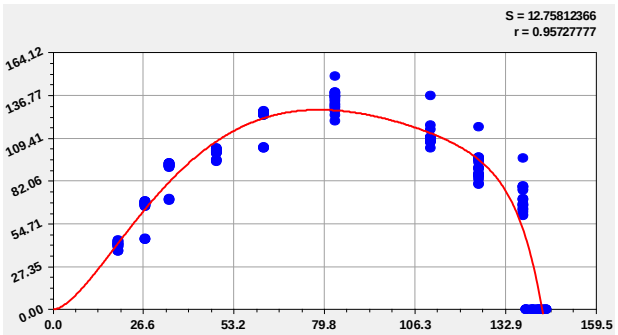


Периметр листа, см

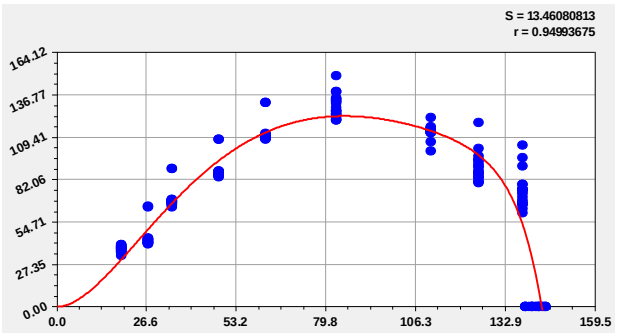


Площадь листа, см^2

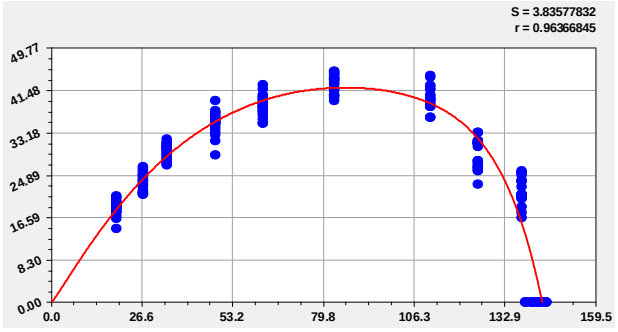
Рисунок 4 - Графики закономерности динамики онтогенеза учетных листьев на западной стороне от ствола дерева липы



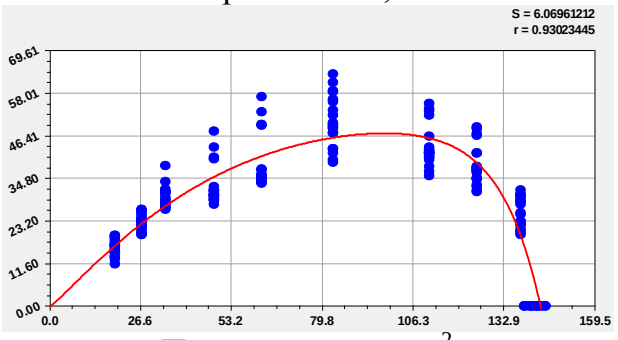
Длина листа, мм



Ширина листа, мм



Периметр листа, см



Площадь листа, см^2

Рисунок 5 - Графики закономерности динамики онтогенеза по всем 20 учетным листьям на дереве липы

Далее покажем закономерности среднестатистической динамики четырех основных параметров по сторонам света и у 20 учетных листьев.

Общая закономерность онтогенеза. Онтогенез листьев липы в загрязненной воздушной среде от начала одновременного распускания почек до опадения листа проходит по биотехнической закономерности вида

$$y = a_1 t^{a_2} \exp(-a_3 t) - a_4 \exp(a_5 t), \quad (1)$$

где y - показатель, как один из параметров листа (длина, ширина, периметр, площадь),

t - вегетационное время с начала онтогенеза с момента одновременного распускания почек до опадения у всех листьев дерева, сутки,

$a_1 t^{a_2} \exp(-a_3 t)$ - биотехнический закон динамики параметров листьев в онтогенезе растения в цикле вегетационного периода от распускания почек до опадения листьев,

$-a_4 \exp(a_5 t)$ - негативное влияние (торможение из-за отрицательного знака с ускорением) развитию и росту листьев от влияния загрязненной воздушной среды по закону экспоненциального роста,

$a_1 \ldots a_5$ - параметры модели (1), конкретные числовые значения которых получают в ходе идентификации биотехнической закономерности в программной среде типа CurveExpert по данным измерений параметров учетных листьев.

В таблице 1 приведены значения параметров модели (1).

Таблица 1- Параметры среднестатистической динамики онтогенеза листьев липы

Сторона света	Параметр листа липы	Закономерность $y = a_1 t^{a_2} \exp(-a_3 t) - a_4 \exp(a_5 t)$					Коэфф. коррел.
		a_1	a_1	a_1	a_1	a_1	
Север 5 шт. Рис. 1	Длина a, мм	0,51552	1.66050	0,021666	1,32229e-19	0,34179	0,9549
	Ширина b, мм	0,18940	1,92406	0,024081	2,86047e-21	0,36877	0,9448
	Периметр P, см	1,01147	1,09091	0,013325	8,17102e-17	0,28910	0,9530
	Площадь S, см^2	0,23255	1,57858	0,018218	2,18465e-15	0,26759	0,9545
Восток 5 шт. Рис. 2	Длина a, мм	0,37322	1,76691	0,023911	2,31183e-17	0,29784	0,9839
	Ширина b, мм	0,10479	2,05697	0,024503	1,08933e-12	0,22336	0,9843
	Периметр P, см	0,37532	1,41475	0,018865	6,00308e-9	0,15544	0,9844
	Площадь S, см^2	0,44743	1,28489	0,013636	1,06970e-12	0,21774	0,9771
Юг 5 шт. Рис. 3	Длина a, мм	0,22874	1,84679	0,022789	8,26384e-10	0,17510	0,9832
	Ширина b, мм	0,10375	2,05117	0,024226	4,48564e-14	0,24308	0,9734
	Периметр P, см	0,25404	1,51870	0,019573	6,83352e-7	0,12120	0,9849
	Площадь S, см^2	0,38409	1,31408	0,014345	1,79069e-8	0,14754	0,9860
Запад 5 шт. Рис. 4	Длина a, мм	0,38283	1,76296	0,023857	3,39479e-17	0,29938	0,9765
	Ширина b, мм	0,087434	2,12835	0,026079	1,92837e-19	0,33604	0,9639
	Периметр P, см	0,61047	1,25514	0,016096	1,26268e-14	0,25079	0,9706
	Площадь S, см^2	0,72916	1,13720	0,010970	1,89888e-7	0,13603	0,9675
Липа 20 шт. Рис. 5	Длина a, мм	0,44933	1,68192	0,021515	2,73458e-7	0,13630	0,9573
	Ширина b, мм	0,15969	1,92933	0,022627	2,59118e-7	0,13686	0,9499
	Периметр P, см	0,89977	1,09934	0,012152	0,00023822	0,083096	0,9637
	Площадь S, см^2	0,71427	1,13084	0,0099777	0,00016403	0,087477	0,9302

Все 20 учетных листьев липы дают биотехнические закономерности (1) с конкретными значениями параметров модели с коэффициентами корреляции от

0,9302 до 0,9637. Поэтому уровень тесноты факторной связи превышает 0,9 (сильнейшая связь). При этом по отдельным направлениям сторон света: север – от 0,9448 до 0,9549; восток – от 0,9771 до 0,9844; юг – от 0,9734 до 0,9860; запад – от 0,9639 до 0,9765.

Наибольшую тесноту факторной связи имеет:

- на север длина a, мм (0,9549);
- на восток периметр P, см (0,9844);
- на юг площадь S, см^2 (0,9860);
- на запад длина a, мм (0,9765);
- целиком без учета сторон света площадь S, см^2.

Группы учетных листьев. По результатам статистического моделирования в таблице 2 приведены параметры моделей (по данным табл. 1) с дополнением трех внешних факторов: расстояния от дороги, высоты листа над поверхностью почвы и среднего значения вегетационного периода для 5 учетных листьев и всех 20 учетных листьев липы.

Таблица 2 - Исходные данные параметров модели групп листьев загрязненной липы

Азимут φ, град	Расстояние от дороги L, м	Высота листа $\overline{H}$, см	Вегетац. период $\overline{T}$, сут.	Параметры статистической модели					
				a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	r
Длина листа, мм									
С	5,0	146	139,6	0,51552	1.66050	0,021666	1,32229e-19	0,34179	0,9549
В	3,2	154	143,0	0,37322	1,76691	0,023911	2,31183e-17	0,29784	0,9839
Ю	3,9	159	144,4	0,22874	1,84679	0,022789	8,26384e-10	0,17510	0,9832
З	5,8	154	140,8	0,38283	1,76296	0,023857	3,39479e-17	0,29938	0,9765
20 шт.	4,5	153	142,0	0,44933	1,68192	0,021515	2,73458e-7	0,13630	0,9573
Ширина листа, мм									
С	5,0	146	139,6	0,18940	1,92406	0,024081	2,86047e-21	0,36877	0,9448
В	3,2	154	143,0	0,10479	2,05697	0,024503	1,08933e-12	0,22336	0,9843
Ю	3,9	159	144,4	0,10375	2,05117	0,024226	4,48564e-14	0,24308	0,9734
З	5,8	154	140,8	0,087434	2,12835	0,026079	1,92837e-19	0,33604	0,9639
20 шт.	4,5	153	142,0	0,15969	1,92933	0,022627	2,59118e-7	0,13686	0,9499
Периметр листа, см									
С	5,0	146	139,6	1,01147	1,09091	0,013325	8,17102e-17	0,28910	0,9530
В	3,2	154	143,0	0,37532	1,41475	0,018865	6,00308e-9	0,15544	0,9844
Ю	3,9	159	144,4	0,25404	1,51870	0,019573	6,83352e-7	0,12120	0,9849
З	5,8	154	140,8	0,61047	1,25514	0,016096	1,26268e-14	0,25079	0,9706
20 шт.	4,5	153	142,0	0,89977	1,09934	0,012152	0,00023822	0,083096	0,9637
Площадь листа, см^2									
С	5,0	146	139,6	0,23255	1,57858	0,018218	2,18465e-15	0,26759	0,9545
В	3,2	154	143,0	0,44743	1,28489	0,013636	1,06970e-12	0,21774	0,9771
Ю	3,9	159	144,4	0,38409	1,31408	0,014345	1,79069e-8	0,14754	0,9860
З	5,8	154	140,8	0,72916	1,13720	0,010970	1,89888e-7	0,13603	0,9675
20 шт.	4,5	153	142,0	0,71427	1,13084	0,0099777	0,00016403	0,087477	0,9302

Однако из-за малой численности значений внешних факторов статистическое моделирование их влияния на параметры модели не проводим.

Факторный анализ параметров учетных листьев. В таблице 3 даны максимальные значения параметров по каждому учетному листу. Эти максимальные значения для загрязненной липы проявились в один день

27.08.2014 через 83 сутки от начала вегетации 02.05.2014 по распусканию почек (табл. 4).

Таблица 3 - Исходные данные параметров листьев загрязненной липы

№ листа	Ази-мут	Расстояние от дороги L, м	Высота листа H, см	Вегетац. период T, сут.	Максимальные параметры листа				
					t^*, сут.	a_{max}, мм	b_{max}, мм	P_{max}, см	S_{max}, см^2
1	С	5,0	146	140	83	138.4	133.2	44.69	56.48
2		5,0	146	139	83	136.4	120.4	44.12	58.48
3		5,0	146	141	83	138.0	124.4	44.97	58.7
4		5,0	146	139	83	131.2	131.6	45.25	60.96
5		5,0	146	139	83	149.2	149.2	45.25	63.28
6	В	3,2	154	144	83	136.4	134.8	41.58	47.26
7		3,2	154	143	83	135.2	134.8	39.60	47.32
8		3,2	154	143	83	136.4	124.4	43.84	48.62
9		3,2	154	142	83	133.2	126.4	40.45	48.62
10		3,2	154	143	62/83	*125.0*	126.8	41.86	49.44
11	Ю	3,9	159	145	83	124.4	122.8	42.71	39.38
12		3,9	159	145	83	127.2	124.8	42.99	40.04
13		3,9	159	144	83	127.6	126.8	43.27	41.82
14		3,9	159	145	83	130.0	128.8	43.56	43,68
15		3,9	159	143	83	134.4	132.8	40.16	43.04
16	З	5,8	154	141	83	136.8	121.2	40.73	49.56
17		5,8	154	142	83	138.8	139.2	43.84	49.94
18		5,8	154	141	83	129.2	133.6	41.86	52.00
19		5,8	154	141	83	139.2	120.8	43.84	53.42
20		5,8	154	139	83	130.8	138.8	44.69	55.72

Таблица 4 - Ранговые распределения параметров учетных листьев загрязненной липы

№ листа	R_T	Вег. период T, сут.	R_a	Длина a_{max}, мм	R_b	Ширина b_{max}, мм	R_P	Периметр P_{max}, см	R_S	Площадь S_{max}, см^2
1	15	140	3	138.4	6	133.2	3	44.69	4	56.48
2	16	139	6	136.4	19	120.4	5	44.12	3	58.48
3	11	141	4	138.0	14	124.4	2	44.97	2	58.7
4	16	139	12	131.2	8	131.6	0	45.25	1	60.96
5	16	139	0	149.2	0	149.2	0	45.25	0	63.28
6	3	144	6	136.4	3	134.8	15	41.58	14	47.26
7	5	143	9	135.2	3	134.8	19	39.60	13	47.32
8	5	143	6	136.4	14	124.4	6	43.84	11	48.62
9	9	142	11	133.2	12	126.4	17	40.45	11	48.62
10	5	143	18	125.0	10	126.8	13	41.86	10	49.44
11	0	145	19	124.4	16	122.8	12	42.71	19	39.38
12	0	145	17	127.2	13	124.8	11	42.99	18	40.04
13	3	144	16	127.6	10	126.8	10	43.27	17	41.82
14	0	145	14	130	9	128.8	9	43.56	15	43.68
15	5	143	10	134.4	7	132.8	18	40.16	16	43.04
16	11	141	5	136.8	17	121.2	16	40.73	9	49.56
17	9	142	2	138.8	1	139.2	6	43.84	8	49.94
18	11	141	15	129.2	5	133.6	13	41.86	7	52.00
19	11	141	1	139.2	18	120.8	6	43.84	6	53.42
20	16	139	13	130.8	2	138.8	3	44.69	5	55.72

Однако учетный лист № 10 получил максимум длины через 62 сутки, а остальные три параметра – через 83 сутки.

Этот факт указывает на то, что при уточнении методики для повышения точности измерений можно будет определять точнее даты максимума каждого из четырех параметров учетного листа.

У любых факторов имеется четкая векторная ориентация. Любой человек понимает направленность количественных изменений в сельском хозяйстве.

Каждый человек стремится к лучшему в жизни, поэтому возможны всего два варианта векторов поведения:

а) лучше меньше (да лучше, символ $\downarrow$ по вектору «лучше$\rightarrow$хуже»);

б) лучше больше (и это благо для жизнедеятельности листьев липы).

В функции =РАНГ(T1;T$1:T$20;0) для первого показателя T в программной среде Excel приняты следующие условные обозначения: T1 – идентификатор ранжируемого второго столбца и первой строки; T$1 – первая строка ранжируемого столбца; T$20 – последняя строка ранжируемого столбца по данным таблицы 1; $0 \vee 1$ – ранжирование по убыванию (0) или возрастанию (1).

Ранги изменяются от нуля, поэтому придется из результатов ранжирования в программной среде Excel вычитать единицу (см. табл. 4).

Приведение всех показателей к вектору «лучше$\rightarrow$хуже» дает возможность суммирования всех рангов и по их сумме снова провести рейтинг.

Из данных таблицы 5 видно, что с экологических позиций лучшими годами стали учетные листья № 5, 1 и 3.

Таблица 5 - Ранговые распределения параметров

№	R_T	R_a	R_b	R_P	R_S	$\sum R$	$I_л$
1	15	3	6	3	4	31	2
2	16	6	19	5	3	49	9
3	11	4	14	2	2	33	3
4	16	12	8	0	1	37	4
5	16	0	0	0	0	16	1
6	3	6	3	15	14	41	6
7	5	9	3	19	13	49	9
8	5	6	14	6	11	42	7
9	9	11	12	17	11	60	14
10	5	18	10	13	10	56	11
11	0	19	16	12	19	66	15
12	0	17	13	11	18	59	13
13	3	16	10	10	17	56	11
14	0	14	9	9	15	47	8
15	5	10	7	18	16	56	11
16	11	5	17	16	9	58	12
17	9	2	1	6	8	26	1
18	11	15	5	13	7	51	10
19	11	1	18	6	6	42	7
20	16	13	2	3	5	39	5
$\sum R$	167	187	187	184	189	914	-
I_y	1	3	3	2	4	-	-

Взаимосвязь фактора от самого себя определяется ранговым распределением, то есть это – ***монарное отношение***. Оно показывает добротность исходных данных и служит для проверки их достоверности и добротности по коэффициенту корреляции R уравнений распределений значений $y = f(R = 0,1,2,3,\ldots)$.

Ранги удобно использовать вместо факторов, так как снимают математическую проблему «проклятия размерности», например, при рейтинге показателей.

Таким образом, факторный анализ проводится в четыре этапа:

1) выявление закономерностей рангового распределения;
2) рейтинг строк и столбцов матрицы по данным таблицы 6;
3) выявление закономерностей бинарных отношений;
4) рейтинг бинарных отношений по коэффициенту корреляции.

Результат эксперимента заключается в том, что за вегетационный период по суткам от начала распускания почек листьев (по дате начала вегетационного периода время t принимается равным нулю для всех не менее 20 учетных листьев) до конца вегетационного периода (в день опадания каждого учетного листа). В периоде онтогенеза каждого учетного листа выполняют фотографирование не менее 10 раз через прозрачную палетку с сеткой 2 мм, а затем за период онтогенеза у каждого учетного листа принимают продолжительность с даты начала распускания почек до даты опадения каждого из учетных листьев.

Преимуществом предлагаемого способа является идентификация динамических рядов измерений среднестатистической динамики роста не менее пяти учетных листьев липы по каждой стороне света и 20 учетных листьев по всему дереву липы. При этом онтогенез листьев липы в загрязненной воздушной среде характеризуется трендом, содержащим всего две составляющие: первая показывает динамику развития и роста листьев по биотехническому закону, а вторая – негативное воздействие на онтогенез учетных листьев загрязнения воздуха по закону экспоненциального роста со временем вегетации листьев.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кудряшова А.И. Описательная статистика параметров формы листьев липы // Проблемы рекреационных насаждений, интродукции и сохранения биоразнообразия растительного мира: Матер. Российской научно-практ. конф. с междунар. участием, посв. 25-летию организации Чебоксарского филиала Главного ботанического сада им. Н.В. Цицина РАН. Чебоксары, 2014. С. 27-30.

2. Кудряшова А.И. Анализ онтогенеза листьев липы // Матер. научно-практ. конф. «Математическое моделирование в области клеточной биологии, биохимии и биофизики» 25-26 ноября 2014 г. Ульяновск: SIMJET, 2014. С. 137-145.

3. Кудряшова А.И. Способ измерения периметра и площади листа дерева // III Междунар. научно-практ. конф. «Актуальные вопросы науки и хозяйства: новые вызовы и решения». СПб.: Общественная научная организация «Наука и хозяйство». № 3. 2014. С. 17-20.

4. Кудряшова А.И. Способ измерения периметра и площади листа у древесных растений // «Опыт прошлого – взгляд в будущее» - 4-я

Международная научно-практическая конференция молодых ученых и студентов. Материалы конференции: ТулГУ, Тула, 2014, С. 372-376.

5. Кудряшова А.И. Измерение периметра и площади листа дерева // Модернизация системы управления объектами недвижимости: сб. научн. тр. I междунар. науч.-практ. конф. 22-23.10.2014 г., Пенза: ПГУАС, 2014. С. 89-95.

DYNAMICS OF GROWTH IN ONTOGENESIS THE LEAVES OF THE LINDEN TREES NEAR THE ROAD

© 2015

A.I. Kudryashova, undergraduate ZUm-21 toward
120700.68 «Land management and cadastre»
Volga State Technological University, Yoshkar-Ola (Russia), Little-one7@yandex.ru

УДК 504.064.2: 502.057: 519.876

СПОСОБ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ РОСТА В ОНТОГЕНЕЗЕ ЛИСТЬЕВ ЛИПЫ ОКОЛО АВТОМОБИЛЬНОЙ ДОРОГИ

© 2015

А.И. Кудряшова, магистрант ЗУм-21
направления 120700.68 «Землеустройство и кадастры»
ФГБОУ ВПО «Поволжский государственный технологический университет», Йошкар-Ола (Россия), Little-one7@yandex.ru

Введение. Техническое решение относится к городскому земельному кадастру и городской местности с деревьями березы, растущими около городской автомобильной трассы с интенсивным движением, а также к инженерной биологии и биоиндикации окружающей воздушной среды измерениями качества ростовых органов различных видов растений, преимущественно древесных растений, например, проб в виде листьев древесных растений с простой и небольшой листовой пластинкой: липы, клена полевого или американского, березы, тополя. Из-за различной реакции листьев у разных пород древесных растений на загрязненность воздуха, предлагаемое техническое решение относится преимущественно к липе.

Сущность способа [1-5] заключается в том, что около автомобильной трассы с интенсивным движением на обочине выбирают учетное дерево липы и замеряют перпендикулярно дороге расстояние от середины корневой шейки до кромки бордюра, расположенной со стороны дороги, затем на удобной для измерений высоте внутри кроны дерева выделяют локальные зоны по сторонам света, причем в локальной зоне выбирают группу из не менее 5 учетных листьев, каждый из которых отмечают меткой в виде куска белой нитки, привязанной к основанию листа на черешке.

Новизна технического решения заключается в том, что впервые рассматривается средняя динамика поведения групп из не менее пяти листьев липы, расположенных по сторонам света, в онтогенезе в зависимости от расстояния от края автомобильной дороги и высоты расположения каждой группы листьев над поверхностью почвы.

При этом каждый учетный лист измеряется без срезки от растения и через прозрачную палетку для картографических измерений фотографируется,

например, применением сотового телефона с памятью для хранения фотографий, как один цельный объект. А сами измерения на компьютере на увеличенном до формата А4 фотографии учетного листа выполняются по клеткам через 2 мм у прозрачной палетки. Причем до фотографирования продольная ось листа растения совмещается с одной из линий примерно в середине ширины палетки.

Положительный эффект заключается в том, что внутри кроны дерева липы можно выделять разные локальные зоны с учетом сторон света. При этом азимут принимается примерно по сторонам света. Принятие с одной локальной зоны не менее 5 учетных листьев достаточно для идентификации цикла онтогенеза с волновой составляющей у биотехнической закономерности по четырем первичным параметрам (длина, ширина, периметр, площадь) учетных листьев.

Вдоль улицы с интенсивным автомобильным движением с левой стороны было выбрано изучаемое дерево липы (рис. 1, рис. 2). На липе по сторонам света были выбраны по пять учетных листьев без их повреждения и без их срезки.

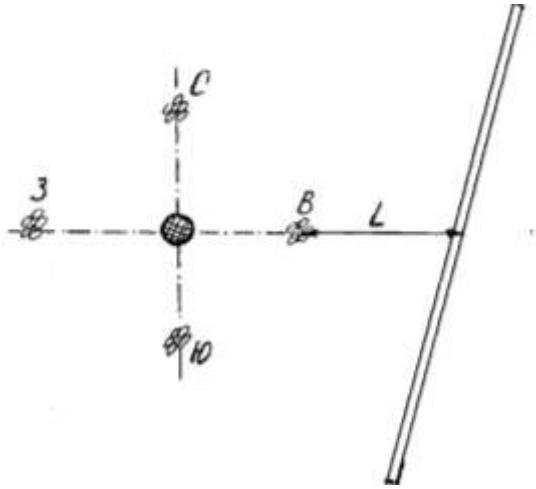


Рисунок 1 - Схема расположения ствола липы относительно края автомобильной дороги

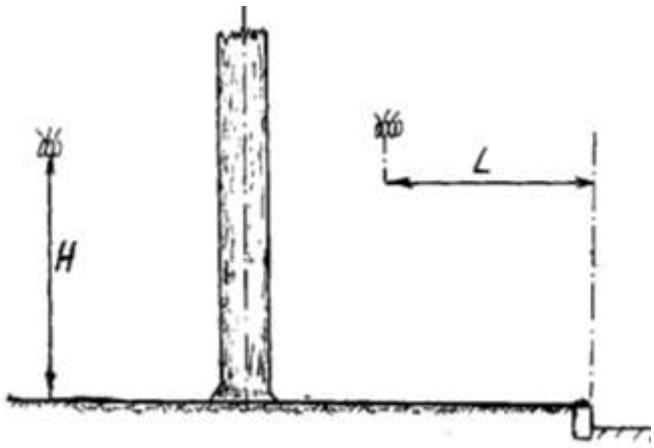


Рисунок 2 - Вид сбоку на ствол дерева липы с показом двух групп учетных листьев

Методика измерений. Опыты на дереве липы были проведены в городе Йошкар-Ола (рис. 3) в вегетационный период 2014 года на одних и тех же 20 учетных листьях (рис. 4), расположенной на стороне улицы Машиностроителей около перекрестка с улицей Красноармейской. Учетные листья выбирали в четырех локальных зонах (рис. 1, рис. 2, рис. 5) по сторонам света.

До основных опытов через две недели после распускания почек 15.05.2014 фотографировали по одному листу с каждой стороны света (рис. 6). Фото показывают, что локальные зоны в кроне липы по разным сторонам света отличаются по форме и размерам листьев.

Затем выбирали по сторонам света по пять учетных листьев. Каждый учетный лист помечали меткой в виде куска белой нитки с биркой с номером листа, привязанной к черешку у основания листа. Номера листьям давали по часовой стрелке: 1-5 на северной стороне, 6-10 на восточной, 11-15 на южной и 16-20 на западной стороне света.

Рисунок 3- Спутниковый снимок части города Йошкар-Ола, на котором стрелкой показано дерево липы, причем вершина стрелки ориентирована на учетное дерево липы примерно с восточной стороны

Рисунок 4 - Увеличенный спутниковый снимок учетного дерева липы, причем локальные зоны расположены внутри кроны

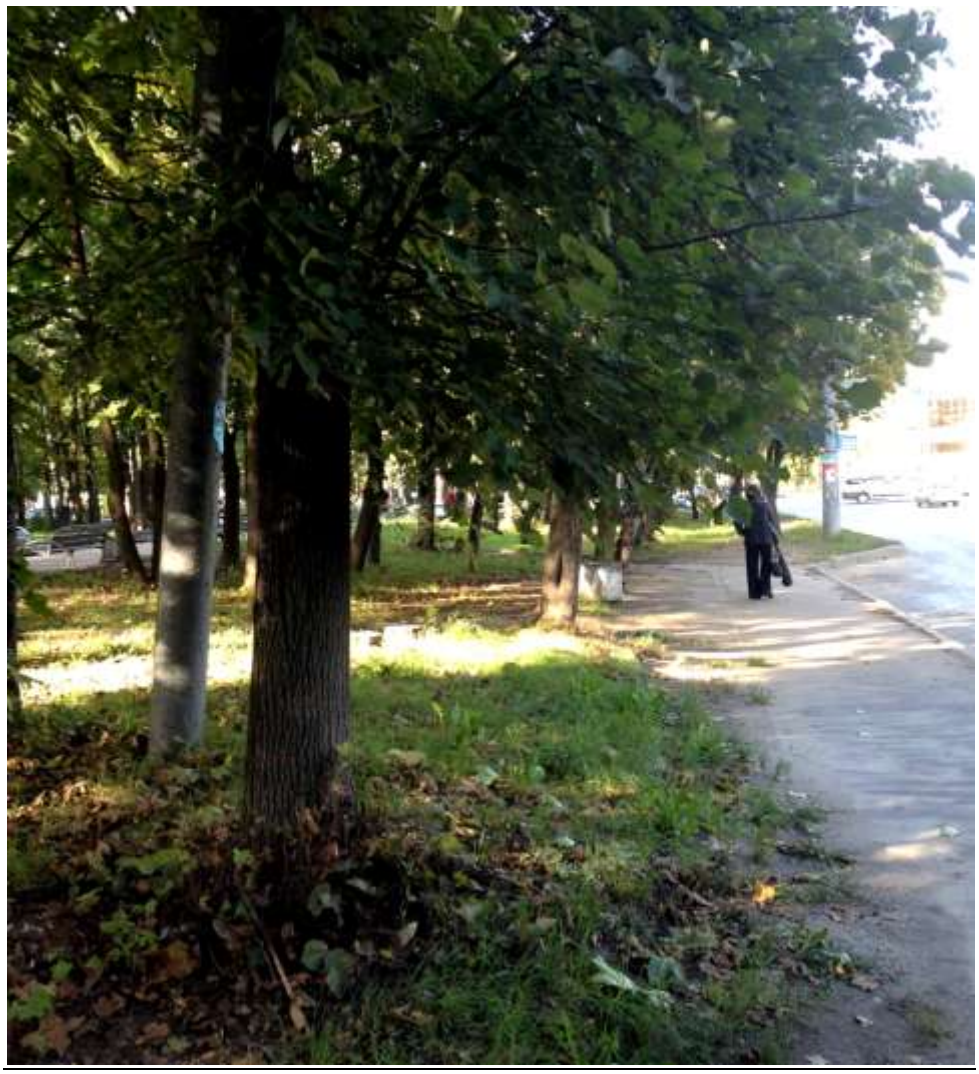
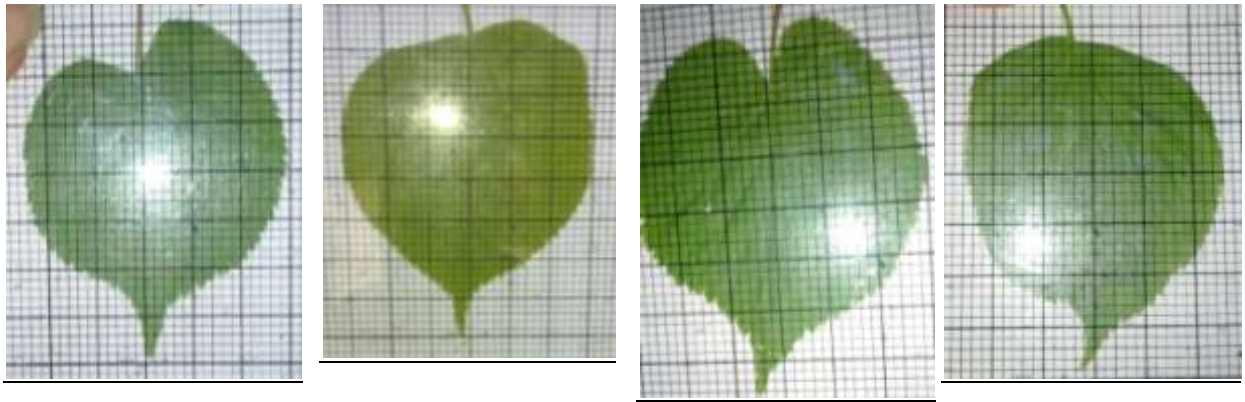


Рисунок 5- Фотография учетной липы, поверхность почвы
и расположение справа бордюра автодороги



Север Восток Юг Запад

Рисунок 6 - Фото 15.05.2014 по сторонам света четырех листьев
для предварительных измерений параметров учетных листьев липы

Результаты измерений. В таблице 1 приведены результаты измерений в онтогенезе от момента распускания почек всех листьев до момента опадения каждого учтенного листа.

Таблица 1 - Исходные данные динамики в вегетационный период 2014 года параметров у 20 учетных листьев липы в онтогенезе около автомобильной дороги

Дата	Время t, сут.	№ листа	a, мм	b, мм	P, см	S, см^2	Дата	Время t, сут.	№ листа	a, мм	b, мм	P, см	S, см^2
Север							Юг						
02.05	0	1	0	0	0	0	02.05	0	11	0	0	0	0
21.05	19	1	43.4	39	19.80	18	21.05	19	11	37.4	33.2	14.42	11.46
29.05	27	1	68.6	44	25.17	24.74	29.05	27	11	45	40.8	21.21	19.58
05.06	34	1	93.2	69	30.83	31.26	05.06	34	11	70	66	26.87	26.5
19.06	48	1	102.4	87.4	33.38	31.44	19.06	48	11	95	84.2	35.64	27.8
03.07	62	1	126.2	111.4	39.60	37.12	03.07	62	11	103.4	108.4	37.33	33.56
24.07	83	1	138.4	133.2	44.69	56.48	24.07	83	11	124.4	122.8	42.71	39.38
21.08	111	1	110.2	115.4	42.43	43.32	21.08	111	11	115.2	100.8	39.60	38.08
04.09	125	1	97.4	90.8	31.40	38.02	04.09	125	11	94.4	80.8	25.74	31.18
17.09	138	1	60.8	63.2	23.76	22.08	17.09	138	11	62.2	104.4	20.36	22.36
19.09	140	1	0	0	0	0	24.09	145	11	0	0	0	0
02.05	0	2	0	0	0	0	02.05	0	12	0	0	0	0
21.05	19	2	43.6	39.4	19.80	18.68	21.05	19	12	37.6	35.4	16.40	13.56
29.05	27	2	69	44.2	25.46	25.64	29.05	27	12	45	41	21.21	19.62
05.06	34	2	93.4	69.2	31.11	31.52	05.06	34	12	70.4	66.2	27.15	26.72
19.06	48	2	102.6	87.6	32.81	40.16	19.06	48	12	95.2	84.4	35.92	28.86
03.07	62	2	126.4	111.6	40.16	49.24	03.07	62	12	103.6	108.6	37.62	33.66
24.07	83	2	136.4	120.4	44.12	58.48	24.07	83	12	127.2	124.8	42.99	40.04
21.08	111	2	103.6	112.4	39.88	52.02	21.08	111	12	107.4	112.6	39.88	35.62
04.09	125	2	96.4	90.6	31.11	46.52	04.09	125	12	95.6	83.6	26.02	31.52
17.09	138	2	70.4	75.6	25.74	30.22	17.09	138	12	64.4	66.6	20.65	23.1
18.09	139	2	0	0	0	0	24.09	145	12	0	0	0	0
02.05	0	3	0	0	0	0	02.05	0	13	0	0	0	0
21.05	19	3	43.8	39.8	20.36	18.92	21.05	19	13	37.8	35.6	16.97	13.68
29.05	27	3	69.2	44.4	26.02	25.88	29.05	27	13	45.2	41.2	21.50	19.96
05.06	34	3	93.6	69.4	31.40	31.86	05.06	34	13	70.6	66.4	27.44	26.82
19.06	48	3	102.8	87.8	35.07	40.68	19.06	48	13	95.6	84.8	36.20	29.2
03.07	62	3	126.6	111.8	39.03	49.56	03.07	62	13	103.8	108.8	37.90	34.12
24.07	83	3	138	124.4	44.97	58.7	24.07	83	13	127.6	126.8	43.27	41.82
21.08	111	3	107.4	116.6	41.86	53.2	21.08	111	13	107.6	112.8	40.16	36.68
04.09	125	3	86	86.4	31.11	47.04	04.09	125	13	85.6	86	26.30	32.7
17.09	138	3	70.6	75.8	25.46	30.48	17.09	138	13	66.6	68.8	20.93	23.32
20.09	141	3	0	0	0	0	23.09	144	13	0	0	0	0
02.05	0	4	0	0	0	0	02.05	0	14	0	0	0	0
21.05	19	4	44.2	40	20.65	19.34	21.05	19	14	40	35.8	17.54	13,96
29.05	27	4	69.4	64.6	26.30	26.3	29.05	27	14	45.6	41.4	21.50	20,56
05.06	34	4	93.6	89.4	30.55	34.04	05.06	34	14	70.8	64.6	27.72	27,04
19.06	48	4	103	108	31.68	43.44	19.06	48	14	95.8	87	36.49	29,62
03.07	62	4	126.8	132	35.92	53.06	03.07	62	14	104	109	38.18	34,3
24.07	83	4	131.2	131.6	45.25	60.96	24.07	83	14	130	128.8	43.56	43,68
21.08	111	4	118.2	106.8	44.41	53.86	21.08	111	14	107.8	113	40.45	40,3
04.09	125	4	95.6	94.8	31.68	48.36	04.09	125	14	90	92.8	26.59	33,04
17.09	138	4	70.8	76	22.63	30.56	17.09	138	14	66.8	71	21.21	25,82
18.09	139	4	0	0	0	0	24.09	145	14	0	0	0	0

Дата	Время t, сут.	№ листа	a, мм	b, мм	P, см	S, см^2	Дата	Время t, сут.	№ листа	a, мм	b, мм	P, см	S, см^2
02.05	0	5	0	0	0	0	02.05	0	15	0	0	0	0
21.05	19	5	44.4	40.2	20.93	19.44	21.05	19	15	40.4	36	17.82	14.78
29.05	27	5	69.6	64.8	26.59	26.4	29.05	27	15	66	41.4	21.50	21
05.06	34	5	93.8	89.6	31.96	38.3	05.06	34	15	91.2	67	28.00	27.1
19.06	48	5	103.2	108.2	34.51	47.72	19.06	48	15	100	85.2	36.77	29.8
03.07	62	5	127	132.2	36.77	57.16	03.07	62	15	124.2	109.2	38.47	35.36
24.07	83	5	149.2	149.2	45.25	63.28	24.07	83	15	134.4	132.8	40.16	43.04
21.08	111	5	136.6	122.2	44.12	55.36	21.08	111	15	108	113.2	36.20	40.56
04.09	125	5	116.8	102.4	33.38	48.84	04.09	125	15	87.2	118.8	26.59	34.64
17.09	138	5	96.8	91	24.92	31.602	17.09	138	15	79.2	96.4	21.21	25.42
18.09	139	5	0	0	0	0	22.09	143	15	0	0	0	0
Восток							Запад						
02.05	0	6	0	0	0	0	02.05	0	16	0	0	0	0
21.05	19	6	40.6	36.6	17.82	14.82	21.05	19	16	42	37.8	18.95	16.5
29.05	27	6	66.2	41.8	22.06	21.36	29.05	27	16	67.6	42.8	23.76	23.2
05.06	34	6	91.4	67.2	28.28	27.8	05.06	34	16	92.2	68	29.70	29.46
19.06	48	6	100.2	85.4	37.05	29.58	19.06	48	16	101.2	86.4	35.07	30.88
03.07	62	6	124.4	109.4	38.75	35.3	03.07	62	16	125.2	110.4	39.60	35.36
24.07	83	6	136.4	134.8	41.58	47.26	24.07	83	16	136.8	121.2	40.73	49.56
21.08	111	6	108.2	113.4	36.20	40.56	21.08	111	16	109.2	114.4	38.75	42.74
04.09	125	6	83.6	95.2	26.87	34.86	04.09	125	16	90.4	81.2	31.68	41.8
17.09	138	6	76.4	79.2	23.76	27.84	17.09	138	16	63.2	74	23.76	19.64
23.09	144	6	0	0	0	0	20.09	141	16	0	0	0	0
02.05	0	7	0	0	0	0	02.05	0	17	0	0	0	0
21.05	19	7	41	36.8	18.10	14.88	21.05	19	17	42	37.8	18.95	16.5
29.05	27	7	66.6	42	22.63	21.76	29.05	27	17	67.8	43	24.04	23.3
05.06	34	7	91.4	67.4	28.57	28.02	05.06	34	17	92.4	68.2	29.98	29.68
19.06	48	7	100.4	85.6	37.33	30.32	19.06	48	17	101.4	86.6	35.07	31.68
03.07	62	7	124.6	109.6	39.03	35.48	03.07	62	17	125.4	110.6	40.73	35.36
24.07	83	7	135.2	134.8	39.60	47.32	24.07	83	17	138.8	139.2	43.84	49.94
21.08	111	7	108.4	113.6	38.47	41.28	21.08	111	17	109.4	114.6	38.47	46.48
04.09	125	7	90.8	86.4	30.55	36.44	04.09	125	17	97.2	94.8	31.11	41.8
17.09	138	7	76.8	75.6	16.69	28.34	17.09	138	17	64.4	79.2	23.76	20
22.09	143	7	0	0	0	0	21.09	142	17	0	0	0	0
02.05	0	8	0	0	0	0	02.05	0	18	0	0	0	0
21.05	19	8	41.4	37.2	18.38	15.3	21.05	19	18	42.4	38.2	18.95	16.74
29.05	27	8	66.8	42	22.91	21.9	29.05	27	18	68	43.2	24.32	23.76
05.06	34	8	91.6	67.6	28.85	28.16	05.06	34	18	92.6	68.4	30.26	30.74
19.06	48	8	100.6	85.8	37.62	30.26	19.06	48	18	101.6	86.8	33.94	31.76
03.07	62	8	124.6	109.8	41.86	34.72	03.07	62	18	125.6	110.8	38.47	36
24.07	83	8	136.4	124.4	43.84	48.62	24.07	83	18	129.2	133.6	41.86	52
21.08	111	8	108.6	113.8	39.60	41.6	21.08	111	18	109.6	114.8	38.47	41.92
04.09	125	8	84.8	97.2	27.72	37.16	04.09	125	18	80.4	80.2	27.44	34.9
17.09	138	8	67.2	66	17.54	28.72	17.09	138	18	78.8	73.2	20.36	20.72
22.09	143	8	0	0	0	0	20.09	141	18	0	0	0	0
02.05	0	9	0	0	0	0	02.05	0	19	0	0	0	0
21.05	19	9	41.6	37.4	18.38	15.62	21.05	19	19	42.6	38.4	18.95	16.9
29.05	27	9	67.2	42.4	23.19	22.24	29.05	27	19	68.2	43.4	24.61	23.7
05.06	34	9	91.8	67.8	29.13	28.82	05.06	34	19	92.8	68.6	30.55	31.04
19.06	48	9	100.8	86	35.64	30.28	19.06	48	19	101.8	87	39.60	31.44
03.07	62	9	124.8	110	35.07	35.36	03.07	62	19	125.8	111	42.71	35.82
24.07	83	9	133.2	126.4	40.45	48.62	24.07	83	19	139.2	120.8	43.84	53.42
21.08	111	9	108.8	114	39.03	41.8	21.08	111	19	109.8	115	41.86	41.84

Дата	Время t, сут.	№ листа	a, мм	b, мм	P, см	S, см^2	Дата	Время t, сут.	№ листа	a, мм	b, мм	P, см	S, см^2
04.09	125	9	80.8	88.4	23.19	37.84	04.09	125	19	96.6	84.2	33.38	36.64
17.09	138	9	78.8	60.8	21.21	29.06	17.09	138	19	60.4	67.6	25.46	20.96
21.09	142	9	0	0	0	0	20.09	141	19	0	0	0	0
02.05	0	10	0	0	0	0	02.05	0	20	0	0	0	0
21.05	19	10	41.8	37.6	18.38	16.22	21.05	19	20	42.8	38.6	19.52	17.26
29.05	27	10	67.4	42.6	23.48	22.78	29.05	27	20	68.4	43.8	24.89	24.24
05.06	34	10	92	67.8	29.42	29.04	05.06	34	20	93	68.8	30.55	31.04
19.06	48	10	101	86.2	35.07	30.32	19.06	48	20	102	87.2	28.85	32.6
03.07	62	10	125	110.2	40.16	35.32	03.07	62	20	126	111.2	35.07	37.36
24.07	83	10	120.8	126.8	41.86	49.44	24.07	83	20	130.8	138.8	44.69	55.72
21.08	111	10	109	114.2	40.73	42	21.08	111	20	110	115.2	42.43	42.44
04.09	125	10	96.8	86.8	27.72	37.76	04.09	125	20	86.8	84.2	31.11	37.4
17.09	138	10	78.4	66.4	18.67	29.88	17.09	138	20	67.6	75.6	20.65	22.94
22.09	143	10	0	0	0	0	18.09	139	20	0	0	0	0

В таблице 1 за начало вегетационного периода принята дата 02.05.2014, то есть дата начала распускания почек или процесса видимого роста и развития учетных листьев.

В таблице 1 даны условные обозначения параметрам листа:

a - длина листа вдоль главной жилки, измеряемая от места соединения черешка с листовой пластиной растения до конца вершинки листа, мм;

b - ширина листа по крайним точкам поперек листовой пластины или же общая ширина листа в наибольшем поперечном сечении листа, мм;

P - периметр листа, см;

S - площадь листа, измеряемая количеством клеток размерами 2×2 мм и количеством клеток периметра листа, см^2.

Периметр и площадь учетного листа вычисляют по формулам:

$$P = 0{,}1\sqrt{2^2 + 2^2}\, I_P = 0{,}1\sqrt{8} I_P = 0{,}28284 I_P; \quad (1)$$

$$S = 0{,}04 I_S + 0{,}02 I_P. \quad (2)$$

Результаты измерений. Время t становится объясняющей переменной, а параметры учетного листа – зависимыми параметрами (факторами) или показателями. При этом визуально, в начале распускания почек по дате 02.05.2014 у всей группы учетных листьев и в моменты по датам опадения каждого учетного листа, параметры учетных листьев равны нулю. Из пространственных графиков (рис. 7) видно, что до времени 62 суток после распускания почек все 20 учетных листьев изменяют свои параметры примерно одинаково. Поэтому поверхность отклика здесь ровная.

Через 62 суток после начала онтогенеза заметно влияние внешних параметров (расстояния о автомобильной дороги, высоты расположения над почвой). А после 111 суток онтогенеза каждый лист получает самостоятельный характер роста и развития. Поэтому можно считать доказанным, что загрязненность воздуха автомобильными выхлопами начинает появляться на жизнедеятельности листьев березы уже через 62 суток после начала онтогенеза.

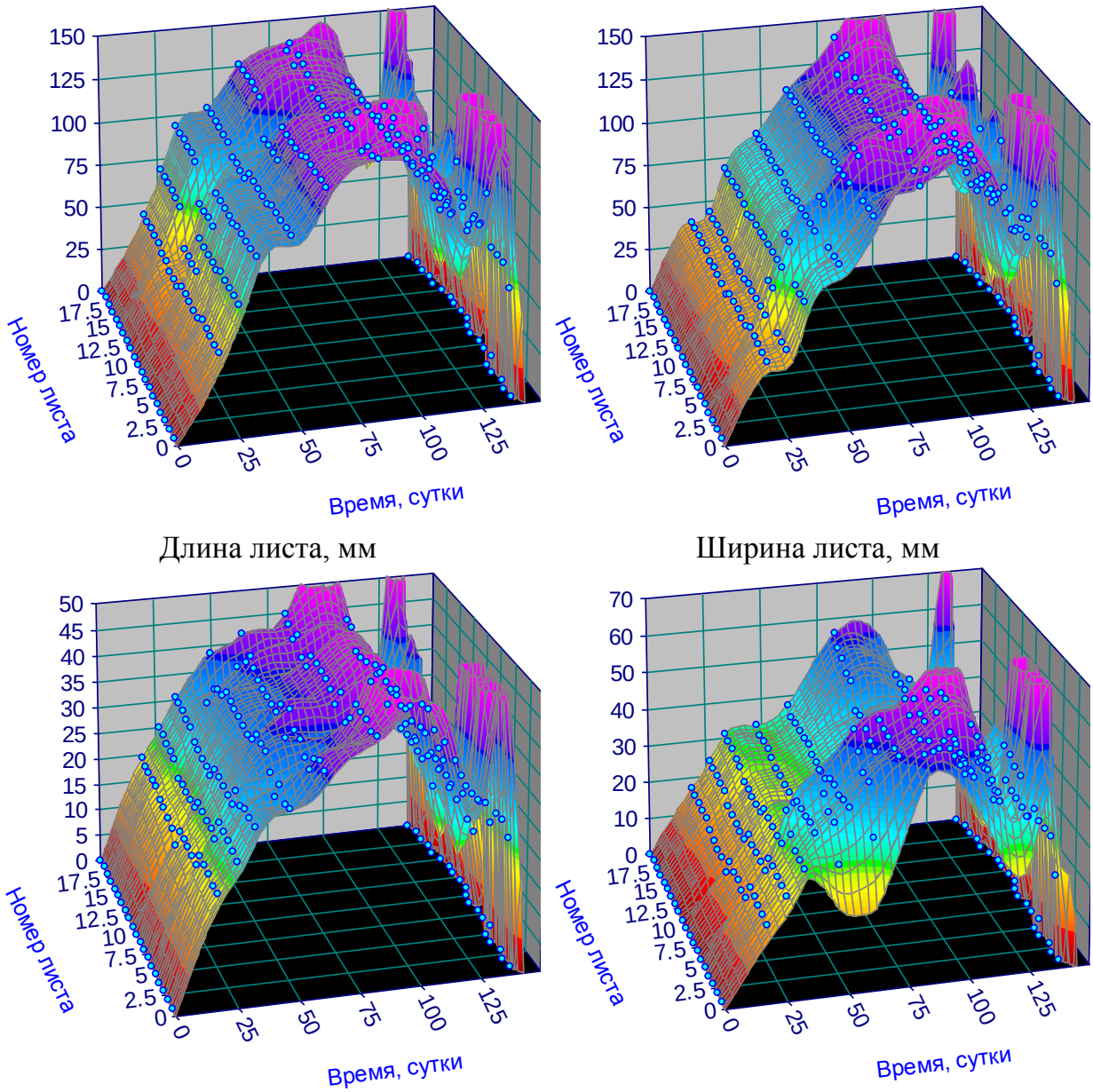


Рисунок 7 - Пространственные графики изменения четырех параметров у всех 20 учетных листьев в зависимости от времени цикла вегетационного периода и номера листа

Преимуществом предлагаемого способа является техническая простота исполнения, так как из оборудования требуется только изготовить даже самому прозрачную палетку, например из листового оргстекла, а сотовый телефон с функцией фотографирования ныне очень распространен и имеется почти у каждого студента или школьника. Для измерений расстояний принимается рулетка, а для измерения высоты учтенных листьев над поверхностью почвы берется метровая миллиметровая линейка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кудряшова А.И. Описательная статистика параметров формы листьев липы // Проблемы рекреационных насаждений, интродукции и сохранения

биоразнообразия растительного мира: Матер. Российской научно-практ. конф. с междунар. участием, посв. 25-летию организации Чебоксарского филиала Главного ботанического сада им. Н.В. Цицина РАН. Чебоксары, 2014. С. 27-30.

2. Кудряшова А.И. Анализ онтогенеза листьев липы // Матер. научно-практ. конф. «Математическое моделирование в области клеточной биологии, биохимии и биофизики» 25-26 ноября 2014 г. Ульяновск: SIMJET, 2014. С. 137-145.

3. Кудряшова А.И. Способ измерения периметра и площади листа дерева // III Междунар. научно-практ. конф. «Актуальные вопросы науки и хозяйства: новые вызовы и решения». СПб.: Общественная научная организация «Наука и хозяйство». № 3. 2014. С. 17-20.

4. Кудряшова А.И. Способ измерения периметра и площади листа у древесных растений // «Опыт прошлого – взгляд в будущее» - 4-я Международная научно-практическая конференция молодых ученых и студентов. Материалы конференции: ТулГУ, Тула, 2014, С. 372-376.

5. Кудряшова А.И. Измерение периметра и площади листа дерева // Модернизация системы управления объектами недвижимости: сб. научн. тр. I междунар. науч.-практ. конф. 22-23.10.2014 г., Пенза: ПГУАС, 2014. С. 89-95.

THE METHOD OF ANALYSIS OF THE DYNAMICS OF GROWTH IN THE ONTOGENESIS OF LIME LEAVES AROUND THE ROAD

© 2015

A.I. Kudryashova, undergraduate ZUm-21 toward
120700.68 «Land management and cadastre»
Volga State Technological University, Yoshkar-Ola (Russia), Little-one7@yandex.ru

УДК 630*524.634: 630*561.26: 519.876

РАНГОВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ КРИВЫХ ВЫСОТ ПО ДЕНДРОРЯДАМ РАЗНОВОЗРАСТНОГО СОСНЯКА СИБИРИ

© 2015

П.М. Мазуркин, доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой природообустройства,
академик РАЕ и РАЕН, член Европейской Академии Естествознания
ФГБОУ «Поволжский государственный технологический университет», Йошкар-Ола (Россия), kaf_po@mail.ru

Введение. В любом лесном древостое растущие деревья находятся между собой в неравновесном состоянии [3-10]. И это состояние можно оценивать на компонентном уровне [6, 7, 9] экологического баланса [8, 10], например, по кривым высот стволов деревьев, расположенных на пробной площади [5]. При этом древостой возмущается по сложным закономерностям с волновыми составляющими как реакция на естественные долговременные воздействия. Волновая теория колебательной адаптации деревьев нами доказана и это в будущем позволит разрабатывать базовые критерии лесопользования [2].

Цель статьи – в продолжение [1] дать методику рангового распределения параметров дендрорядов на примере кривых высот ангарских сосен. Сложные ранговые распределения показывают качество поведения сосняка.

Модель кривой высот. Все иерархические 18 дендрорядов по убыванию кривой высот сосен на пробной площади 1963-4 [1] образовались (табл. 1) по биотехническому закону [1-10]

$$H_c = a_1 D_{1.3}^{\kappa\ a_2} \exp(-a_3 D_{1.3}^{\kappa\ a_4}), \quad (1)$$

где: H_c - высота ствола по модельному дереву, м; $D_{1,3}^{\kappa}$ - диаметр ствола на высоте 1,3 м в коре (для сухостоя без коры), см. a_1 - напряженность роста сосен, м; a_2 - интенсивность роста; a_3 - активность; a_4 - интенсивность спада высоты.

Таблица 1 - Параметры модели (1) дендрорядов сосняка Сибири

Ранг p	Дендрометрический ряд сосен	Параметры биотехнического закона (1)			
		a_1	a_2	a_3	a_4
0	сверхлидеры	15.23577	0.17938	0	1
1	сильнейшие	3.72378	0.66226	0.0099096	1
2	очень сильные	3.34152	0.74259	0.031599	0.80105
3	сильные	2.85102	0.76207	0.028927	0.79502
4	слабонапряженные	59965963.0	4.32542	18.65608	0.13368
5	малонапряженные	1.47337e8	5.54270	20.89217	0.14710
6	напряженные	5.13193e8	4.30588	20.60887	0.12486
7	сильнонапряженные	6.06041e8	4.04959	20.52577	0.11949
8	высокоинтенсивные	1.24895e8	5.87700	21.12994	0.15229
9	супернапряженные	1.01280e9	2.32316	19.72245	0.075883
10	начало ослабления	4.78115e8	3.48861	20.02212	0.10663
11	сопротивляющиеся	1.34680e8	4.87016	20.36289	0.13498
12	слабеющие	4.04670e8	2.92613	19.87548	0.087442
13	слабоватые	2.29354e8	2.65981	19.15619	0.082480
14	слабые деревья	4.35757e8	0.57397	18.88978	0.0013776
15	очень слабые	4.17035e8	0.57645	18.93498	0.0010973
16	аутсайдеры	512643.7	8.24457	20.44165	0.18636
17	усохшие сосны	3.22377	0.59458	0.00034761	1.62246

Антропогенные воздействия происходят импульсно, поэтому сообщество лесных деревьев не способно реагировать на них адекватно [2].

Долговременная структурно-функциональная динамика лесного фитоценоза не может быть изучена без учета поведения сухостойных деревьев. Они органично вписаны в лесной фитоценоз. Поэтому в таблице 1 к 203 модельным деревьям учитывался дендроряд из 16 сухостойных сосен.

Добротность измерений. Качество статистической выборки таблицы 1 измеряется ранговыми распределениями каждого фактора. Рангами p становятся номера дендрорядов. Фактор влияет на самого себя и ***монары*** показывают добротность данных и служит средством для проверки достоверности.

Заметим, - ***человеческий фактор*** распределяется, как правило, по простому закону экспоненциальной гибели, в отличие от ***биотехнического фактора*** деревьев, дающего картину сложного взаимодействия между ними в лесу.

Детерминированные закономерности. Общее уравнение для любых факторных отношений, в том числе и для нашего примера, имеет вид

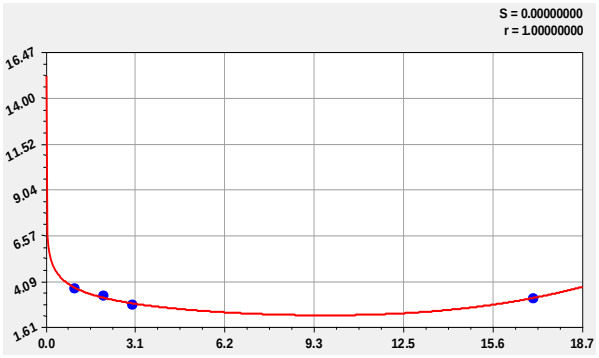
$$y = b_1 x^{b_2} \exp(-b_3 x^{b_4}) + b_5 x^{b_6} \exp(-b_7 x^{b_8}), \quad (2)$$

где y - показатель; x - объясняющая переменная; $b_1 \ldots b_8$ - параметры модели (2), получаемые в ходе идентификации в программной среде типа CurveExpert.

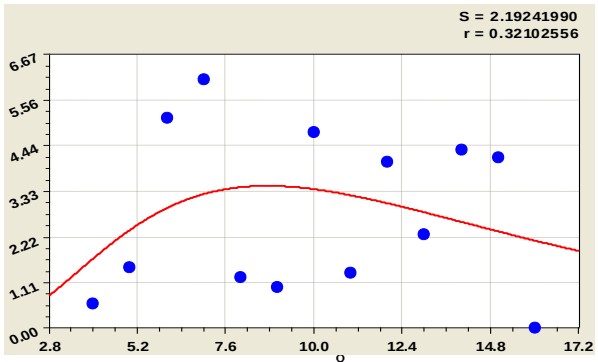
В таблице 2 даны значения параметров модели (1), а на рисунках 1 и 2 показаны графики влияния диаметра на высоту по 18 рядам ангарских сосен.

Таблица 2 - Параметры уравнения (2) рангового распределения параметров (1) по дендрорядам

Параметр модели (1)	Основной тренд модели (2)				Вторая составляющая модели (2)				Коэфф. коррел.
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	
a_{11}	15,23572	0	1,39812	0,15099	0,000020515	3,93842	0	0	1,0000
a_{12}	1,19107e16	9,83468	22,27563	0,25446	0	0	0	0	0,3210
a_2	2,42253	0	-0,021775	1	0	0	0	0	0,1672
a_3	5,43905e8	9,44300	21,53153	0,25543	0	0	0	0	0,8701
a_4	1	0	0,24074	1	1,46320e-37	30,09689	0	0	0,9585



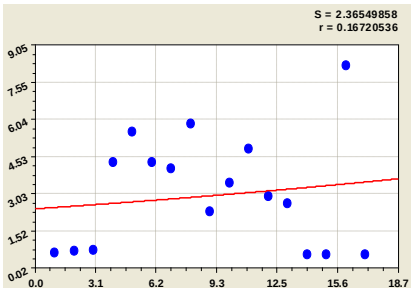
Напряженность лидеров и сухостойных сосен



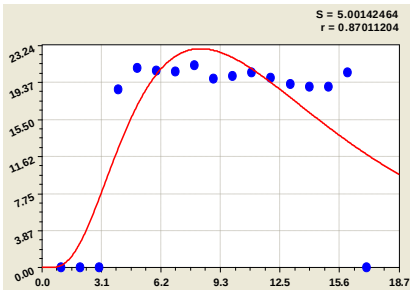
Напряженность $\times 10^8$ без лидеров и сухостоя

Рисунок 1 - Ранговые распределения параметра a_1 модели (1) по двум частям рядов сосен

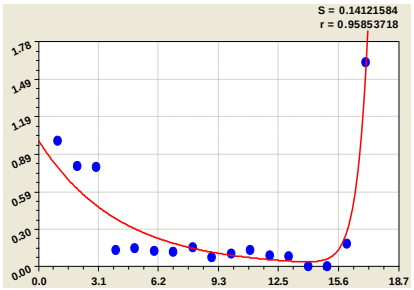
По напряженности роста и развития четко выделяются две части рядов сосен: а) это дендроряды 0-4 и ксилоряд 17, который образовался за период 80 лет до 1963 г. рубки сосняка по модельным деревьям; б) дендроряды 5-16 сосен, растущих в высоту с высоким напряжением.



параметр a_2 модели (1)



параметр a_3 модели (1)



параметр a_4 модели (1)

Рисунок 2 - Ранговые детерминированные распределения параметров модели (1) дендрорядов

Замечательно то, что все три параметра модели (1) a_2, a_3 и a_4 позволяют охватить по данным таблицы 1 все ранги от 0 до 17. Но активность роста в высоту по закону Лапласа (Ципфа в биологии, Мандельброта в физике и Парето в экономике) по формуле $a_2 = 2{,}42253\exp(0{,}021775p)$ при условии $p = 0{,}1{,}2{,}\ldots{,}17$ дает очень малый коэффициент корреляции 0,1672 (в правом верхнем углу рис. 2). Спад роста имеет сильную тесноту связи с коэффициентами корреляции 0,8701 (активность) и 0,9585 (интенсивность).

Закономерности с волнами. Совместный учет тенденций и стохастических составляющих четко предполагает, что вся жизнь лесных деревьев и древостоев протекает по законам волновой адаптации к условиям произрастания. На нарастание амплитуды и частоты возмущения влияет хозяйственная деятельность [2, 6-10]. Лесное хозяйство, не зная волновых закономерностей появления и поведения ядра леса – древостоя, пытается выращивать одновозрастные и одновидовые деревья в посадках. В естественном древостое преобладают симбиотические отношения и поэтому молодые деревца появляются в древостое без конкуренции там, где это нужно всей популяции деревьев.

Нами доказано, что волновая адаптация деревьев происходит по асимметричной вейвлет-функции с переменными амплитудой и частотой колебания

$$y = \sum_{i=1}^{m} y_i \quad , \quad y_i = b_{1i} x^{b_{2i}} \exp(-b_{3i} x^{b_{4i}}) \cos(\pi x / (b_{5i} + b_{6i} x^{b_{7i}}) - b_{8i}) \quad , \qquad (3)$$

где y - показатель, i - номер составляющей модели (3), y_i - составляющая модели (3), x - влияющий фактор, π - число «пи», в CurveExpert с 18 знаками после запятой; $\cos$ - косинус (удобнее чем синус); $A = b_{1i} x^{b_{2i}} \exp(-b_{3i} x^{b_{4i}})$ - половина амплитуды колебания; $P = b_{5i} + b_{6i} x^{b_{7i}}$ - половина периода колебания; b_{8i} - сдвиг начала волны, рад; $b_1 \ldots b_8$ - параметры модели (3), определяемые в программной среде CurveExpert в процессе идентификации по выборке измерений.

Напряженность роста сосен по рангам дендрорядов. В таблице 3 даны параметры модели (3) волновой динамики (рис. 3) показателя a_1 по таблице 1.

В таблице 3 значения параметров уравнений (3) записаны с пятью значащими цифрами, что позволяет сохранить их уровень адекватности. При меньшем количестве значащих цифр сама запись формул их огрубляет.

График на рисунке 3 показывает, что с ранга 4 начинается волнение деревьев по напряженности роста в высоту. Сильное колебание есть в интервале $p = 6 \ldots 11$, при этом дендроряды с рангами 5, 8 и 11 имеют примерно одинаковое напряжение роста.

Таблица 3 - Параметры волнового уравнения (3) рангового распределения 18 дендрорядов по напряженности a_1 роста 219 сосен (203 модельных деревьев и 16 сухостоя) в высоту

№ i	Амплитуда колебания				Полупериод и сдвиг колебания				Коэфф. коррел.
	b_{1i}	b_{2i}	b_{3i}	b_{4i}	b_{5i}	b_{6i}	b_{7i}	b_{8i}	
1	15,23572	0	1,39812	0,15099	0	0	0	0	
2	2,05150e-5	3,93842	0	0	0	0	0	0	
3	7,28111e18	12,93977	29,67755	0,25446	0	0	0	0	0,9949
4	12,00799	15,52465	1,86207	0,99503	1,62693	-0,012102	1,00079	0,38774	
5	5,20358e7	0,51816	0	0	6,76105	-0,19539	1	5,25048	

Ряды сосен 12-15 пытаются сохранить высокое напряжение роста, но аутсайдеры ранга 16 резко сбавляют активность роста. После сухостоя с рангом 17 график снова возрастает и, по-видимому, это связано с подростом.

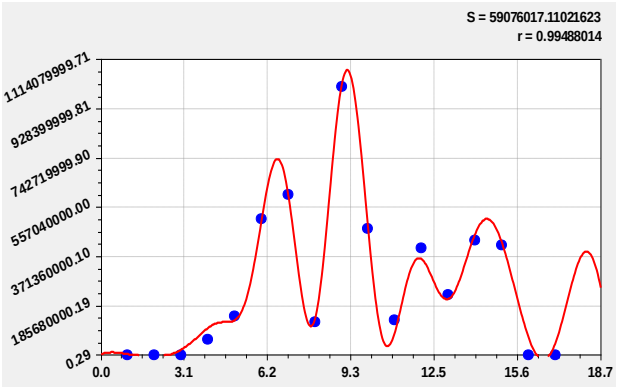
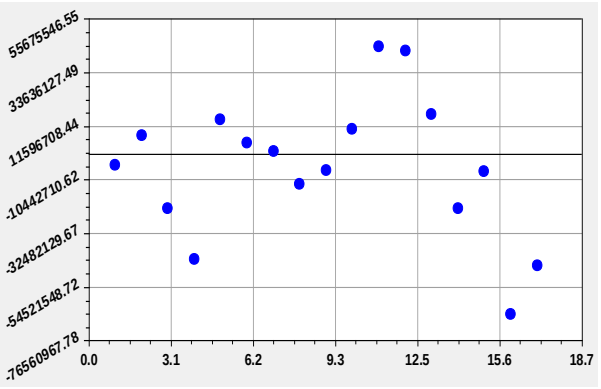


график модели (3) с параметрами из таблицы 3



Остатки после модели (3) с пятью членами

Рисунок 3 - Ранговые распределения параметра a_1 модели (1) по всем 18 дендрорядам

Интенсивность роста сосен по рангам дендрорядов. В таблице 4 даны параметры (3) волновой динамики (рис. 4 и рис. 5) критерия a_2 по таблице 1.

Таблица 4 - Параметры волнового уравнения (3) распределения сосен 18 дендрорядов по интенсивности a_2 у биотехнического закона (1) роста сосен в высоту

№ i	Амплитуда колебания				Полупериод и сдвиг колебания				Коэфф. коррел.
	b_{1i}	b_{2i}	b_{3i}	b_{4i}	b_{5i}	b_{6i}	b_{7i}	b_{8i}	
1	4,87956	0	0,039035	1	0	0	0	0	0,9949
2	-4,92188	0	0,036475	1,91218	6,80949	-0,0068396	2,09210	0,49394	
3	1,26666e-7	6,37856	0	0	13,00087	-0,37494	1,11339	-1,67519	
4	-0,21675	2,27321	0,34324	1	2,66638	0,087434	1	-2,84464	0,8782
5	0,47558	0	0,016261	1	2,69558	-0,019049	1,14669	1,89277	0,7602
6	4,89218e-8	67,65390	18,62164	1	2,09973	-0,18292	1	4,42155	0,7597
7	6,43190e-22	36,85653	3,55983	1	1,37016	-0,016383	1	2,52365	0,7811
8	-2,35646	0	2,01886	1	0,60911	-0,00097440	1	1,47896	0,8075
9	0,0060398	1,06786	0	0	2,90603	6,79918e-5	2,73030	4,00797	0,8941
10	1,02823e-5	8,32486	1,04879	0,94044	3,88238	0,41555	1,25821	-2,08958	0,8802

Основное трехчленное уравнение было получено в CurveExpert, позволяющей идентифицировать до 19 параметров модели. Из рисунка 4 видно, что импульсные изменения интенсивности роста в высоту есть на рангах 13-17. Этот импульс создает дендроряд аутсайдеров. Умирающие сосны превращаются в сухостой и пытаются повысить интенсивность роста. Но затем погибают.

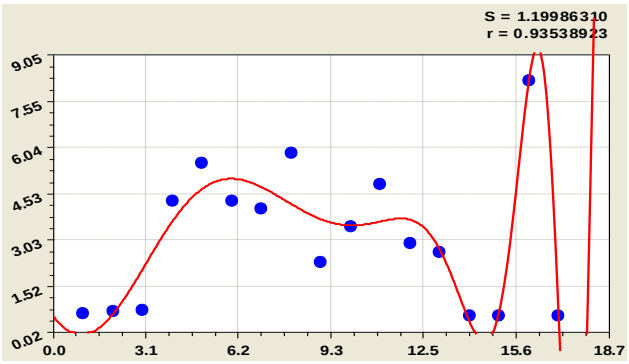


Рисунок 4 - Ранговое распределение параметра a_1

Из графиков на рисунке 5 видно, что каждая волна имеет четкие границы изменения по рангам дендрометрических рядов. Поэтому возможен анализ амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) каждого вейвлет-сигнала.

Можно по остаткам искать новые члены – настолько чувствителен к методу анализа вейвлетов [3, 4, 10] интенсивность роста сосен в высоту.

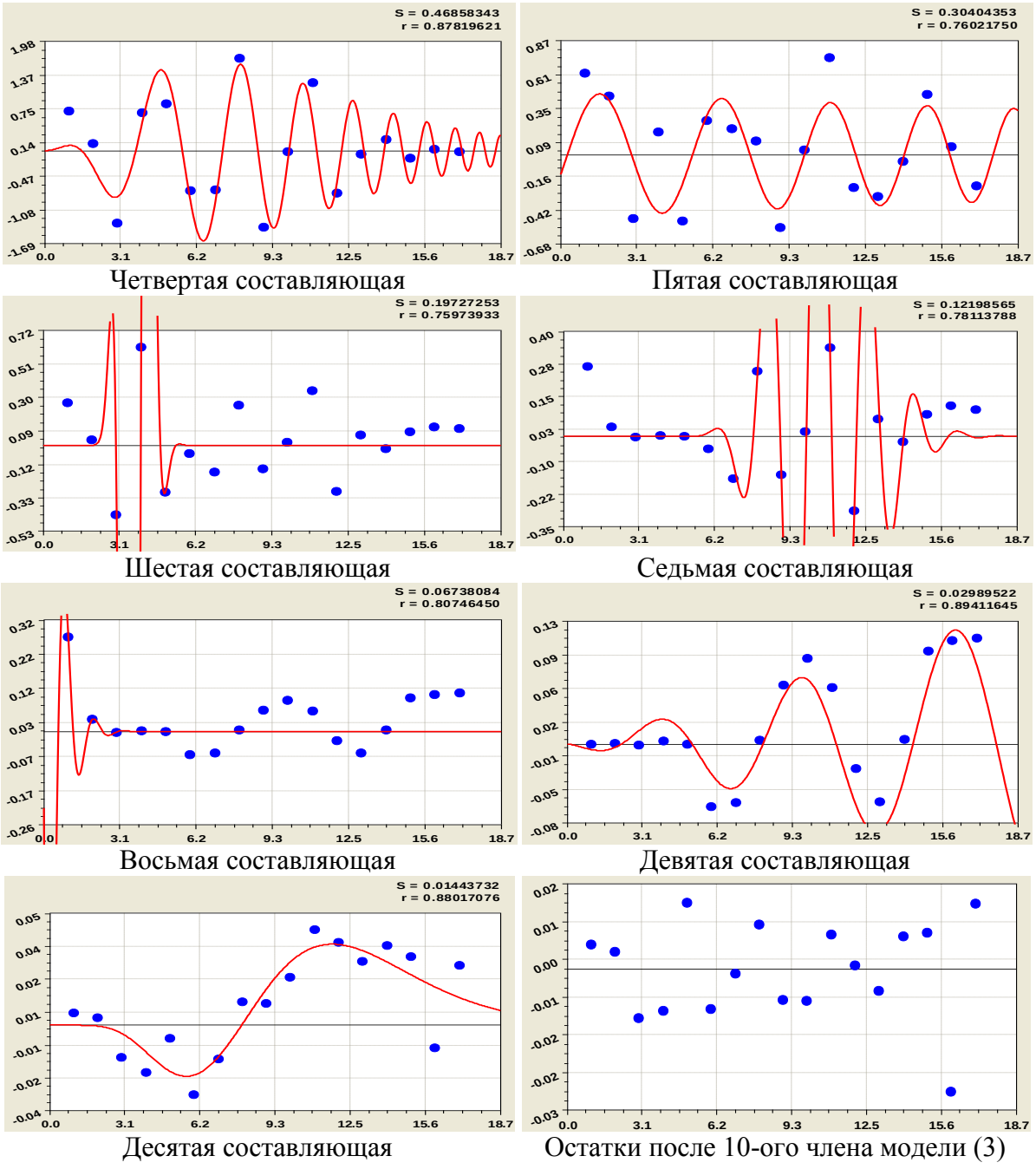


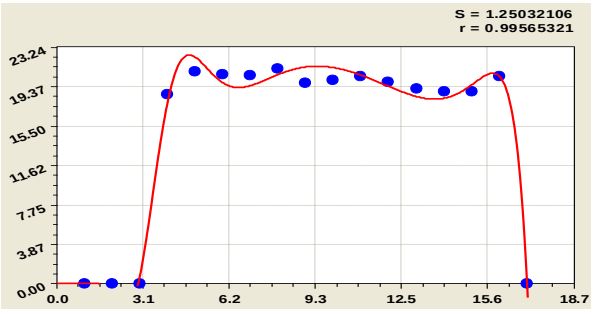
Рисунок 5 - Дополнительные закономерности рангового распределения параметра a_1 (1)

Активность гибели сосен. Параметры a_1 и a_2 дают показательный рост сосен в высоту от его толщины, а параметры a_3 и a_4 характеризуют гибель 219 сосен. В таблице 5 дана волновая динамика (рис. 6 и рис. 7) показателя a_3.

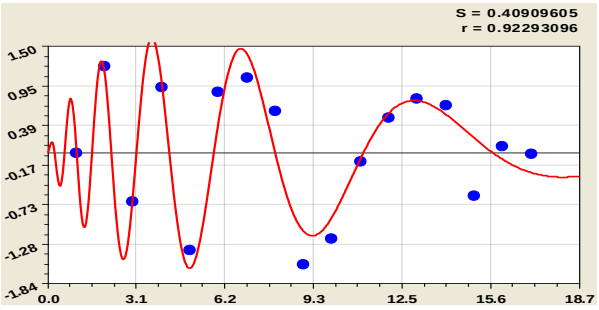
Активность гибели очень высока у произрастающих деревьев.

Таблица 5 - Параметры волнового уравнения (3) распределения 18 дендрорядов по активности a_3 спада высоты ствола у 203 модельных и 16 сухостойных сосен

№ i	Амплитуда колебания				Полупериод и сдвиг колебания				Коэфф. коррел.
	b_{1i}	b_{2i}	b_{3i}	b_{4i}	b_{5i}	b_{6i}	b_{7i}	b_{8i}	
1	29776584,0	12,81019	21,95659	0,29844	0	0	0	0	
2	-1,02298e10	28,52829	27,84533	0,52331	36,68621	0	0	-1,30258	0,9957
3	-3,41106e-17	15,38716	0	0	1155,2617	-58,71982	1	-4,40853	
4	1,10103	0,86400	0,20063	1	0,25671	0,099524	0,90179	1,03866	0,9229
5	0,011511	2,09584	0,0024393	2,42737	2,26624	-0,11106	0,81432	3,09400	0,8718
6	6,79709e-10	18,63127	2,29450	0,99816	20,27702	-1,15202	1,00194	0,84466	0,7950
7	2,09305e-62	84,69171	5,91980	1	0,11622	0,040594	1	5,33316	0,7937
8	-0,14975	1,72070	0,70284	0,99939	1,05031	-0,0018651	1,08854	2,16201	0,8381
9	-2,02829e-11	29,04642	4,97918	0,99543	11,12283	-0,75360	1,04241	-1,44549	0,7306
10	1,65682e-9	11,94714	1,01886	1,01878	2,85591	-0,042136	1,09768	0,42385	0,7153
11	-0,038398	1,93502	0,70916	0,96949	14,28801	-0,53589	1,08360	-0,29454	0,7225



основная трехчленная закономерность



четвертая составляющая общей модели (3)

Рисунок 6 - Графики первых четырех составляющих рангового распределения параметра a_3

Деревья-лидеры оказались вне конкуренции за высоту произрастания, поэтому они имеют малые значения параметра модели (1) a_3. У сухостойных сосен она также мала, но они еще имеют какой-то процесс жизнедеятельности. Это четко показывает четвертая составляющая (рис. 6), когда колебательное возмущение успокаивается, по мере увеличения ранга дендрорядов, то есть частота колебания высоты сосен рядов снижается.

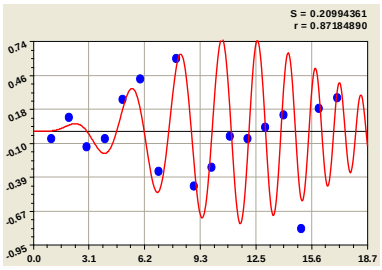
Адекватность каждого члена из 11 составляющих модели (3) высокая, так теснота факторной связи выше 0,7 (сильные факторные связи). Поэтому в дальнейшем можно проводить анализ динамики каждого вейвлет-сигнала по амплитуде и частоте отдельного колебания.

Интенсивность гибели сосен. Параметр a_4 дает скорость гибели 219 сосен, из которых к моменту измерений 16 уже стали сухостойными, но, как мы полагаем, они биологически не совсем погибли.

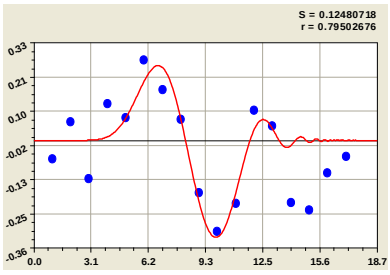
В таблице 6 дана волновая динамика (рис. 8 и рис. 9) интенсивности a_4.

Таблица 6 - Параметры волновой функции (3) распределения сосен 18 дендрорядов по интенсивности a_4 биотехнического закона (1) спада высоты ствола

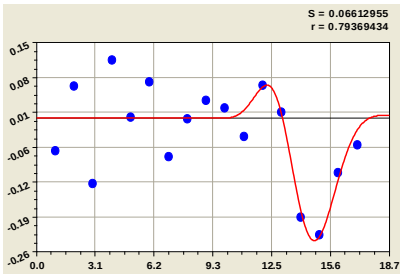
№ i	Амплитуда колебания				Полупериод и сдвиг колебания				Коэфф. коррел.
	b_{1i}	b_{2i}	b_{3i}	b_{4i}	b_{5i}	b_{6i}	b_{7i}	b_{8i}	
1	1	0	0,23157	1	0	0	0	0	0,9897
2	1,47113e-37	30,99689	0	0	0	0	0	0	
3	-0,048167	11,86882	3,45529	1	0,81703	0,093730	1,49421	2,96126	
4	0,0011789	1,57075	0	0	3,79930	0	0	3,10567	0,5300
5	6,48961	1,81523	3,01521	1	4,.06389	0,079238	1,22726	-0,096922	0,8933
6	-1,96471e-7	15,57872	2,18363	0,98981	1,10230	-0,0063944	0,99582	0,38762	0,8566
7	0,00036216	3,77970	0,49547	0,98064	3,30785	0,27348	1,03825	0,79982	0,7085
8	-6,87962e-13	8,78486	0	0	1,92360	-0,0074468	1,06116	3,04442	0,9216
9	8,44004e-5	3,92957	0,46288	1,02262	2,25665	0,0015016	1,12916	-0,34682	0,8825



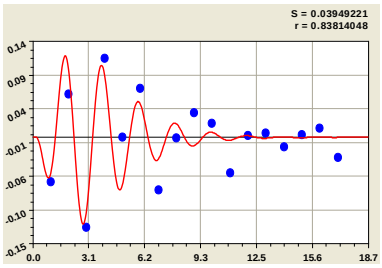
пятая составляющая



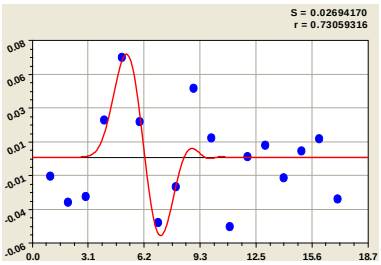
шестая составляющая



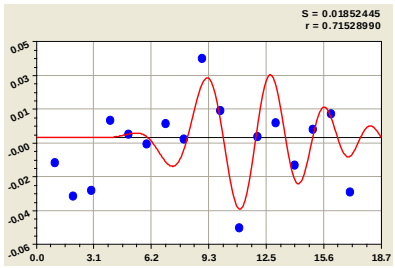
седьмая составляющая



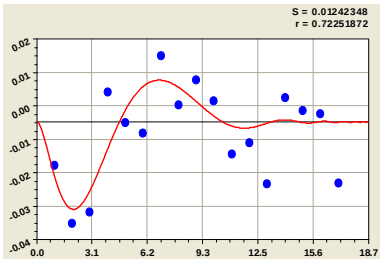
восьмая составляющая



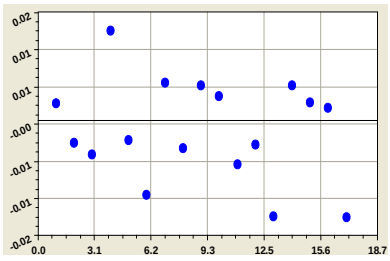
девятая составляющая



10-ая составляющая

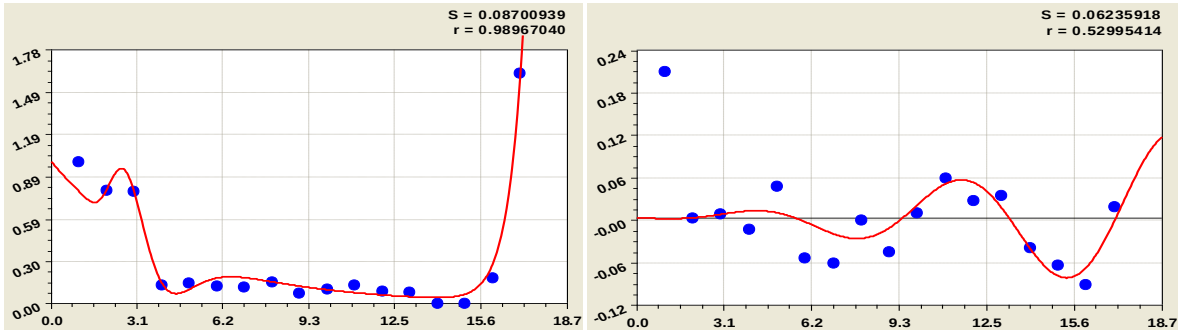


11-ая составляющая


остатки после 11-го члена (3)

Остатки после 11-го члена позволяют продолжать идентификацию волновой функции (3), но необходима специализированная программная среда для достижения «эффекта встряски» при совместном моделировании всех членов волновой функции (3)

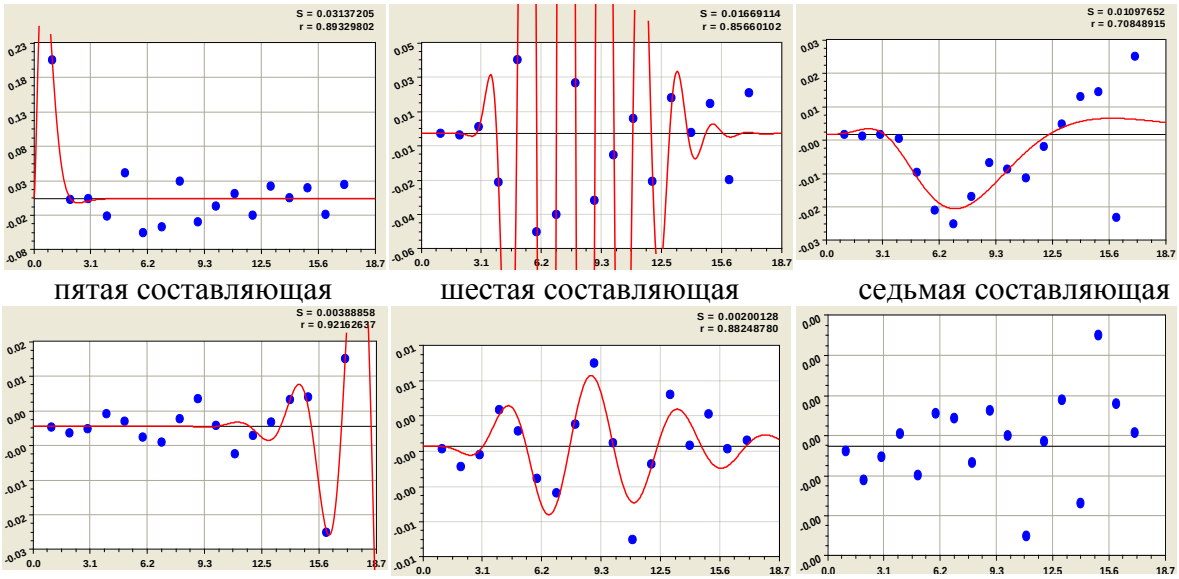
Рисунок 7 - Ранговые волновые распределения параметра a_3 модели (1) 18 дендрорядов сосен



основная трехчленная закономерность четвертая составляющая общей модели (3)

Рисунок 8 - Графики первых четырех составляющих рангового распределения параметра a_4

Первые три члена дают основную биотехническую закономерность. Остальные шесть членов дают всего 13% от максимума a_4. Однако малые колебательные возмущения дают возможность соснам адаптироваться к среде.



пятая составляющая шестая составляющая седьмая составляющая

восьмая составляющая девятая составляющая остатки после 9-го члена (3)

Рисунок 9 - Дополнительные ранговые волновые распределения параметра a_4 модели (1)

Таким образом, с учетом переменных параметров модель (1) имеет вид:

$$H_c = a_1(p)D_{1.3}^{\kappa\ a_2(p)} \exp(-a_3(p)D_{1.3}^{\kappa\ a_4(p)}). \quad (4)$$

В модели кривой высот 219 сосен пробной площади находится, по данным таблиц 3-6, всего 5 + 10 + 11 + 9 = 35 волн колебательного возмущения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мазуркин П.М. Дендроряды разновозрастного сосняка по кривым высот // Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики / Материалы 4-й научно-практ. internet-конф. Отв. ред. Ю.С. Нагорнов. Ульяновск: Изд-во SIMJET, 2014. С. 122-130.

2. Мазуркин П.М. Базовые критерии управления лесами и лесопользованием // Вестник УМО по образованию в области природообустройства и водопользования. 2011. № 3. С. 310-330.

3. Мазуркин П.М. Биотехнические закономерности таксационных показателей пробных площадей // Матер. междунар. конф. «Международное сотрудничество в лесном секторе: баланс образования, науки и производства» (3-5 июня 2009). Йошкар-Ола: МарГТУ, 2009. С. 84-87.

4. Мазуркин П.М. Принцип экосистемной суперпозиции: группировки диаметра ствола модельных сосен из лесных культур Волго-Вятского региона // Леса России в XXI веке: материалы шестой междунар. науч.-техн. интернет-конф., март 2011. СПб.: ЛТА, 2011. С. 121-136.

5. Мазуркин П.М., Бедертдинов Э.Н., Русинова Н.В. Оценка компонентного неравновесия древостоя по кривым высот и диаметров растущих деревьев // Успехи современного естествознания. 2009. № 8. С. 23-32.

6. Мазуркин П.М., Долгих М.В. Компонентное равновесие и устойчивость древостоя. Йошкар-Ола: МарГТУ, 2011. 164 с.

7. Мазуркин П.М., Иванова Н.С. Оценка экологической устойчивости древостоя // Лесное хозяйство. 2009. № 4. С. 21-22.

8. Мазуркин П. М., Михайлова С.И. Территориальное экологическое равновесие = Territprial ecological balance: аналит. обзор; Учреждение Рос. акад. наук Гос. публич. науч.-техн. б-ка Сиб. отд-ния РАН, М-во образования и науки Рос. Федерации Федер. Марийс. гос. техн. ун-т. Новосибирск : ГПНТБ СО РАН, 2010. 430 с. (Сер. Экология. Вып. 94).

9. Мазуркин П.М., Светлакова Е.В. Экологическая оценка территории по ведомости перечета деревьев на лесосеке / П.М. Мазуркин, Е.В. Светлакова // Лесоэксплуатация: межвуз. сб. научн. тр. Вып. 5. Красноярск: СибГТУ, 2004. С. 77-82.

10. Мазуркин П.М., Степкина Е.А. Экологическое равновесие древостоя. М.: Изд-во «Академия естествознания», 2009. 240 с.

RANK DISTRIBUTION SETTINGS CURVES FOR HEIGHTS DENDRO-SERIES MULTI-AGE PINE FORESTS OF SIBERIA

© 2015

P.M. Mazurkin, Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of the Russian Academy of Natural Sciences and the Russian Academy of Natural Sciences, Member of the European Academy of Natural Sciences

Volga State Technological University, Yoshkar-Ola (Russia), kaf_po@mail.ru

УДК 630*524.634: 630*561.26: 519.876

СТРУКТУРНО-ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ДЕНДРОРЯДОВ РАЗНОВОЗРАСТНОГО СОСНЯКА СИБИРИ ПО КРИВЫМ ВЫСОТ

© 2015

П.М. Мазуркин, доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой природообустройства,
академик РАЕ и РАЕН, член Европейской Академии Естествознания
ФГБОУ «Поволжский государственный технологический университет»,
Йошкар-Ола (Россия), kaf_po@mail.ru

Введение. Статистическая фитоценология [7-9]полагает моделирование бинарных отношений [2] между измеренными показателями модельных деревьев на пробной площади, в частности, сосняка [1] по данным проф. П.М. Верхунова. По 24 измеренным параметрам 203 у модельных сосен и 16 сухостоя возможны $24^2 = 576$ закономерностей, из которых 24 - ранговые распределения.

Влияние толщины ствола в лесной таксации считается основным [6]. Дополнительно для кривых высот учитывается высота ствола модельной сосны.

Цель статьи – в продолжение [1] показать методику рангового распределения толщины и высоты ствола у элементов древостоя в виде дендрометрических рядов (дендрорядов) на примере кривых высот ангарских сосен.

Исходные данные. По таблице 1 для кривых высот необходимы ранговые распределения дендрорядов по 11 показателям, включая численность. Каждый показатель имеет пять различий. Функциональная на момент рубки деревьев ситуация может быть изучена по $24 \times 5 = 120$ ранговым распределениям.

Таблица 1 - Структурные параметры дендрорядов сосняка на пробной площади по кривым высот

Ранг p	Дендрометрический ряд сосен	N, шт.	Параметры толщины, см					Параметры высоты, м				
			D_{min}	D_{max}	ΔD	$\overline{D}$	$D*$	H_{min}	H_{max}	ΔH	$\overline{H}$	$H*$
0	Сверхлидеры	6	25.8	66.2	40.4	42.97	166	27.4	32.5	5.1	29.62	38.1
1	Сильнейшие	4	22.2	52.6	30.4	34.25	67	23.3	30.5	7.2	26.75	31.0
2	очень сильные	4	25.4	56.0	30.6	37.10	68	24.2	30.0	5.8	26.88	30.3
3	Сильные	6	19.8	43.6	23.8	30.00	82	20.3	28.3	8.0	24.23	31.3
4	слабонапряженные	9	10.4	71.4	61.0	28.67	62	12.1	29.0	16.9	20.50	29.1
5	малонапряженные	16	12.2	68.2	56.0	37.50	55	10.5	28.7	18.2	22.21	28.4
6	Напряженные	9	23.4	68.6	45.2	39.89	62	22.0	27.8	5.8	25.28	27.8
7	сильнонапряженные	16	19.8	68.2	48.4	37.97	66	19.5	27.6	8.1	24.74	27.8
8	высокоинтенсивные	22	13.4	63.6	50.2	24.73	52	12.0	27.0	15.0	18.66	27.0
9	супернапряженные	14	22.8	41.6	18.8	31.36	329	20.0	25.2	5.2	22.53	35.9
10	начало ослабления	21	19.0	64.0	45.0	32.99	100	17.2	26.8	9.6	21.81	28.0
11	сопротивляющиеся	20	14.8	60.6	45.8	31.82	69	13.0	26.5	13.5	19.63	26.6
12	слабеющие	10	14.8	38.6	23.8	26.29	387	12.4	23.5	11.1	18.30	44.2
13	слабоватые	28	18.0	56.6	38.6	42.08	553	13.8	26.0	12.2	22.33	44.6
14	слабые деревья	9	16.4	61.2	44.8	39.18	2500	12.6	26.0	13.4	19.78	198.2
15	очень слабые	4	19.8	62.8	43.0	48.60	2185	13.0	24.6	11.6	21.15	178.7
16	аутсайдеры	5	31.6	66.8	35.2	46.22	63	15.4	21.9	6.5	18.56	21.4
17	усохшие сосны	16	7.2	53.8	46.6	29.93	73	10.5	28.5	18.0	20.25	28.6

Примечание. *Оптимумы по формулам [1] дендрорядов с учетом погрешности измерений.

Все 11 показателей из таблицы 1 имеют волновые функции, которые мы называем асимметричными вейвлет-сигналами [3]. При этом они есть, но мы не умеем пока расшифровать эти сигналы.

Вейвлет (всплеск) - это математическая функция. Английское слово «wavelet» означает в переводе «маленькая волна». Вейвлеты - это семейство функций, «волны, идущие друг за другом». Осью абсцисс может быть не только время (в нашем случае диаметр ствола косвенно отображает возраст дерева), но и любая другая физическая величина. Вейвлет имеет четкую амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) и поэтому может изучаться методами классической механики колебаний [3].

При этом любой гармоничный вейвлет асимметричной формы имеет вид

$$y = \sum_{i=1}^{m} y_i ,$$

$$y_i = A_i \cos(\pi x / p_i - a_{8i}),\ A_i = a_{1i} x^{a_{2i}} \exp(-a_{3i} x^{a_{4i}}),\ p_i = a_{5i} + a_{6i} x^{a_{7i}}, \quad (1)$$

где y - показатель, i - номер составляющей показателя, m - количество членов модели (1), x - объясняющая переменная (влияющий фактор), A - амплитуда (половина) вейвлета (ось y), p - полупериод колебания (ось x), $a_1 \ldots a_8$ - параметры модели (1), принимающие числовые значения в процессе идентификации (1) по исходным данным в программной среде типа CurveExpert.

Физико-математический подход предполагает понимание рядов распределений таблицы 1 как отражений составного процесса поведения сосняка.

Сигнал – это материальный носитель информации. А информация нами понимается как ***мера взаимодействия*** [3].

Сигнал может генерироваться, но его приём не обязателен. Сосняк как вид древостоя известен несколько тысяч лет, но суть его как множества сигналов до сих пор не раскрыта.

Получается в лесной науке так, что изменение множества неизвестных сигналов лесоводам понятно на общем интуитивном (эвристическом) уровне. Но глубокое содержательное понимание ситуации сосняка (в момент рубки его модельных деревьев) приходит только в ходе выявления биотехнических волновых закономерностей [1-10].

Численность дендрорядов сосен. Количество сосен в дендрометрических рядах (рис. 1) сосняка изменяется в зависимости от ранга его дендроряда по четырехчленной формуле

$$N = N_1 + N_2 + N_3 + N_4, \quad (2)$$

$$N_1 = 5{,}87121 \exp(-0{,}57516 p),\ N_2 = 0{,}62629 p^{2{,}08249} \exp(-0{,}031645 p^{1{,}64848}),$$

$$N_3 = A_3 \cos(\pi p / p_3 + 0{,}46730),\ A_3 = -0{,}10819 p^{2{,}29939} \exp(-0{,}10524 p^{1{,}06386}),$$

$$p_3 = 1{,}07739 + 0{,}00033637 p^{2{,}33688}),\ N_4 = A_4 \cos(\pi p / p_4 - 2{,}73999),$$

$$A_4 = 308105{,}66 p^{3{,}71710} \exp(-12{,}52069 p^{0{,}20854}),$$

$$p_4 = 0{,}67843 + 0{,}059661 p^{0{,}98466}).$$

Первые два члена уравнения (1) являются детерминированными, у которых полупериоды бесконечны. Физически они являются длинными колебаниями, полупериод их во много раз превышает интервал p на оси абсцисс.

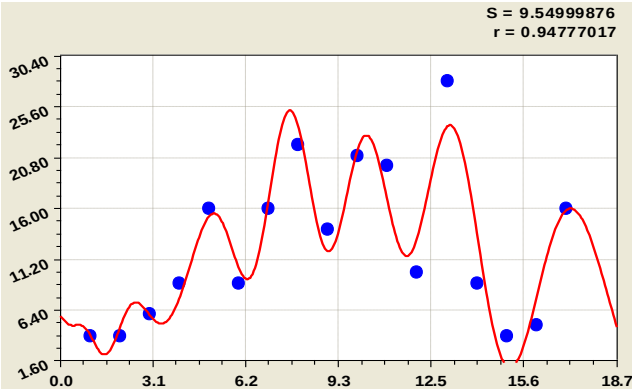


Рисунок 1 - Распределение численности дендрорядов в сосняке Сибири

С повышением ранга дендроряда полупериод колебательного возмущения возрастает и ряды с высоким рангом, или с худшими условиями произрастания, как бы успокаиваются (или слабеют по уровню жизненной энергии), а амплитуда при этом у дендрометрических рядов 14-16 резко снижается. Таким образом, волны являются средством адаптации к внешним воздействиям.

По остаткам от модели (1) были получены (рис. 2) еще два вейвлета:

$$N_5 = A_5 \cos(\pi p / p_5 - 2{,}94191), \quad (2)$$

$$A_5 = -22{,}54027\, p^{4{,}14436} \exp(-4{,}66517\, p^{0{,}42871}), \quad p_5 = 1{,}95179 + 0{,}020641 p^{1{,}49398};$$

$$N_6 = A_6 \cos(\pi p / p_6 - 4{,}29568), \quad (3)$$

$$A_6 = -2{,}05032 \cdot 10^{-12}\, p^{20{,}65915} \exp(-1{,}85232\, p^{1{,}25987}), \quad p_6 = 1{,}25987 - 0{,}014064 p.$$

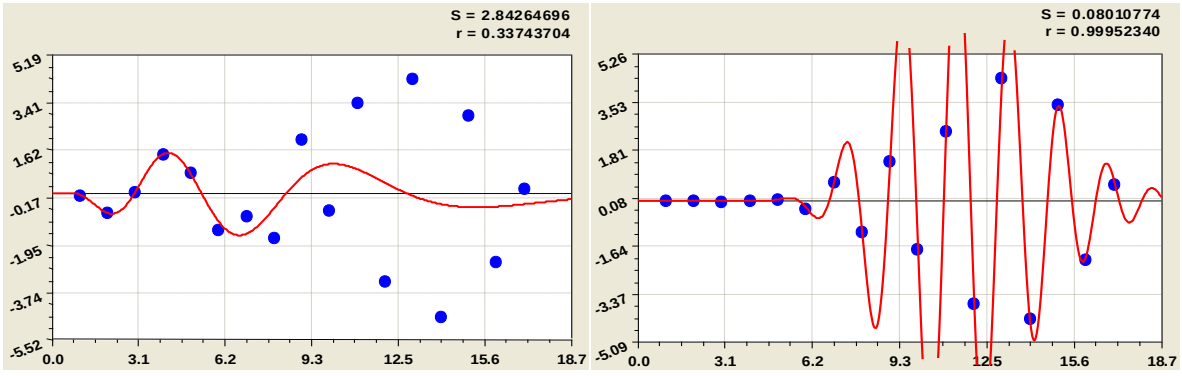


Рисунок 2 - Дополнительные вейвлеты рангового распределения численности дендрорядов

Остатки (абсолютная погрешность) намного стали меньше погрешности измерения числа деревьев $\pm 0{,}5$ шт. Поэтому идентификацию прекращаем.

Параметры толщины ствола сосен. Каждый из пяти показателей толщины изменяется множеством вейвлетов, что позволяет давать объяснение поведению минимальных $D_{\min}$ и максимальных $D_{\max}$ диаметров в дендроряде

сосен, а также размаху $\Delta D = D_{\max} - D_{\min}$, среднему статистическому $\overline{D}$ (не среднеарифметическому) и оптимуму $H^* = f(D^*)$ толщины ствола сосен.

Из-за малого объема статьи в таблице 2 даны составляющие только основной закономерности.

По остаткам от основных биотехнических закономерностей дополнительно были получены до 8-10 вейвлетов. Это указывает, что развитие в ширину и рост в высоту разновозрастных сосен происходит по множеству колебательных возмущений. Нужно только в содержательном смысле научиться расшифровывать эти вейвлет-сигналы.

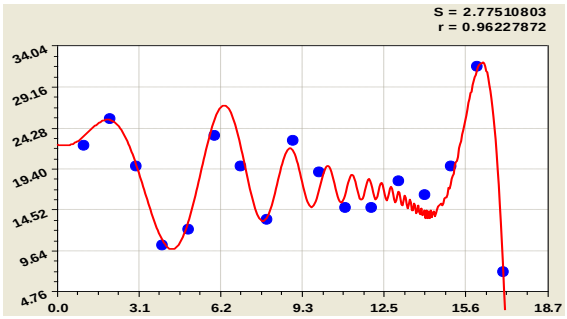
С наибольшей адекватностью 0,9997 (табл. 2) график на рисунке 3 относится к распределению оптимального диаметра D^* по рангам 18 у дендрорядов ангарских сосен.

Таблица 2 - Параметры волнового уравнения (1) распределения 18 дендрорядов по параметрам толщины ствола 219 ангарских сосен, см

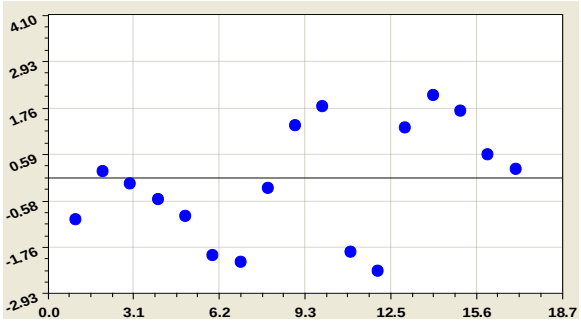
№ i	Амплитуда колебания				Полупериод и сдвиг колебания				Коэфф. коррел.
	a_{1i}	a_{2i}	a_{3i}	a_{4i}	a_{5i}	a_{6i}	a_{7i}	a_{8i}	
Минимальный диаметр $D_{\min}$ сосен в дендрорядах									
1	22,28248	0	0,023669	1	0	0	0	0	0,9623
2	3,33113	2,95520	0,80238	0,94485	5,05309	-0,35033	0,97260	0,67586	
3	-6,47508e-18	15,28636	0	0	2,11637	0	0	-4,79970	
Максимальный диаметр $D_{\max}$ сосен в дендрорядах									
1	61,68550	0	0,0011070	0	0	0	0	0	0,9709
2	-147,42788	2,40149	3,19820	0,42889	2,88288	0,29669	0,58808	1,79578	
3	-9,46471e-19	40,09367	6,85871	0,84009	0,51304	0,00068849	2,26894	3,05594	
4	-46,65305	2,08319	1,14540	1	0,75877	0,074361	1	2,49278	
Размах диаметра $\Delta D = D_{\max} - D_{\min}$ сосен в дендрорядах									
1	39,53972	0	-0,0025378	1	0	0	0	0	0,9431
2	-4,02141	1,79141	0,38090	0,89130	1,54437	4,52070e-5	2,53288	-0,59669	
3	10,99341	0,51141	0,028338	1,69818	3,77415	0,00033894	3,49261	4,28142	
Средний арифметический диаметр $\overline{D}$ ствола сосен дендрорядов									
1	39,50274	0	0,025569	1	0	0	0	0	0,9476
2	-1,91070e-8	7,75499	6,46869	3,06336	0	0	0	0	
3	3,01486	1,12526	0,18835	1	10,75009	-4,81139	0,21824	-0,94643	
Оптимальный диаметр D^* по расчетной модели каждого дендроряда									
1	123,1731	0	0,14107	1	0	0	0	0	0,9997
2	1,65110e-127	164,83713	5,91547	1,18622	0	0	0	0	
3	-0,21651	4,76828	1,05024	0,58024	0,34929	0,032263	0,95241	0,12220	
4	8,62421e-11	23,70959	2,62910	1	12,07770	-2,20125	0,41909	-1,60919	

Заметно, что слабеющие сосны вдруг начинают показывать свое стремление к высоким значениям толщины ствола – вплоть до диаметра 25 м.

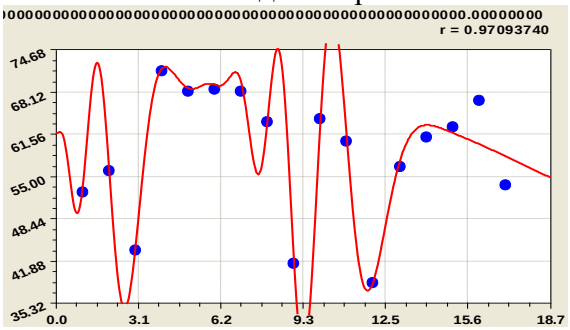
Но импульсивное стремление расти в толщину чаще всего не обеспечено условиями среды, и этому развитию мешают соседние деревья своими стволами и кронами. По этим пяти параметрам толщины ствола можно выявить в дальнейшм закономерности влияния диаметра кроны модельных сосен.



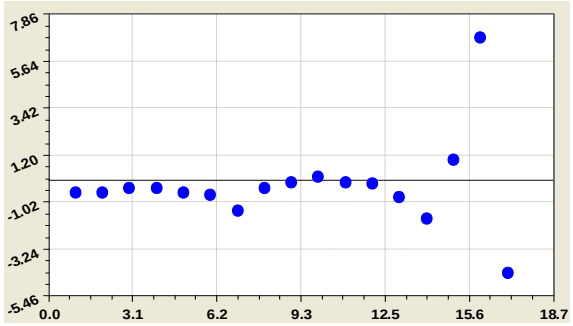
минимальный диаметр D_{min} сосен



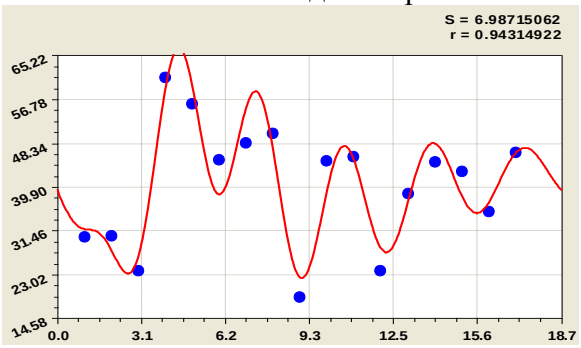
остатки после основной закономерности



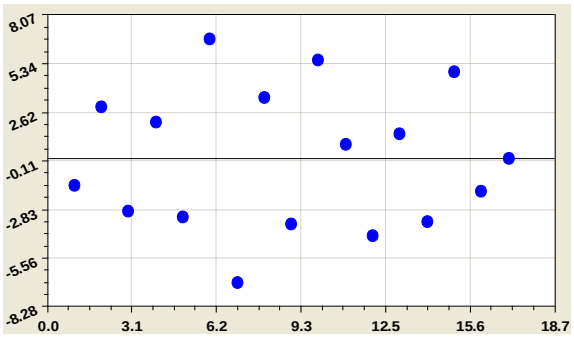
максимальный диаметр D_{max}



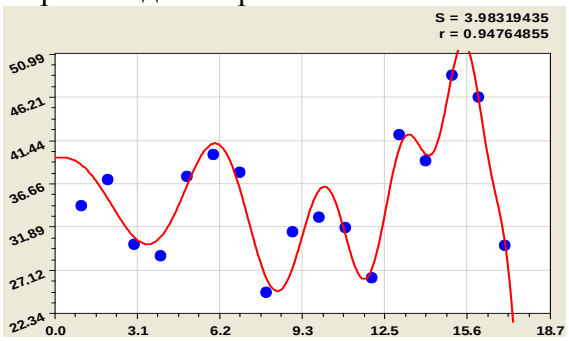
остатки после основной закономерности



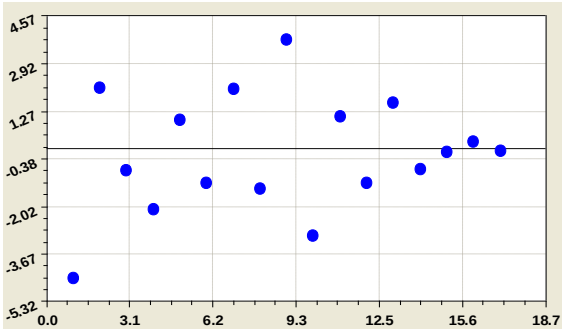
размах диаметра $\Delta D = D_{max} - D_{min}$ сосен



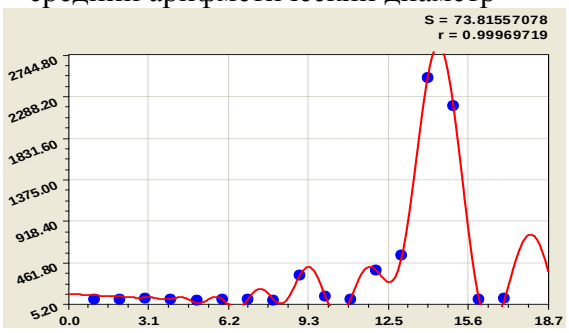
остатки после основной закономерности



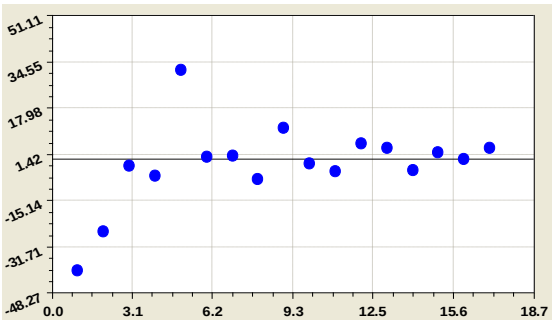
средний арифметический диаметр $\overline{D}$



остатки после основной закономерности



оптимальный диаметр D^* дендроряда



остатки после основной закономерности

Рисунок 3 - Основные закономерности рангового распределения показателей толщины ствола сосен

Параметры высоты ствола сосен. Аналогично толщине рассматриваются пять разных показателей высоты ствола (табл. 3 и рис. 4).

Слабеющие сосны 14-15 дендрорядов «имеют желание» не только утолщаться, но и расти в высоту вплоть до теоретического предела в 200 м.

Причем закономерности типа $H = f(D)$ кривых высот у всех 18 дендрорядов [1] дают наибольшую адекватность моделирования.

В таблице 4 дано сравнение выявленных формул по уровню корреляции и числу параметров, содержащихся в статистической модели.

Лучшим показателем становится максимальная высота ствола.

Она имеет шестое место по коэффициенту корреляции, но первые места по количеству членов математической модели и количеству её параметров.

Таблица 3 - Параметры волнового уравнения (1) распределения 18 дендрорядов по параметрам высоты ствола 219 ангарских сосен, м

№ i	Амплитуда колебания				Полупериод и сдвиг колебания				Коэфф. коррел.
	a_{1i}	a_{2i}	a_{3i}	a_{4i}	a_{5i}	a_{6i}	a_{7i}	a_{8i}	
Минимальная высота $H_{\min}$ ствола сосен в дендрорядах									
1	27,47674	0	0,21215	0,46498	0	0	0	0	0,9965
2	191,09825	4,40686	5,14532	0,43166	3,75340	-0,23153	0,87722	-4,65422	
3	-0,0034393	5,67318	0,78279	0,91456	4,51928	-0,00014628	3,06855	3,30077	
Максимальная высота $H_{\max}$ ствола сосен в дендрорядах									
1	32,52538	0	0,061791	0,54004	0	0	0	0	0,9706
2	0,00057489	3,13686	0	0	0,43404	0,61691	0,20058	4,25453	
Размах высоты ствола $\Delta H = H_{\max} - H_{\min}$ сосен в дендрорядах									
1	5,82606	0	-0,29506	0,35003	0	0	0	0	0,9770
2	-1,02177	3,82399	0,78179	1	4,67313	-0,29603	1	1,11583	
3	7,63309E-18	17,27031	0,49259	0,93446	1,87187	0	0	4,56326	
Средняя арифметическая высота $\overline{H}$ ствола сосен дендрорядов									
1	29,64882	0	0,12236	0,43905	0	0	0	0	0,9701
2	4,73057	2,46839	1,76026	0,56341	2,30096	-0,0015754	2,16399	2,56782	
Оптимальная (предельная) высота H^* ствола по расчетной модели каждого дендроряда									
1	32,09858	0	3,14642e-5	3,81929	0	0	0	0	0,9978
2	3,49885e-150	187,6328	5,50770	1,24170	0	0	0	0	
3	4,38396e-15	23,89888	2,77238	0,85502	0,77877	0,23325	0,27611	4,57679	

Таблица 4 - Сравнение ранговых распределений дендрорядов

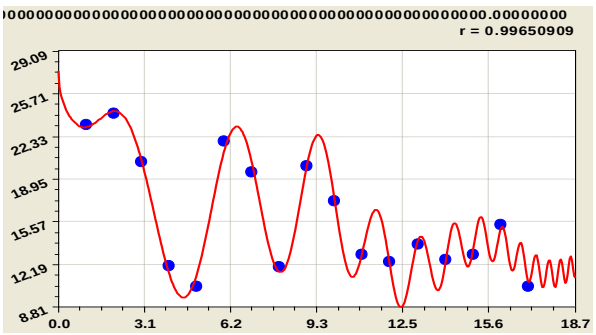
Толщина ствола сосен				Высота ствола сосен			
Показатель	Коэф. корр.	Кол-во членов	Кол-во парам.	Показатель	Коэф. корр.	Кол-во членов	Кол-во парам.
$D_{\min}$	0,9623	3	14	$H_{\min}$	0,9965	3	19
$D_{\max}$	0,9709	4	25	$H_{\max}$	0,9706	**2**	**9**
ΔD	0,9431	3	18	ΔH	0,9770	3	15
$\overline{D}$	0,9476	3	13	$\overline{H}$	0,9701	2	11
D^*	**0,9997**	4	21	H^*	0,9978	3	15

Таким образом, английская система дендрометрии [11, 12] по высотам у 100 лидирующих деревьев оказалась доказанной не только зарубежными исследованиями. Она доказана и по результатам моделирования 10 показателей

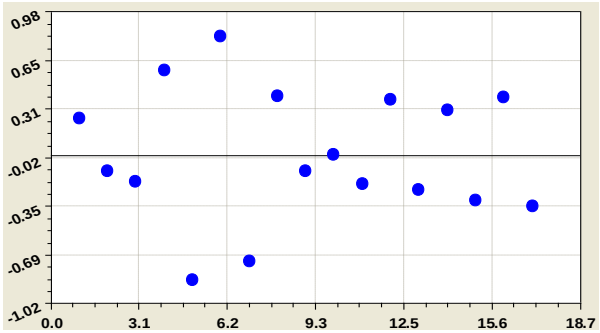
толщины и высоты ствола у 219 ангарских сосен по 18 дендрометрическим рядам.

Принятая в нашей стране система «средних арифметических деревьев» по данным таблицы 4 оказалась хуже (11 параметров модели по средней высоте и 13 по среднему диаметру).

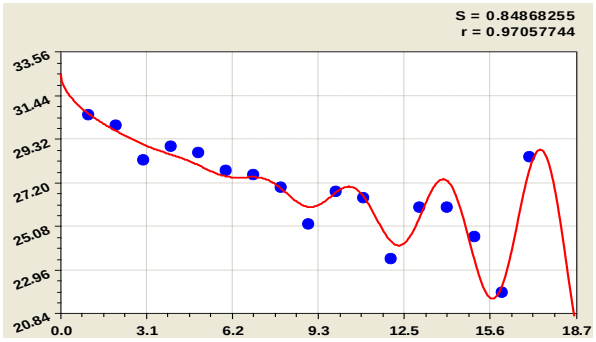
Выводы. Анализ выявленных биотехнических закономерностей рангового распределения показателей сосняка по пяти их различиям граничных условий и экстремумов позволяет научно обосновать мероприятия в проекте лесной аренды [4], изучать динамику территориального лесопользования при сравнении со странами мира [5], а также создавать функциональную структуру электронной тематической лесной карты [10] и в дальнейшем географическую информационную систему на основе тематических лесных карт.



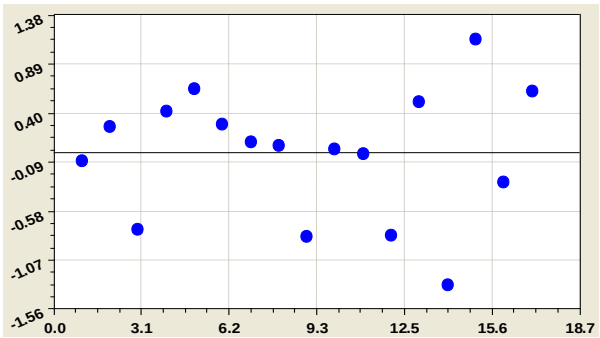
минимальная высота H_{min}



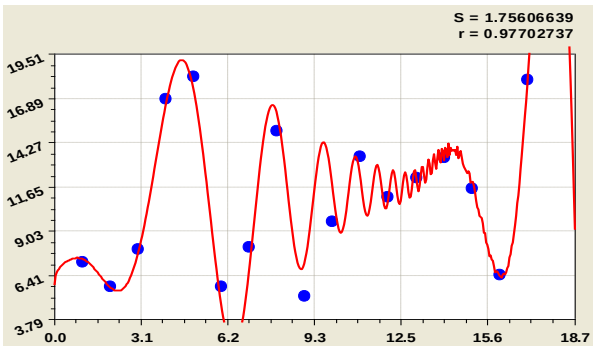
остатки после основной закономерности



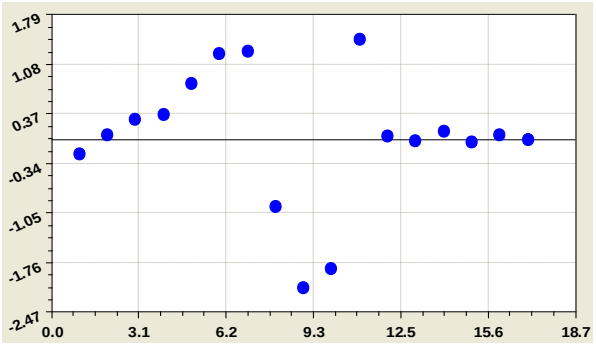
максимальная высота H_{max}



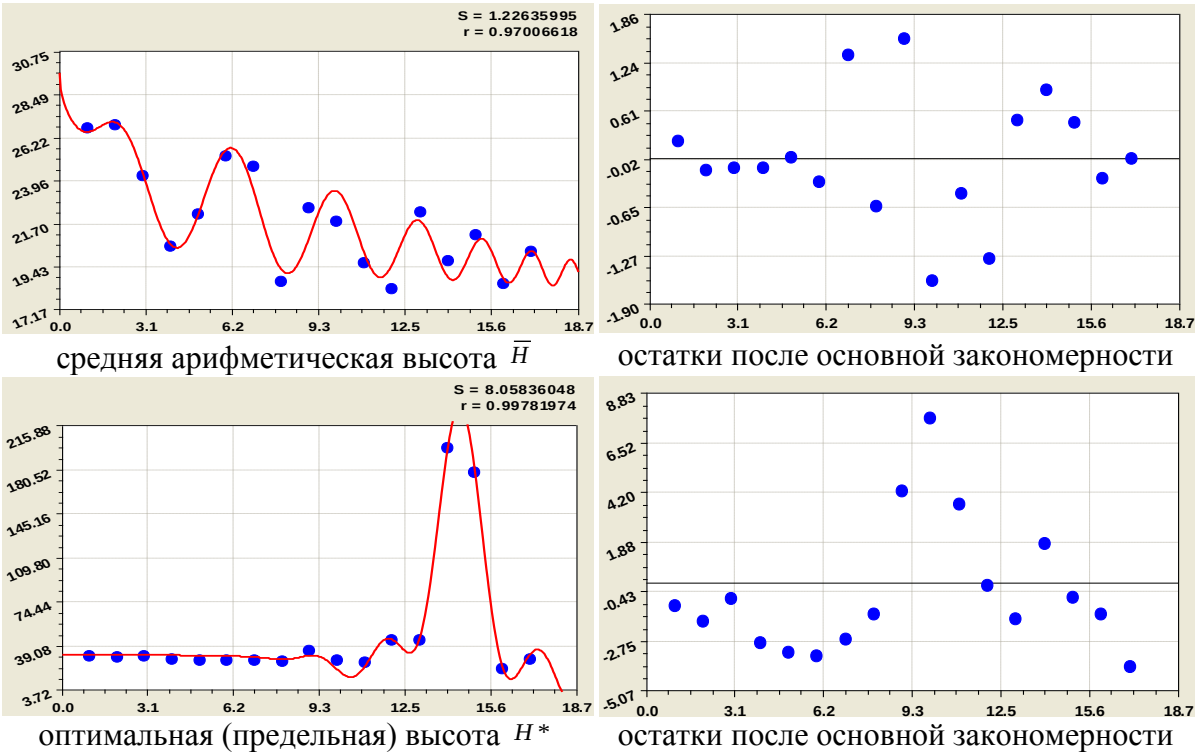
остатки после основной закономерности



размах высоты ствола $\Delta H = H_{max} - H_{min}$



остатки после основной закономерности



средняя арифметическая высота $\overline{H}$ остатки после основной закономерности

оптимальная (предельная) высота $H*$ остатки после основной закономерности

Рисунок 4 - Основные закономерности рангового распределения показателей высоты ствола сосен

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мазуркин П.М. Дендроряды разновозрастного сосняка по кривым высот // Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики / Материалы 4-й научно-практ. internet-конф. Отв. ред. Ю.С. Нагорнов. Ульяновск: Изд-во SIMJET, 2014. С. 122-130.

2. Мазуркин П.М. Биотехнические закономерности таксационных показателей пробных площадей // Матер. междунар. конф. «Международное сотрудничество в лесном секторе: баланс образования, науки и производства» (3-5 июня 2009). Йошкар-Ола: МарГТУ, 2009. С. 84-87.

3. Мазуркин П.М. Вейвлет-анализ ряда простых чисел // Фундаментальные исследования. 2011. № 12. С.568-575.

4. Мазуркин П.М. Лесная аренда и рациональное лесопользование. Йошкар-Ола: МарГТУ, 2007. 524 с.

5. Мазуркин П.М. Лесоаграрная Россия и мировая динамика лесопользования. Йошкар-Ола: МарГТУ, 2007. 334 с.

6. Мазуркин П.М. Принцип экосистемной суперпозиции: группировки диаметра ствола модельных сосен из лесных культур Волго-Вятского региона // Леса России в XXI веке: материалы шестой междунар. науч.-техн. интернет-конф., март 2011. СПб.: ЛТА, 2011. С. 121-136.

7. Мазуркин П.М. Распределение фитомассы сосняка по пробным площадям // Леса России и хозяйство в них. 2009. № 3. С.22-31.

8. Мазуркин П. М., Михайлова С.И. Комплексные исследования фитомассы лесолугового фитоценоза в Республике Марий Эл // Сб. статей III Междунар. научно-практ. конф. Саратов: СарГАУ, 2011. С. 22-26.

9. Мазуркин П.М., Михайлова С.И. Распределение растительной массы в лесолуговом фитоценозе // Вестник УМО по образованию в области природообустройста и водопользоваия. 2011. № 3. С. 330-340.

10. Русинова Н.В., Мазуркин П.М., Фадеев А.Н. Методика построения электронной тематической лесной карты // Современные наукоёмкие технологии. №1. 2012. С.35-41.

11. Питер Х. Пирс. Введение в лесную экономику / Пер. с англ.: Учебн. пос. М.: Экология, 1992. 224 с.

12. Хендерсон-Ховат Д.Б. Регулирование и прогнозирование объемов производства древесины // Интегрированное управление лесами при многоцелевом использовании их в условиях рыночной экономики. Матер. конфер. междунар. союза ИЮФРО. М.: ВНИИЛМ. 1993. С. 233-242.

STRUCTURAL AND FUNCTIONAL CHARACTERISTICS DENDRITIC SERIES UNEVEN-AGED PINE FORESTS OF SIBERIA ON A CURVE HEIGHTS

© 2015

P.M. Mazurkin, Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of the Russian Academy of Natural Sciences and the Russian Academy of Natural Sciences, Member of the European Academy of Natural Sciences

Volga State Technological University, Yoshkar-Ola (Russia), kaf_po@mail.ru

УДК 51-76, 576.32

ОЦЕНКА ВНУТРИКЛЕТОЧНОГО ДАВЛЕНИЯ ЭРИТРОЦИТОВ ПРИ ПОВЫШЕННОМ БИЛИРУБИНЕ В РАМКАХ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

© 2015

Ю.С. Нагорнов, кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник
ФГБОУ ВПО «Тольяттинский государственный университет», Тольятти (Россия), nagornovys@yandex.ru
Р.А. Пахомова, кандидат медицинских наук
ГБОУ ВПО «Красноярский государственный медицинский университет имени профессора В.Ф. Войно-Ясенецкого», Красноярск (Россия), pra5555@mail.ru
И.В. Жиляев, аспирант
ФГАОУ ВПО «Южный федеральный университет», Ростов-на-Дону (Россия,) Zhilyaev@mail.com
Б.Ф. Мельников, доктор физико-математических наук, профессор, физико-математический факультет
ФГБОУ ВПО «Самарский государственный университет», Самара (Россия), bormel@rambler.ru
А.В. Кац, аспирант
ФГБОУ ВПО «Тольяттинский государственный университет», Тольятти (Россия), elfsage@mail.ru
А.А. Наседкина, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры математического моделирования
ФГАОУ ВПО «Южный федеральный университет», Ростов-на-Дону (Россия), nasedkina@math.sfedu.ru
Е.А. Аксенова, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник
ФГБУН «Институт прикладных математических исследований Карельского научного центра Российской академии наук», Петрозаводск (Россия), aksenova@krc.karelia.ru

Эритроциты - клетки крови, выполняющие газотранспортную функцию переноса кислорода из лёгких к органам и тканям, а диоксида углерода - в обратном направлении. Зрелые эритроциты лишены ядра и органелл и имеют форму двояковогнутого диска с максимально высоким отношением площади к объёму, что обеспечивает наиболее оптимальный газообмен. Особенности цитоскелета и строения клеточной мембраны двояковогнутых эритроцитов позволяют им претерпевать значительные деформации при прохождении через узкие изогнутые капилляры с последующим восстановлением формы.

Известно, что в случае изменения формы пластичность эритроцитов уменьшается, например, при старении клеток. Пластичность существенно снижена у сфероцитов, серповидных эритроцитов и стоматоцитов, а также изменена у эхиноцитов. Транспорт кислорода обеспечивается гемоглобином, на долю которого приходится около 98% массы белков цитоплазмы эритроцитов, что свидетельствует о практически однородном содержимом эритроцитов.

Кроме того, форма красных кровяных клеток зависит от осмотического давления в эритроцитах и в плазме крови, а также от состояния цитоскелета мембраны эритроцитов, влияющего на упругие свойства оболочек красных

кровяных телец. Известно, что содержание белков в эритроцитах выше, а низкомолекулярных веществ - ниже, чем в плазме. Осмотическое давление, создаваемое высокой внутриклеточной концентрацией белков в эритроцитах, в значительной степени компенсируется малой концентрацией низкомолекулярных веществ.

В предыдущих работах было учтено влияние упругости мембраны на форму и состояние эритроцита [1-4]. Основополагающим в разработанной модели явилось то, что влияние упругих свойств мембраны эритроцита, зависящее от состояния её цистоскелета и осмотического давления как в самом эритроците, так и в плазме крови, рассматривалось в качестве одного из ведущих факторов изменения его формы. Переходя в цилиндрические координаты, введем оси симметрии в геометрическую модель эритроцита. Горизонтальную ось обозначим буквой r, а вертикальную – z. Для решения задачи методом конечных элементов введем область её определения, которая обладает аксиальной симметрией относительно оси z. Для задания начальных данных были взяты максимальные значения: исходный радиус эритроцита $R = 5.0\,мкм$, и толщина $h = 2.0\,мкм$. По данным работ [1, 2] коэффициент упругости (коэффициент ригидности или модуль Юнга) мембраны эритроцитов в норме равен 1.4-1.7 кПа, при этом в работе [2,3] указывается, что ригидность в центре и на краю эритроцита отличается на 25-40%. С целью учета этого экспериментального факта в модель была введена зависимость модуля Юнга по формуле [4]: $E = E_0(2 - \exp[-(r/R)^2])\,Па$, где масштабный множитель $E_0 = 1000\,Па$.

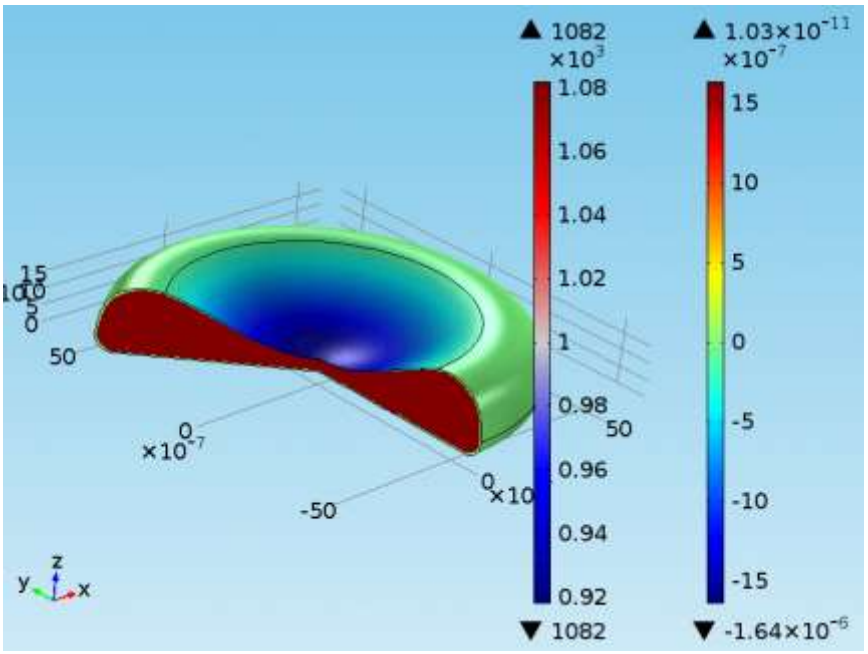
Модуль Юнга при удалении от оси плавно нарастал от 1000 Па до 1632 Па. Данное изменение модуля Юнга обеспечило плавность контура эритроцита в деформированном состоянии при линейном изменении модуля с возникновением резкого угла по отношению к оси. Коэффициент Пуассона был равен $\nu = 0.33$, при этом давление на стенки эритроцита варьировало от 0,1 до 2 кПа.

Было проведено моделирование морфологии эритроцитов методом конечных элементов при различных давлениях, действующих на мембрану. При этом начальный размер формы эритроцита был равен 2 и 8 мкм по осям z и r соответственно. Далее модель эритроцита нагрузили внешним давлением от 500 до 2000 Па. При расчетах предполагалось, что давление P приложено однородно по всей поверхности эритроцита, так что изменение морфологии связано только с внутренними характеристиками эритроцита, которые заложены в модель. Эритроцит при этом рассматривался как упругое жидкое тело, которое снаружи имеет мембрану с физическими характеристиками, взятыми из справочных и литературных данных.

В настоящей работе проведено моделирование морфологии эритроцита в зависимости от разности давлений изнутри и снаружи на мембрану клетки. В численном эксперименте изначально задавалось внутреннее давление, равное 1000 Па, а внешнее давление менялось в соответствии с условиями расчетов. В результате морфология эритроцита в процессе расчета постепенно изменялась и в конце принимала форму, соответствующую рис. 1. При этом внутреннее содержимое эритроцита представлялось в виде жидкости, поэтому расчет проводился с использованием уравнений Навье-Стокса, т.е. уравнений описывающих поведение жидкости внутри клетки.

На рис.1 показаны два случая, в первом давление снаружи больше, чем внутри на 82 Па, что приводит к морфологии эритроцита в норме. В другом крайнем случае давление внутри наоборот больше, чем снаружи на 82 Па, в результате возникает ситуация раздутия эритроцита и мембрана эритроцита при достижении критических значений упругости, показанных также на рис.1, должна разорваться. К сожалению, программа численного расчета методом конечных элементов прекращает расчет в случае разрыва поверхности мембраны, поскольку нарушаются граничные условия и система уравнений в этом случае не будет иметь однозначного решения.

a)



b)

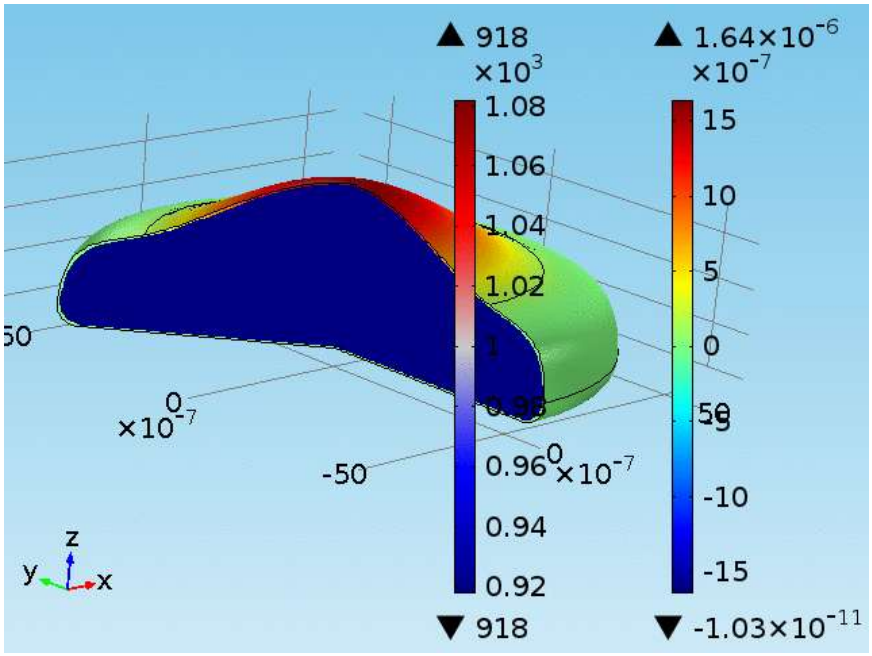


Рисунок 1 - Морфология, внутриклеточное давление (левая ось – внешнее давление в Па) и упругие состояния мембраны (правая ось в ГПа) в модели эритроцита при двух различных состояниях: давление внутри клетки в обоих случаях в начале расчета равно 1000 Па, давление снаружи a) 1082 Па b) 918 Па

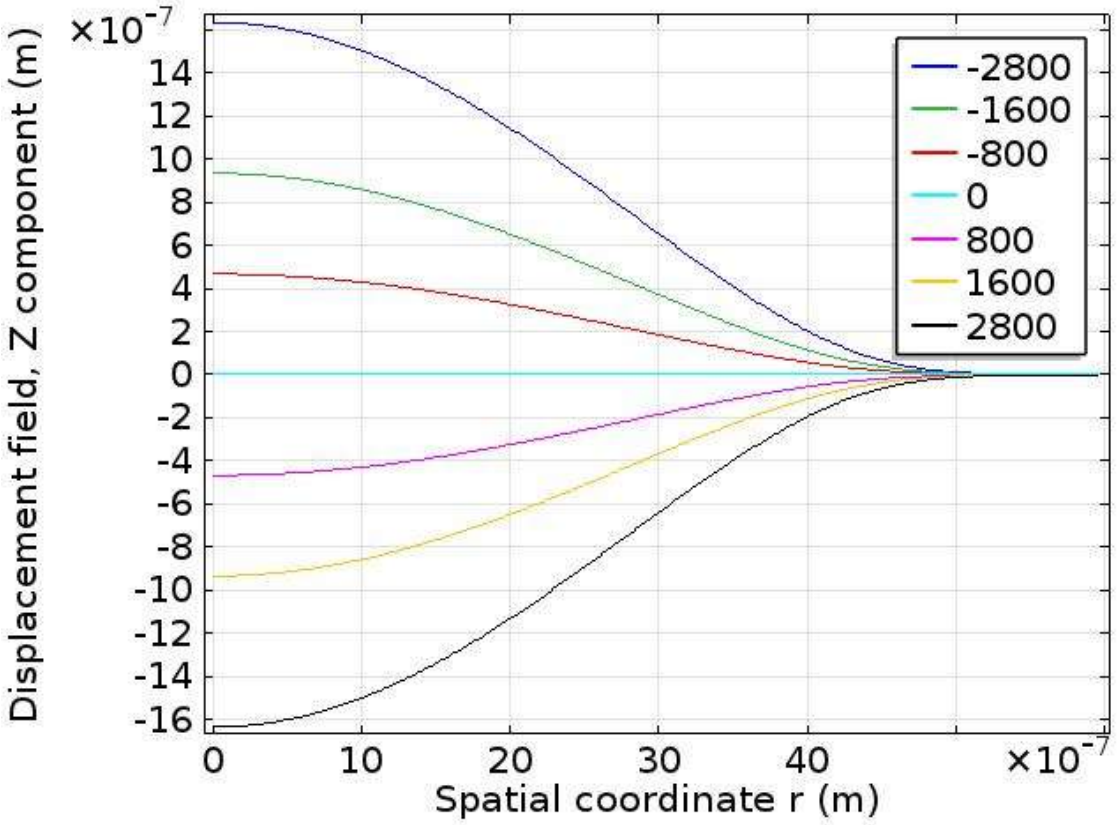


Рисунок 2 - Форма мембраны и ее деформация на верхней границе поперечного среза эритроцита в зависимости от приложенного давления (Па)

На рис.2 показана зависимость форма мембраны и ее деформации на верхней границе поперечного среза эритроцита в зависимости от приложенного давления. При этом давление на мембрану меняется в диапазоне от 0 до 2800 Па, как в положительном, так и в отрицательном направлениях. В норме давление, оказываемое на мембрану, равно 2800 Па, при этом давление внутри эритроцита задавалось равным 1000Па. На рис.3 показан скан эритроцита при повышенном билирубине в крови (450 мМоль/л). Видно, что мембрана эритроцита не вогнутая как в норме, а выпуклая, причем величина выпуклости равна 0,1-0,15 мкм выше плоскости мембраны эритроцита. Данная степень выгнутости мембраны соответствует в рамках модели (рис.2) давлению внутри эритроцита, равному -800Па, т.е. разница между нормой и состоянием с повышенным билирубином составляет 3600Па.

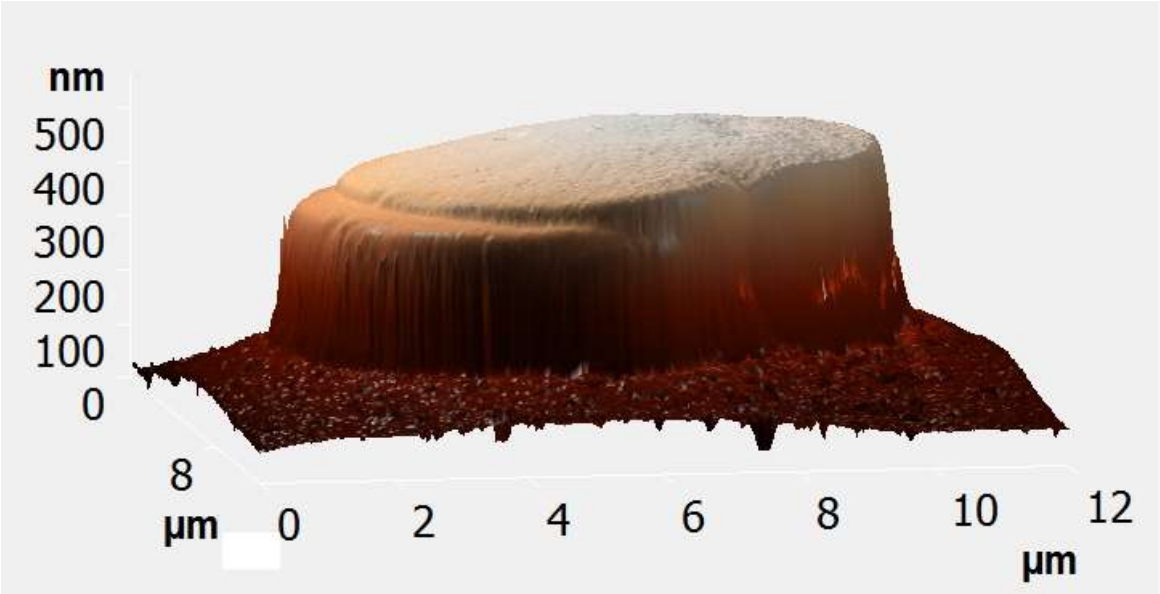


Рисунок 3 - Скан эритроцита при повышенном билирубине в крови (450 мМоль/л)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дрозд Е.С., Чижик С.А., Константинова Е.Э. Атомно-силовая микроскопия структурно-механических свойств мембран эритроцитов // Российский журнал биомеханики. 2009. Т. 13. № 4(46). С. 22–30.

2. Nowakowski R., Luckham P. Imaging the surface details of red blood cells with atomic force microscopy // Surface and Interface Analysis. 2002. V. 33. Issue 2. P. 118-121.

3. Dulińska I., Targosz M. et al. Stiffness of normal and pathological erythrocytes studied by means of atomic force microscopy // J Biochem Biophys Methods. 2006. V. 66 (1-3). P. 1–11.

4. Nagornov Yu.S. Simulation of AFM data for erythrocytes membrane under femtosecond laser irradiation // Applied Cell Biology. 2014. Vol.3. N 1: 1-8.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» (соглашение № 14.574.21.0025, уникальный идентификатор соглашения - RFMEFI57414X0025).

EVALUATION OF INTRACELLULAR PRESSURE OF ERYTHROCYTE AT ELEVATED BILIRUBIN WITHIN A MODEL BASED ON THE NAVIER-STOKES EQUATIONS

© 2015

Yu.S. Nagornov, candidate of physical and mathematical sciences, docent, senior researcher
Togliatti State University, Togliatti (Russia), nagornovys@yandex.ru
R.A. Pahomova, candidate medical sciences
Krasnoyarsk State Medical University named after professor V.F. Voyno-Yasenetsky, Krasnoyarsk (Russia), pra5555@mail.ru
I.V. Zhilyaev, a graduate student
Southern Federal University, Rostov-on-Don (Russia), Zhilyaev@mail.com
B.F. Melnikov*,* doctor of physical and mathematical sciences, professor, faculty of physics and mathematics
Samara State University, Samara (Russia), bormel@rambler.ru
A.V. Katz, a graduate student
Togliatti State University, Togliatti (Russia), elfsage@mail.ru
A.A. Nasedkina*,* candidate of physical and mathematical sciences, senior lecture of the Department of Mathematical Modeling
Southern Federal University, Rostov on Don (Russia), nasedkina@math.sfedu.ru
E.A. Aksenova, candidate of physical and mathematical sciences, senior researcher
Institute of Applied Mathematical Research, Karelian Research Centre, RAS, Petrozavodsk (Russia), aksenova@krc.karelia.ru

УДК 519.8

НЕПРЕРЫВНЫЙ АНАЛОГ МЕТОДА НЬЮТОНА В МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ ЧАСТИЦ В УСКОРИТЕЛЕ

© 2015

Р.В. Полякова*,* кандидат, физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории информационных технологий (ЛИТ)
Объединенный институт ядерных исследований (ОИЯИ), Дубна (Россия), polykovarv@mail.ru
А.Д. Коваленко*,* доктор физико-математических наук, заместитель директора по научной работе лаборатории физики высоких энергий (ЛФВЭ)
Объединенный институт ядерных исследований (ОИЯИ), Дубна (Россия)
И.П. Юдин*,* кандидат, физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории физики высоких энергий (ЛФВЭ)
Объединенный институт ядерных исследований (ОИЯИ), Дубна (Россия)

Введение. Создание новых ускорителей и реконструкция действующих требует решения нелинейных задач, математическое моделирование которых приводит к важным и интересным математическим задачам. Многие из них являются настолько сложными нелинейными задачами, в том числе и обратными, что единственная возможность исследования их состоит в разработке численных алгоритмов и реализации последних на ПК. К указанным проблемам относится, в частности, задача определения оптимальных (в смысле

каких-нибудь критериев качества) параметров P_i систем транспортировки заряженных частиц с учетом разного рода нелинейных эффектов, расчет согласованных «невидимых» прямолинейных промежутков ускорителя и проблемы восстановления импульсов (p) частиц, регистрируемых пропорциональными камерами, нахождение периодических траекторий в ускорителе с учетом реальных искажений магнитного поля. Все выше названные физические проблемы математически сводятся к решению краевой задачи для нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка. На ряде физических задач [1] была практически показана эффективность непрерывного аналога метода Ньютона (НАМН) [2]. Авторам этой работы показалось естественным развитие этого метода для решения нелинейных задач динамики заряженных частиц, что позволяет подобрать параметры и произвести расстановку элементов физических систем, а также сделать оценку допусков на них и дать конкретные рекомендации для осуществления решения поставленных физических задач. С помощью предлагаемого метода решались следующие модельные физические задачи:

- расчет поворотно–фокусирующих систем транспортировки при быстром выводе пучка на ускорителях,
- оптимизация длинных согласованных промежутков ускорителя и анализ нелинейных аберраций в них,
- нахождение периодических траекторий в ускорителе с учетом реальных искажений магнитного поля.

ЗАДАЧА 1. На рис.1 приведена схема одного из возможных вариантов системы транспортировки ускорителя. Движение заряженных частиц в магнитном поле такой системы в прямоугольной системе координат описывается полными уравнениями:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{ds^2} = \dfrac{A}{B_0R_0}\varphi(s,x,y,x'_s,y'_s,B_s,B_x,B_y,P_i) \\ \dfrac{d^2y}{ds^2} = \dfrac{A}{B_0R_0}\psi(s,x,y,x'_s,y'_s,B_s,B_x,B_y,P_i) \end{cases} \tag{1}$$

где B_0R_0 – магнитная жесткость частицы и $\frac{1}{B_0R_0} = \frac{e}{p}$, p –импульс частицы, $A = \sqrt{1+(x'_s)^2+(y'_s)^2}$, P_i –параметры, физический и математический смысл которых в каждом конкретном случае определен. Компоненты поля $B(B_s,B_x,B_y)$ в каждом конкретном физическом случае определяются аналитически или численным путем, если поле задано в виде таблицы. Математически краевая задача формулируется следующим образом: необходимо подобрать параметры системы P_i так, чтобы траектория движения заряженных частиц удовлетворяла уравнениям (1) и краевым условиям:

$$\begin{cases} x(s_0,P_i) = x_0, \quad x'_s(s_0,P_i) = \operatorname{tg}\alpha_0, \\ y(s_0,P_i) = y_0, \quad y'_s(s_0,P_i) = \operatorname{tg}\alpha_{0\perp}, \\ x(s_k,P_i) = x_k = a, \quad x'_s(s_k,P_i) = \operatorname{tg}\alpha_k = c, \\ y(s_k,P_i) = y_k = b, \quad y'_s(s_k,P_i) = \operatorname{tg}\alpha_{k\perp} = d. \end{cases} \text{èëè} \begin{cases} f_1(s_k,P_i) = x_k(s_k,P_i) - a = 0, \\ f_2(s_k,P_i) = y_k(s_k,P_i) - b = 0, \\ f_3(s_k,P_i) = x'_{sk}(s_k,P_i) - c = 0, \\ f_4(s_k,P_i) = y'_{sk}(s_k,P_i) - d = 0. \end{cases} \tag{2}$$

Задаются направление и координаты пучка заряженных частиц на входе транспортной системы - $(\alpha_0, \alpha_{0\perp}, s_0, x_0, y_0)$, α_0 – угол в радианах между касательной к проекции траектории в точке (s_0, x_0, y_0) на плоскость »SX» и осью »S»; $\alpha_{0\perp}$ – угол в радианах между касательной к проекции траектории в точке (s_0, x_0, y_0) на плоскость «SY» и осью «S». Необходимо подобрать параметры $(P_1, P_2, P_3 \cdots$; в частности, например, p –импульс частицы) так, чтобы по заданному начальному положению и направлению частицы получить ее заданное конечное положение и направление - $(\alpha_k, \alpha_{k\perp}, s_k, x_k, y_k)$, α_k и $\alpha_{k\perp}$ тоже, что и α_0 и $\alpha_{0\perp}$ соответственно в точке (s_k, x_k, y_k). В нашем случае предполагалось, что в систему транспортировки входят два поворотных магнита М, градиент поля таких магнитов достаточно велик $\left(n = \frac{dB}{dR}\frac{R}{B} = -140\right)$, поэтому направление пучка на выходе системы существенно зависит не только от индукции (B_1 и B_2) в магнитах, но и от их положения в пространстве (развороты вокруг оси и наклоны).

Подробное описание численного метода НАМН и алгоритма математического моделирования такой системы транспортировки дано в работе [2].

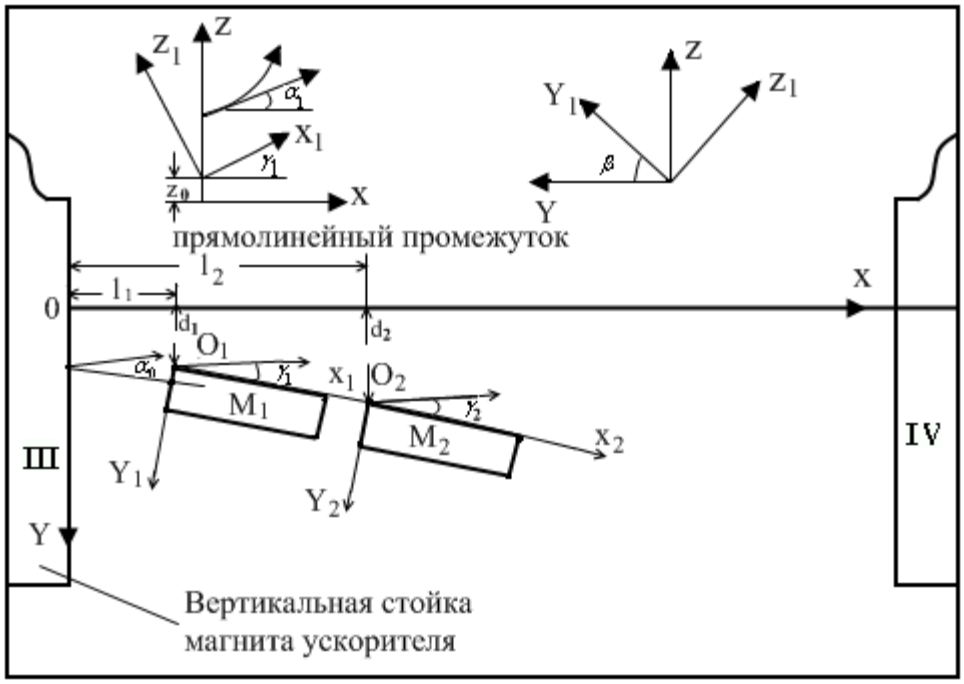


Рисунок 1 - Система координат, принятая при расчетах

В случае, когда параметром варьирования системы является только p – импульс частицы, вместо краевых условий (2) требуем выполнения условия:

$$F = f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2 = 0. \qquad (3)$$

Уравнение (3) будем решать непрерывным аналогом метода Ньютона, на основании которого, полагая $p = p(t)$ имеем: $\frac{\partial F[p(t)]}{\partial t} = -F[p(t)]$,

где
$$\frac{\partial F}{\partial t} = 2\left(f_1 \frac{\partial f_1}{\partial t} + f_2 \frac{\partial f_2}{\partial t} + f_3 \frac{\partial f_3}{\partial t} + f_4 \frac{\partial f_4}{\partial t}\right) \tag{4}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = \frac{\partial f_1}{\partial P} P'_t,\ \frac{\partial f_2}{\partial t} = \frac{\partial f_2}{\partial P} P'_t,\ \frac{\partial f_3}{\partial t} = \frac{\partial f_3}{\partial P} P'_t,\ \frac{\partial f_4}{\partial t} = \frac{\partial f_4}{\partial P} P'_t,$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial P} = (x_k)'_P,\ \frac{\partial f_2}{\partial P} = (y_k)'_P,\ \frac{\partial f_3}{\partial P} = (x_{1k})'_P,\ \frac{\partial f_4}{\partial P} = (y_{1k})'_P. \tag{5}$$

Задача быстрого вывода пучка на серпуховском ускорителе представляла и определенный математический интерес, т.к. сводилась к обратной краевой задаче для дифференциального уравнения второго порядка в полярной системе координат. Математически задача ставилась следующим образом: требуется решить уравнение

$$\rho'' = \frac{2\rho'^2}{r_c + \rho} + (r_c + \rho) - \frac{1}{r_1}(r_c + \rho)^2 F(\rho) = f(\varphi, \rho, \rho'), \tag{6}$$

где $\rho = \rho(\varphi)-$ искомая функция, $\varphi-$ аргумент. Уравнение (6) является модельным для движения частиц в магнитном поле ускорителя. В качестве системы координат выбрана полярная система: $r = r_c + \rho-$ полярный радиус; $\varphi-$ полярный угол; $r = r_c (r_c = const)$–равновесная орбита; $\rho(\varphi)$–отклонение частицы от равновесной орбиты; r_1–константа, $F(\rho)$–заданная функция, описывающая магнитное поле ускорителя. Уравнение (6) рассматривается на промежутках $[\varphi_0;\varphi_1]$, $[\varphi_1;\varphi_2]$, $\cdots$, $[\varphi_{n-1};\varphi_n]$, где $\varphi_0 < \varphi_1 < \cdots < \varphi_n$. В промежутке $[\varphi_0;\varphi_1]$ решение уравнения (6) известно. В точках $\varphi_0, \varphi_1, \cdots, \varphi_{n-1}$ решение $\rho(\varphi)$ претерпевает разрыв, который определяется следующим образом. Рассмотрим промежутки $[\varphi_{i-1};\varphi_i]$ и $[\varphi_i;\varphi_{i+1}]$, $(i = 1,2,\cdots,n-1)$. Пусть решение уравнения (6) и его производная на промежутке $[\varphi_{i-1};\varphi_i]$ в точке $\varphi = \varphi_i$ имеют значения $\rho = \rho_л(\varphi_i)$, $\rho' = \rho'_л(\varphi_i)$, а решение того же уравнения и его производная на промежутке $[\varphi_i;\varphi_{i+1}]$ в точке $\varphi = \varphi_i$ имеют значения $\rho = \rho_п(\varphi_i)$, $\rho' = \rho'_п(\varphi_i)$, (л–левое, п–правое значение в точке $\varphi = \varphi_i$). Левые и правые значения в точке $\varphi = \varphi_i$ связаны соотношениями:

$$\begin{gathered} \rho_п(\varphi_i) = \rho_л(\varphi_i) + l\rho'_л(\varphi_i) \\ \rho'_п(\varphi_i) = \alpha_i + \rho'_л(\varphi_i) \quad (i = 1,2,...,n-1) \end{gathered} \tag{7}$$

Здесь l – заданная константа, α_i для некоторых i равны нулю а для остальных значений i они являются неизвестными величинами, о чем будет сказано ниже. Среди $\varphi_i (i = 2,3,\cdots,n)$ есть несколько значений φ_{ik}, $k = 1,2,\cdots,m$, $(\varphi_{i1} < \varphi_{i2} < \cdots < \varphi_{im} = \varphi_n)$, при которых задаются краевые условия для уравнения (6) одного из двух типов:

$$\rho_л(\varphi_{ik}) = \rho_k \text{ или } \rho'_л(\varphi_{ik}) = \rho'_k, \text{ где } \rho_k,\ \rho'_k - \text{заданные величины.} \tag{8}$$

В формуле (7) при $\varphi_i = \varphi_1$ и при $\varphi_i = \varphi_{ik}$, $(k = 1,2,\cdots,m-1)$ α_i являются неизвестными величинами, а при остальных значениях $\varphi_i - \alpha_i = 0$. Рассмотрим промежуток $[\varphi_1;\varphi_{i1}]$. Он разбивается на промежутки $[\varphi_1;\varphi_2]$, $[\varphi_2;\varphi_3]$,$\cdots$,$[\varphi_{r-1};\varphi_r]$, $(\varphi_r = \varphi_{i1})$. Так как решение уравнения (6) в промежутке $[\varphi_0;\varphi_1]$ предполагаем известным, то из (7) следует, что известно и $\rho_п(\varphi_1) = \rho_л(\varphi_1) + l\rho'_л(\varphi_1)$. В точке φ_{i1} задано краевое условие типа (7). В точках φ_i

$(i = 2,3,\cdots,r-1)$ выполняются условия (8) при $\alpha_i = 0$. Требуется найти функцию $\rho = \rho(\varphi)$ и α_i такие, чтобы функция $\rho = \rho(\varphi)$ удовлетворяла дифференциальному уравнению (6) в промежутках $[\varphi_1;\varphi_2]$, $[\varphi_2;\varphi_3],\cdots,[\varphi_{r-1};\varphi_r]$, в точках $\varphi = \varphi_i$ $(i = 2,3,\cdots,r-1)$ выполнялись соотношения (7), а в точках φ_1 и φ_r были выполнены заданные краевые условия (8). На промежутках $[\varphi_{i\,2};\varphi_{i\,3}],\cdots,[\varphi_{i\,m-1};\varphi_{i\,m}]$ задача ставится аналогично тому, как это описано для промежутка $[\varphi_1;\varphi_{i\,1}]$. Для решения выше описанной краевой задачи использовался НАМН, который предполагает, что вместо уравнения (6) рассматривается система уравнений в частных производных:

$$\begin{cases} V''_{\varphi^2} + PV'_{\varphi} + QV = R, \\ \rho'_t = V, \end{cases} \quad \text{где} \quad P(\varphi,t,\rho,\rho'_{\varphi}) = f'_{\rho'_{\varphi}}(\varphi,t,\rho,\rho'_{\varphi}) = -\frac{4\rho'_{\varphi}}{r_c+\rho}, \tag{9}$$

$$Q(\varphi,t,\rho,\rho'_{\varphi}) = f'_{\rho} = 2\frac{(\rho'_{\varphi})^2}{(r_c+\rho)^2} - 1 + \frac{1}{r_1}[2(r_c+\rho)F(\rho) + (r_c+\rho)^2 F'(\rho)],$$

$$R(\varphi,t,\rho,\rho'_{\varphi}) = -[\rho''_{\varphi^2} + f(\varphi,\rho,\rho'_{\varphi})] = -\rho''_{\varphi^2} + 2\frac{(\rho'_{\varphi})^2}{r_c+\rho} + r_s + \rho - \frac{1}{r_1}(r_c+\rho)^2 F(\rho).$$

В системе (9) неизвестные функции V и ρ зависят от φ и дополнительного параметра t: $V = V(\varphi,t)$, $\rho = \rho(\varphi,t)$. Система (9) решается в области $\varphi_1 \le \varphi \le \varphi_k$, $0 \le t \le +\infty$. Краевые условия задаются следующим образом: $V(\varphi_0,t) = 0$, $V(\varphi_k,t) = 0$. В точках φ_i функция $V(\varphi,t)$ при любых t удовлетворяет условиям, аналогичным (7). При $t = 0$ задается начальное значение $\rho(\varphi,0) = \rho^{(0)}(\varphi)$. Магнитное поле ускорителя (функция $F(\rho)$) аппроксимировалось функциями:

$$F(\rho) = \begin{cases} C_1 l^{P_{n,1}(\rho)} & \text{для промежутков } [\varphi_i;\varphi_{i+1}] \quad (i = 1,3,...,n_1) \\ C_2 l^{P_{n,2}(\rho)} & \text{для промежутков } [\varphi_i;\varphi_{i+1}] \quad (i = 2,4,...,n_2) \end{cases}$$

Коэффициенты полиномов $P_{n,1}(\rho)$ и $P_{n,2}(\rho)$, а также константы C_1 и C_2 находились методом наименьших квадратов, исходя из таблично заданных функций $F_1(\rho)$ и $F_2(\rho)$. Была решена конкретная модельная задача для серпуховского ускорителя, на рис.2 приведены графики расчетных траекторий частиц, выводимых на различных промежутках $[\varphi_1;\varphi_r]$, которые с достаточно высокой точностью удовлетворяли требованиям системы вывода пучков. Предложенный алгоритм совершенно исключает элементы интуиции при решении краевой задачи типа (1,2) и (6,9) и позволяет сделать подбор варьируемых параметров систем транспортировки с достаточно высокой точностью. Изучаемые в настоящей работе уравнения транспортировки частиц в декартовой (1) и полярной (6, 9) системах координат являются модельными. Однако они достаточно хорошо описывают физические процессы в ускорителях и получаемые математическим моделированием результаты представляют определенный практический интерес.

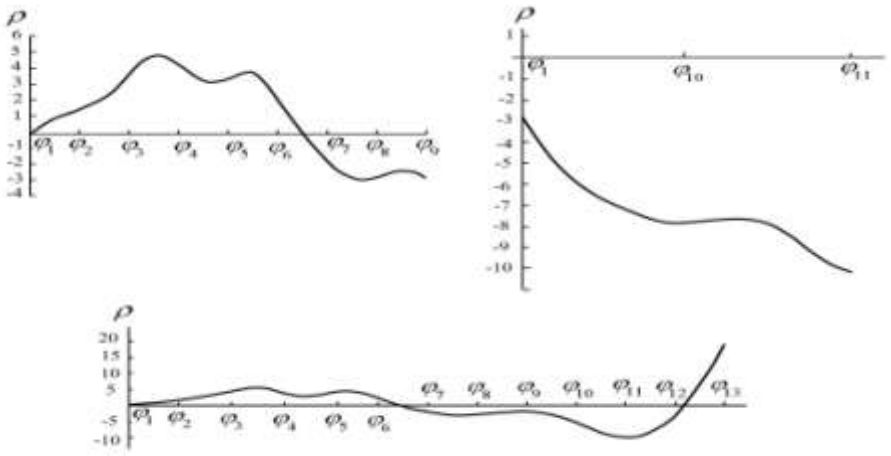


Рисунок 2 - Графики расчетных траекторий

ЗАДАЧА 2. В современных жесткофокусирующих ускорителях организация систем ввода-вывода пучка, размещение ускоряющей станции и т.д. требует длинных свободных промежутков (с. п.). В данной работе расчет с.п. проводится с учетом нелинейных аффектов в линзах с применением непрерывного аналога метода Ньютона. Причем исследуется не только эффект рассогласования уже согласованного линейным расчетом промежутка, но и, что является новым, рассчитывается свободный промежуток, согласованный с учетом нелинейных аберраций в квадрупольных линзах. На рис. 3а приведен один из возможных вариантов структуры «невидимого» промежутка для проекта сверхпроводящего синхротрона на 1,5 ГэВ, для которого проводились исследования и анализ влияния нелинейностей в линзах F_1, F_2 и F_3 на согласование такого промежутка. Физическая задача ставится следующим образом. Требуется подобрать градиенты линз, их длины, а также пространства дрейфа так, чтобы по заданным координатам и направлению пучка на входе с.п. - (x_0, z_0, x_0', z_0') получить заданные же координаты и направление пучка на выходе с.п. - (x_k, z_k, x_k', z_k'), причем $x_k = x_0,\ z_k = -z_0,\ x_k' = x_0',\ z_k = -z_0'$. Это требование соответствует получению набега фаз $\Delta\psi_x = 2\pi$ для горизонтальных и $\Delta\psi_z = \pi$ для вертикальных бетатронных колебаний.

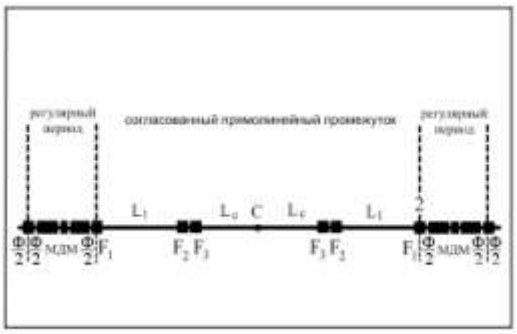


Рисунок 3а - Структура «невидимого» промежутка

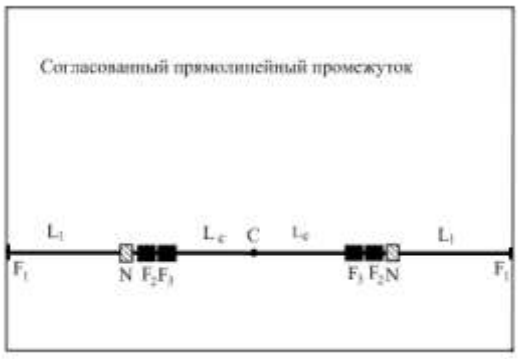


Рисунок 3б - Структура «невидимого» промежутка с нелинейными корректирующими элементами N

Математическая модель задачи. Дифференциальные уравнения, описывающие траекторию движения заряженной частицы в магнитном поле в выбранной декартовой системе координат (рис.3а), имеют вид:

$$z''_{ss} = \frac{e}{P}\sqrt{1+z'^{2}_{s}+x'^{2}_{s}}\,[x'_{s}B_{s}-(1+z'^{2}_{s})B_{x}+x'_{s}z'_{s}B_{z}]$$
$$x''_{ss} = -\frac{e}{P}\sqrt{1+z'^{2}_{s}+x'^{2}_{s}}\,[z'_{s}B_{s}-(1+x'^{2}_{s})B_{z}+x'_{s}z'_{s}B_{x}]\ , \qquad (10)$$

где $P = mv$ - импульс частицы, B_x, B_z, B_s - компоненты магнитного поля. Уравнения (10) справедливы при любом магнитном поле, так как при их выводе не было сделано никаких упрощающих предположений. Внутри квадрупольной линзы значительной длины магнитное поле практически не зависит от s, т.е. $B_s \equiv 0$, и разложение составляющих поля B_x и B_z принимает вид:

$$B_z = Gx[1+d_6(5z^4-10x^2z^2+x^4)+d_{10}(9z^8-84z^6x^2+126x^4z^4-36z^2x^6+x^8)+\cdots]$$
$$B_x = Gz[1+d_6(5x^4-10x^2z^2+z^4)+d_{10}(9x^8-84x^6z^2+126x^4z^4-36x^2z^6+z^8)+\cdots] \qquad (11)$$

где G - квадрупольный градиент соответствующей линзы. Это разложение содержит только члены степени $4n+1$, n=0, 1, 2, $\cdots$. Так как z'^2 и $x'^2 \le 1$, то из уравнений (10) с учетом формул (11) получаем уравнение движения заряженной частицы в линзе в виде:

$$x''_{ss} = \frac{G}{B\rho}x[1+d_6(5z^4-10x^2z^2+x^4)+d_{10}(9z^8-84z^6x^2+126x^4z^4-36z^2x^6+x^8)]$$
$$z''_{ss} = \frac{G}{B\rho}z[1+d_6(5x^4-10x^2z^2+z^4)+d_{10}(9x^8-84x^6z^2+126x^4z^4-36x^2z^6+z^8)] \qquad (12)$$

где $\frac{1}{B\rho} = \frac{e}{P}, B\rho$ - магнитная жесткость частицы, $d_n = r_0^{n-2}c_n$, c_n - относительная величина нелинейности поля в линзе, r_0 - радиус, равный полуапертуре соответствующей линзы. Математически задача согласования длинного промежутка сводится к решению краевой задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений (10) с краевыми условиями:

$$x(s_0)=x_0,\ z(s_0)=z_0,\ x(s_k)=x_k,\ z(s_k)=z_k,$$
$$x'(s_0)=x'_0,\ z'(s_0)=z'_0,\ x'(s_k)=x'_k,\ z'(s_k)=z'_k, \qquad (13)$$

причем должно выполняться соотношение $x_k = x_0,\ z_k = -z_0,\ x'_k = x'_0,\ z_k = -z'_0$. Необходимо подобрать параметры G_1, G_2, G_3 (градиенты линз), l_1, l_2, l_3 (длины линз), L_1, L_2, L_3 (пространства дрейфа) и $L_п$ (длину свободного промежутка), так, чтобы траектория движения частицы удовлетворяла уравнениям (12) и краевым условиям (13).

Результаты численных расчетов. В качестве нулевого приближения варьируемых параметров брались их величины, полученные с помощью линейного расчета:

$G_1^0 = 8645$ э/см, $G_2^0 = 10879,79$ э/см, $G_3^0 = 10573,6$ э/см,

$l_1^0 = 5,29$ см, $l_2^0 = 17,72$ см, $l_3^0 = 20,64$ см, $L_1^0 = 180,27$ см, $L_2^0 = 3,38$ см, $L_п = 700,1$ см,

l_i - длины линз, $F_i (i = 1,\ 2,\ 3)$, L_i - пространства дрейфа (см. рис.3а).

Зависимость набега фаз $\Delta\psi_x$ и $\Delta\psi_z$ от величины додекапольной нелинейности в линзах вычислялась для c_6 от 0,1 % до 1 %. Результаты этого расчета приведены на рис.4, из которого видно, что при нелинейности в линзах в 1% набеги фаз достигают $2\pi+1.2^\circ$ и $\pi+4^\circ$ в горизонтальной и вертикальной плоскостях для максимального эмиттанса ε. Зависимость набега фаз $\Delta\psi_x$ и $\Delta\psi_z$ от величины эмиттанса пучка ε для $c_6=0,01$ показана на рис.5. В данной задаче были проделаны численные расчеты согласования промежутка с помощью варьирования градиентов линз («линейное» согласование) G_2, G_3, $G_2^{'}$, $G_3^{'}$ ($G_2^{'}$, $G_3^{'}$--градиенты линз, симметричных линзам F_1, F_2). В этом случае согласование промежутка достигается, если симметричная траектория превращается в слегка асимметричную (рис.6). Набег фаз для «линейно» согласованного промежутка в зависимости от эмиттанса пучка для $c_6=1\%$ показан на рис.7. Однако наилучшее согласование дает так называемое «нелинейное» согласование, которое достигается путем введения в структуру промежутка нелинейных корректирующих элементов (рис.3б). Расчетные оптимальные параметры таких элементов следующие: $G_N=-464,298$ э/см, $l_N=13,2$ см, $L_N=10$ см. Набеги фаз для «нелинейно» согласованного промежутка в зависимости от эмиттанса пучка для $c_6=1\%$ приведены на рис. 8. Из рис.7 и 8 видно, что «нелинейное» согласование примерно на порядок уменьшает вызванный нелинейностями в линзах набег фаз на промежутке.

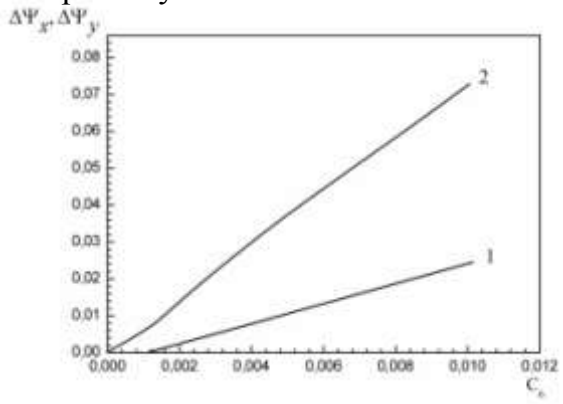


Рисунок 4 - Зависимость набега фаз $\Delta\psi_x(1)$ и $\Delta\psi_z(2)$ от величины додекапольной нелинейности c_6

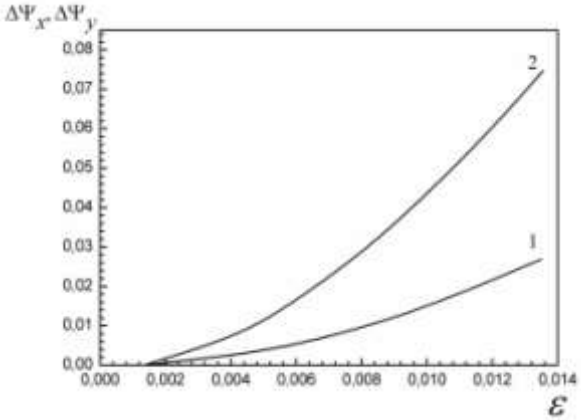


Рисунок 5 - Зависимость набега фаз $\Delta\psi_x(1)$ и $\Delta\psi_z(2)$ от величины эмиттанса пучка для $c_6=1\%$

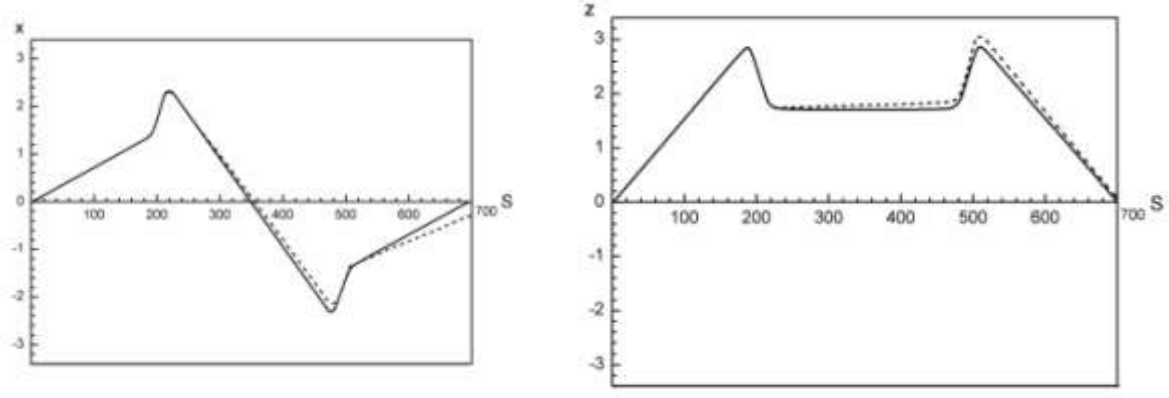


Рисунок 6 - Траектории движения частицы в плоскостях x0s и z0s (сплошная линия - линейный расчет, пунктирная - «линейное» согласование)

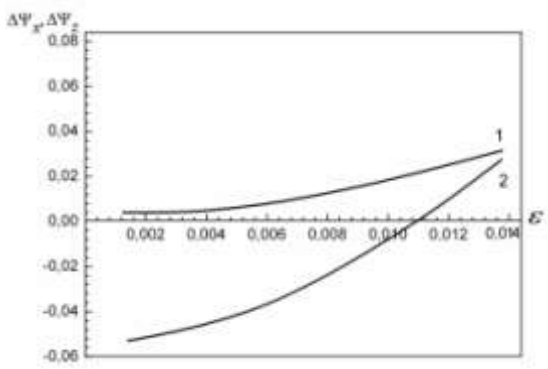


Рисунок 7 - Зависимость набега фаз $\Delta\psi_x(1)$ и $\Delta\psi_z(2)$ от величины эмиттанса пучка для «линейного» согласования

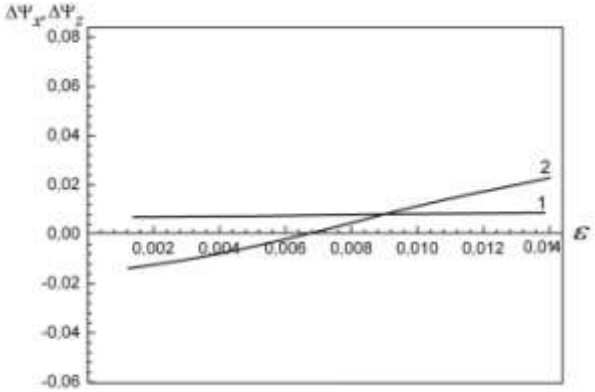


Рисунок 8 - Зависимость набега фаз $\Delta\psi_x(1)$ и $\Delta\psi_z(2)$ от величины эмиттанса пучка для «нелинейного» согласования

Полученные численные расчеты показали, что в согласованных промежутках нелинейные аберрации в линзах вызывают заметное рассогласование. Для устранения этого эффекта наиболее оптимальным является применение соответствующих нелинейных элементов.

ЗАДАЧА 3. Реальные характеристики магнитов ускорителей всегда в какой-то мере не совпадают с расчетными. При наладке и модернизации ускорителя важно знать, насколько характеристики пучка отличаются от проектных и как это влияет на интенсивность ускорителя. При исследовании этих вопросов полезно находить искаженные замкнутые орбиты (периодические траектории) в ускорителе. В настоящей работе используется численный метод (НАМН) нахождения пространственных траекторий практически с любой степенью точности, который был применен к ускорителю ОИЯИ, имеющего довольно сложное распределение магнитного поля в пространстве. На рис. 9 приведена схема такого ускорителя.

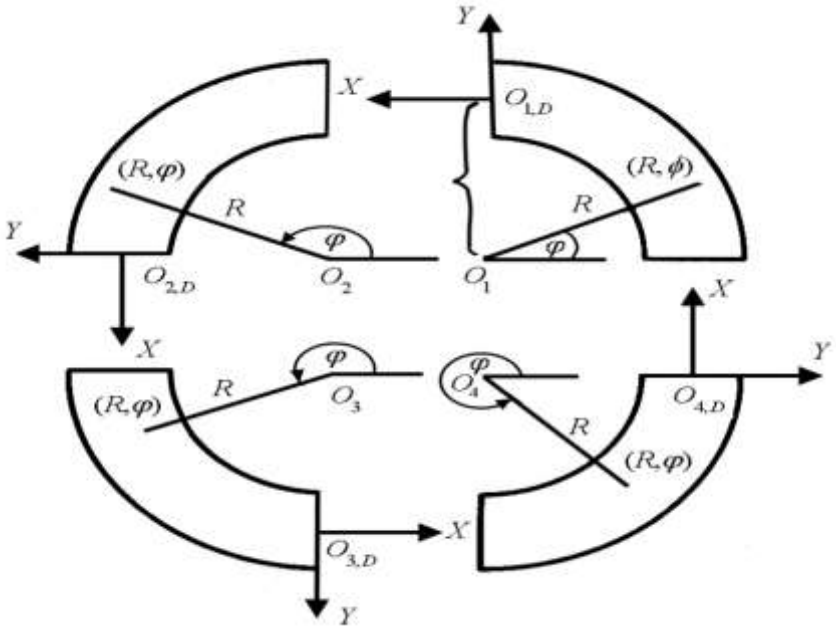


Рисунок 9 - Схема ускорителя

Далее в расчетах использовались восемь систем координат (см. рис. 9): четыре цилиндрических системы координат и четыре декартовых. С каждым квадрантом ускорителя связывалась цилиндрическая система координат $(\phi,\ R,\ z)$ с началом в точке $O_{i,D}(i=1,2,3,4)$, где i - номер квадранта ускорителя. С каждым промежутком между квадрантами ускорителя связывалась декартова система координат (x, y, z_D) с началом в точке $O_{i,D}(i=1,2,3,4)$, где i - номер промежутка ускорителя. Оси z цилиндрических систем координат и оси z_D декартовых направлены во всех случаях вверх от плоскости чертежа. Краткости ради, иногда будем говорить о некоторой "условной" системе координат (ξ,η,ζ) подразумевая при этом, что, если речь идет о точке, находящейся в одном из квадрантов ускорителя, то ее положение описывается цилиндрической системой координат $(\phi,\ R,\ z)$ этого квадранта, а если точка находится в промежутке ускорителя, то ее положение описывается декартовой системой координат (x, y, z_D) этого промежутка. Таким образом, в дальнейшем ξ означает ϕ или x; η означает R или y; ζ означает z или z_D.

Математическая модель задачи: даны дифференциальные уравнения движения заряженной частицы в магнитном поле ускорителя (одночастичная модель):

$$\begin{cases} \eta''_{\xi^2} = \Phi_1(\xi,\eta,\zeta,\eta'_\xi,\zeta'_\xi) \\ \zeta''_{\xi^2} = \Phi_2(\xi,\eta,\zeta,\eta'_\xi,\zeta'_\xi) \end{cases} \tag{14}$$

где Φ_1 и Φ_2 -заданные функции:

$$\Phi_1 = R + \frac{2R'^2_\phi}{R} - \frac{\sqrt{R+R'^2_\phi+z'^2_\phi}}{B_0R_0R}[-Rz'_\phi B_\phi - R'_\phi z'_\phi B_R + (R^2+R'^2_\phi)B_z], \tag{15}$$

если точка траектории находится в одном из квадрантов ускорителя (и тогда в левой части уравнения (14) η''_{ξ^2} следует заменить на R''_{ϕ^2}); т.о. в этом случае мы записываем уравнение (14) в цилиндрической системе координат одного из квадрантов ускорителя.

$$\Phi_1 = \frac{\sqrt{1+y'^2_x+z'^2_x}}{B_0R_0}[z'_xB_x + y'_xz'_xB_y - (1+y'^2_x)B_z], \tag{16}$$

если точка траектории находится в одном из промежутков ускорителя (и тогда в левой части уравнения (14) η''_{ξ^2} следует заменить на y''_{x^2}); т.о., в этом случае мы записываем уравнение (14) в декартовой системе координат одного из промежутков ускорителя.

$$\Phi_2 = \frac{2R'_\phi z'_\phi}{R} - \frac{\sqrt{R^2+R'^2_\phi+z'^2_\phi}}{B_0R_0R}[RR'_\phi B_\phi - (R^2+z'^2_\phi)B_R + R'_\phi z'_\phi B_z], \tag{17}$$

если точка траектории находится в квадранте ускорителя (и тогда в левой части уравнения (14) нужно заменить ζ''_{ξ^2} на z''_{Φ^2})

$$\Phi_2 = \frac{\sqrt{1+y'^2_x+z'^2_x}}{B_0R_0}[-y'_xB_x + (1+z'^2_x)B_y - y'_xz'_xB_z], \tag{18}$$

если точка траектории находится в промежутке ускорителя (и тогда в левой части уравнения (14) нужно заменить ζ''_{ξ^2} на z''_{x^2}). В выражениях (15) – (18) B_0

и R_0 константы, B_Φ, B_R, B_z - заданные функции ϕ, R, z; B_x, B_y, B_z - заданные функции x, y, z. Отыскивается периодическое решение $\eta = \eta(\xi)$, $\zeta = \zeta(\xi)$ уравнений (14) в промежутке $a \le \xi \le b$, удовлетворяющее краевым условиям:

$$\begin{cases} \eta(a) = \eta(b) \\ \eta'_\xi(a) = \eta'_\xi(b) \end{cases} \quad \begin{cases} \zeta(a) = \zeta(b) \\ \zeta'_\xi(a) = \zeta'_\xi(b) \end{cases} \tag{19}$$

Числа a и b таковы, что решение, найденное на $[a,b]$, соответствует одному полному обороту частицы в ускорителе. Непрерывный аналог метода Ньютона для данной задачи приводит к решению системы уравнений:

$$\begin{cases} u''_{\xi^2} - (\Phi_1)'_\eta u'_\xi - (\Phi_1)'_\eta u - (\Phi_1)'_\zeta v'_\xi - (\Phi_1)'_\zeta v = [\eta''_{\xi^2} - \Phi_1(\xi, \eta, \zeta, \eta'_\xi, \xi'_\xi)], \\ v''_{\xi^2} - (\Phi_2)'_\eta u'_\xi - (\Phi_2)'_\eta u - (\Phi_2)'_\zeta v'_\xi - (\Phi_2)'_\zeta v = [\zeta''_{\xi^2} - \Phi_2(\xi, \eta, \zeta, \eta'_\xi, \xi'_\xi)], \\ \eta'_t = u \;\; \zeta'_t = v \end{cases} \tag{20}$$

На неизвестные функции $\eta = \eta(\xi, t)$, $\zeta = \zeta(\xi, t)$, $u = u(\xi, t)$, $v = v(\xi, t)$ налагаются следующие начальные и краевые условия:

$$\begin{cases} \eta(\xi, 0) = \eta_0(\xi), \\ \zeta(\xi, 0) = \zeta_0(\xi), \end{cases} \quad \begin{cases} \eta_0(a) = \eta_0(b), \\ \eta'_0(a) = \eta'_0(b), \end{cases} \quad \begin{cases} \zeta_0(a) = \zeta_0(b), \\ \zeta'_0(a) = \zeta'_0(b), \end{cases}$$

$$\begin{cases} u(a,t) = u(b,t), \\ u'_\xi(a,t) = u'_\xi(b,t), \end{cases} \quad \begin{cases} v(a,t) = v(b,t), \\ v'_\xi(a,t) = v'_\xi(b,t), \end{cases} \tag{21}$$

Для функций $\eta = \eta(\xi, t)$, $\zeta = \zeta(\xi, t)$, являющихся решением задачи (20) согласно общей теории непрерывного аналога метода Ньютона, должны, вообще говоря, выполняться следующие условия:

$$\lim_{t \to +\infty} \eta(\xi, t) = \eta(\xi), \qquad \lim_{t \to +\infty} \zeta(\xi, t) = \zeta(\xi), \tag{22}$$

где $\eta(\xi)$ и $\zeta(\xi)$ - решение исходной задачи (14) – (19). Функции $\eta_0(\xi)$, $\zeta_0(\xi)$ - начальные приближения искомых функций $\eta(\xi)$ и $\zeta(\xi)$ - в условиях (21) задаются перед решением задачи. Чем точнее функции η_0 и ζ_0 описывают искомую периодическую траекторию, тем быстрее, сойдется процесс.

Вычисление компонент магнитного поля. Учет искажений магнитного поля:

Компоненты ведущего магнитного поля ускорителя в пространстве можно вычислить на основании измеренного распределения показателя поля $n(R)$ в магнитной медианной плоскости $z = 0$ с использованием уравнений Максвелла и представлением $B_z(\phi, R, z)$ и $B_R(\phi, R, z)$ в окрестности $z = 0$ рядом Тейлора:

$$B_z(\phi, R, z) = B_z(\phi, R, 0) - \frac{z^2}{2}\left[\frac{1}{R}\frac{\partial B_z(\phi, R, 0)}{\partial R} + \frac{\partial^2 B_z(\phi, R, 0)}{\partial R^2} + \frac{1}{R^2}\frac{\partial^2 B_z(\phi, R, 0)}{\partial \Phi^2}\right] + \ldots \tag{23}$$

$$B_R(\phi, R, z) = \frac{\partial B_z(\phi, R, 0)}{\partial R} z - \frac{z^3}{6}\left[\frac{1}{R}\frac{\partial^2 B_z(\phi, R, 0)}{\partial R^2} - \frac{1}{R^2}\frac{\partial B_z(\phi, R, 0)}{\partial R} - \frac{2}{R^3}\frac{\partial^2 B_z(\phi, R, 0)}{\partial \phi^2}\right] + \ldots \tag{24}$$

В силу ряда причин геометрическая медианная плоскость ускорителя не совпадала с плоскостью $z = 0$. Она оказалась деформированной в некоторую поверхность $z = z_1(\phi, R)$. В рассмотренном нами случае эта поверхность задавалась (по результатам измерений) для каждого квадранта ускорителя двумерной таблицей 1. Были сделаны следующие допущения: 1) искаженная

медианная геометрическая и магнитная поверхности ускорителя совпадают; уравнение этой поверхности есть $z = z_I(\phi, R)$, где $z_I(\phi, R)$ функция, заданная таблицей 1; 2) элемент поверхности $z = z_I(\phi, R)$ в некоторой окрестности точки $N(\phi, R, z_I(\phi, R))$ лежит в плоскости P, проходящей через точку N и образующей с плоскостью $z = 0$ угол α в радиальном направлении и угол β в азимутальном направлении, где α и β определяются из условий: $tg\alpha = (z_I)'_R$, $tg\beta = (z_I)'_\Phi$ В дальнейшем, чтобы найти компоненты магнитного поля в точке $M(\phi, R, z)$ квадранта ускорителя, поступали следующим образом. Сначала отыскивались с помощью формул (23), (24) компоненты магнитного поля $B_{\bar{z}}$, $B_{\bar{R}}$ во вспомогательной системе координат $(\bar{\phi}, \bar{R}, \bar{z})$ начало которой $\bar{O}$ лежит в плоскости P, а $\bar{z}$ есть расстояние от точки M до плоскости P. Затем величины $B_{\bar{z}}$, $B_{\bar{R}}$ - разлагались по направлениям (ϕ, R, z) цилиндрической системы координат квадранта, и полученные при этом величины принимались за значения B_ϕ, B_R, B_z компонент поля, входящих в уравнения (14). В промежутках между квадрантами полагали $B_x = B_y = B_z = 0$.

Таблица 1

ϕ	$z_1(\phi; R_1 = 2720)$	$z_1(\phi; R_2 = 2880)$
ϕ_0	$z_1(\phi_0; R_1)$	$z_1(\phi_0; R_2)$
ϕ_1	$z_1(\phi_1; R_1)$	$z_1(\phi_1; R_2)$
…	……	……
ϕ_i	$z_1(\phi_i; R_1)$	$z_1(\phi_i; R_2)$
…	……	……
ϕ_n	$z_1(\phi_n; R_1)$	$z_1(\phi_n; R_2)$

Результаты вычислений. Изложенным методом были рассчитаны периодические траектории для следующих значений констант R_0 и B_0, входящих в уравнения (14) - (18) (см. таблицу 2). В результате счета для каждой периодической траектории получены таблицы значений функций $\eta = \eta(\xi)$ и $\zeta = \zeta(\xi)$ В таблице 3 приведены значения функции $R = R_i(\phi), \quad (i = 1,2,3,4,5)$ - номер траектории (на концах каждого квадранта).

На рис. 10 изображены графики функций $\zeta = \zeta_i(\xi)$, ($i = 1,2,3,4,5$ - номера траекторий - на рисунке они указаны у правого конца траекторий). Каждая из траекторий считалась так, что в квадранте делалось 48 шагов по Φ. Шаг по t был взят равным единице ($r = 1$). На один шаг по t программа расходует около одной минуты машинного времени. Для расчета первой и второй траекторий потребовалось по два шага по t. Для остальных траекторий - по четыре шага. Рассчитанные вышеизложенным методом орбиты синхрофазотрона показывают, что неоднородность показателя поля по R и деформации квадрантов магнита приводят к существенному искажению вертикальных орбит (особенно на R_0 больших 2800 см) и уменьшению рабочей апертуры вакуумной камеры. При этом, как видно из таблицы 2, радиальные орбиты при указанных условиях искажаются незначительно. Искажение орбит, вероятно, может быть скомпенсировано с помощью дополнительных коррекций поля

ускорителя. Эта коррекция может осуществляться системой витков с током, расположенных в прямолинейных промежутках ускорителя, которые создают дополнительную радиальную составляющую поля.

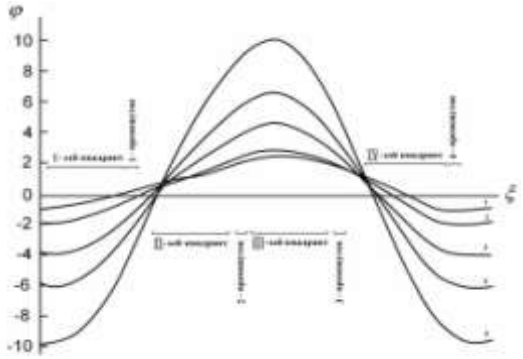


Рисунок 10 - Графики периодических траекторий

Таблица 2

№ траектории	R_0	B_0
1	2770 (см)	-164,9753
2	2800	-163,2077
3	2830	-161,4776
4	2840	-160,9090
5	2850	-160,3444

Заключение. При создании новых ускорителей заряженных частиц и реконструкции действующих является важным с помощью математического моделирования умение решать выше описанные задачи для обеспечения требуемых свойств выведенного из ускорителя пучка, что значительно сокращает и время и стоимость их создания. Эта проблема распадается на целый ряд сложных математических задач, часть из которых изложена выше. Результаты решения каждой такой задачи определяют некоторые параметры ускорителя и, следовательно, стоимость его оборудования. Предложен общий подход к решению задач транспортировки заряженных частиц, согласования прямолинейных промежутков ускорителей и нахождения периодических траекторий, в основу которого положен непрерывный аналог метода Ньютона (НАМН). Развитый метод эффективен для решения описанных модельных краевых задач, связанных с конструированием ускорительных систем. Дальнейшим развитием предлагаемого численного алгоритма применительно к расчету описываемых систем транспортировки может быть оптимальный выбор параметров системы с учетом не только направления пучка, но и размеров «пятна» пучка.

Таблица 3

№ траектории		1	2	3	4	5
Квадрант	φ	$R = R_1(\varphi)$	$R = R_2(\varphi)$	$R = R_3(\varphi)$	$R = R_4(\varphi)$	$R = R_5(\varphi)$
I	0	2769,951	2799,946	2829,861	2839,733	2849,527
	$\frac{1}{2}\pi$	……,971	……,965	……,885	……,757	……,544
II	$\frac{1}{2}\pi$	……,979	……,972	……,895	……,769	……,553
	π	……,011	2800,005	……,954	……,852	……,652
III	π	……,013	……,007	……,959	……,860	……,663
	$\frac{3}{2}\pi$	2769,995	2799,987	……,924	……,807	……,597

IV	$\frac{3}{2}\pi$	……,987	……,979	……,909	……,787	……,572
	2π	……,952	……,947	……,862	……,732	……,522

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жидков Е.П., Пузынин И.В. и др., Непрерывный аналог метода Ньютона в нелинейных задачах физики // ЭЧАЯ. Т. 4. Вып. 1. 1973.

2. Полякова Р.В., Юдин И.П., Continuous Analogue Newton Method In Beam Dynamics Problems // Вестник РУДН. № 2. 2011. С. 71-84.

CONTINUOUS ANALOGUE OE THE NEWTON'S METHOD OF MATHEMATICAL MODELING OF THE NONLINEAR PROBLEM OF PARTICLE DYNAMICS IN ACCELERATORS

© 2015

R.V. Polyakova, candidate of physical and mathematical sciences

Joint Institute for Nuclear Research (JINR), Dubna (Russia), polykovarv@mail.ru

A.D. Kovalenko, doktor of physical and mathematical sciences

Joint Institute for Nuclear Research (JINR), Dubna (Russia)

I.P. Yudin, candidate of physical and mathematical sciences

Joint Institute for Nuclear Research (JINR), Dubna (Russia)

УДК 533.72

ПРОВЕРКА ЛИНЕЙНЫХ СООТНОШЕНИЙ ОНЗАГЕРА ДЛЯ ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛАХ РАЗРЕЖЕННОГО МОЛЕКУЛЯРНОГО ГАЗА

© 2015

В.Н. Попов, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой математики

ФГАОУ ВПО «Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова», Архангельск (Россия), v.popov@narfu.ru

Д.А. Рудный, ассистент кафедры математики

ФГАОУ ВПО «Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова», Архангельск (Россия), dimar-188@mail.ru

Введение. Основные положения термодинамики необратимых процессов были сформулированы Ларсом Онзагером в 1931 году. В частности, Л. Онзагер предположил, что при малых отклонениях от термодинамического равновесия стационарные потоки являются однородными линейными функциями термодинамических сил [1]

$$J_i = \sum_{k=1}^{n} L_{ik} X_k .$$

Записанные выше соотношения называются линейными соотношениями Онзагера, а величины L_{ik}, зависящие, вообще говоря, от температуры, концентрации, магнитного поля и т.д., – кинетическими коэффициентами. Исходя из общих принципов, Л. Онзагер показал, что кинетические коэффициенты L_{ik} в отсутствие магнитного поля должны удовлетворять

следующим условиям симметрии, которые называются принципом симметрии кинетических коэффициентов $L_{ik} = L_{ki}$.

Вопросы термодинамики необратимых процессов и в настоящее время продолжают вызывать большой интерес [2]–[9]. Это связано как с важным общетеоретическим значением этой теории, так и с многочисленными ее приложениями в различных разделах науки [8]. Особый интерес вызывает проблема применимости теории неравновесных процессов в газах при таких режимах течения, когда необходим учет поправок по числу Кнудсена [3]–[6]. Один из возможных подходов к этой проблеме разработан в [10], [11]. Однако в указанных работах использован приближенный (моментный) метод решения кинетического уравнения. Поэтому вывод о справедливости соотношений Онзагера, полученный в [10], [11], справедлив лишь в той степени, в какой справедлив используемый приближенный метод. С использованием точных аналитических методов проблема применимости соотношений Онзагера к течению газа для малых значений числа Кнудсена при наличии параллельного его стенкам градиентов давления и температуры рассмативалась в [5] и [6]. В представленной работе результаты, полученные в [6] обобщаются на случай произвольных значений числа Кнудсена и модели диффузного отражения молекул газа стенками канала.

Постановка задачи. Рассмотрим течение разреженного газа в плоском канале, толщиной D', стенки которого расположены в плоскостях $x' = \pm d'$ прямоугольной декартовой системы координат ($d' = D'/2$). Предположим, что в канале поддерживаются постоянные градиенты давления и температуры, параллельные его стенкам. Направим ось Oz' декартовой системы координат вдоль градиентов давления и температуры. Будем считать, относительные перепады давления и температуры на длине свободного пробега молекул газа l_g малыми. В этом случае линейные соотношениям Онзагера для потоков тепла J_Q' и массы газа J_M' в канале записываются в виде [12]

$$J_M' = -L_{11}\frac{\mathrm{v}\Delta p}{T} - L_{12}\frac{\Delta T}{T^2} \quad J_Q' = -L_{21}\frac{\mathrm{v}\Delta p}{T} - L_{22}\frac{\Delta T}{T^2}. \qquad (1)$$

Второе слагаемое в первом уравнении (1) — поток массы, переносимый за счет градиента температуры. Тогда

$$-L_{12}\frac{\Delta T}{T^2} = \rho L'\lambda_g\left(\frac{2k_BT}{m}\right)^{1/2} J_M G_T'.$$

Отсюда с учетом принятых в [11] обозначений находим

$$L_{12} = -\frac{\rho L'T}{z_0'}\lambda_g^2\left(\frac{2k_BT}{m}\right)^{1/2} J_M.$$

Здесь L' – ширина канала вдоль оси Oy', z_0' – длина канала в направлении оси Oz', $\mathrm{v} = 1/\rho$ – удельный объем (объем единицы массы газа). Аналогично первое слагаемое во втором уравнении (1) — это поток тепла, обусловленный градиентом давления. Отсюда

$$-L_{21}\frac{\mathrm{v}\Delta p}{T}=nk_BTL'\lambda_g\left(\frac{2k_BT}{m}\right)^{1/2}J_QG_p',$$

$$L_{21}=-\frac{\rho L'T}{z_0'}\lambda_g^2\left(\frac{2k_BT}{m}\right)^{1/2}J_Q.$$

Здесь J_Q – величина потока тепла, приходящаяся на единицу ширины канала в задаче о течении Пуазейля, а J_M – приходящаяся на единицу ширины канала величина потока массы газа в задаче о тепловом крипе. Таким образом, учитывая, что из условия симметрии коэффициентов Онзагера $L_{12}=L_{21}$, то для доказательства выполнимости условий симметрии коэффициентов Онзагера в канале с учетом потоков массы и тепла, локализованных в слое Кнудсена, необходимо доказать справедливость равенства

$$J_M=J_Q. \qquad (2)$$

Доказательство равенства кинетических коэффициентов. Для вычисления J_Q и J_M воспользуемся модельным уравнением, предложенным в [15], которое имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t'}+\mathbf{v}\nabla f=\frac{p}{\mu(1-\nu+\theta\nu)}(G[f]-f). \qquad (3)$$

Здесь t' – время, $\mathbf{r}'$ и $\mathbf{v}$ – координаты центров масс и скорость молекул газа, n и $p=nk_BT_{tr}$ – концентрация молекул и давление газа, k_B – постоянная Больцмана, T_{tr} – температура поступательных степеней свободы молекул газа, ν и θ – параметры релаксации, $\theta=1/Z$, где $Z=\tau_R/\tau$ [16], τ_R – время релаксации внутренних и поступательных степеней свободы молекул газа, τ – промежуток времени между двумя столкновениями молекул, а параметр ν связан со значением числа Прандтля газа Pr соотношением $\mathrm{Pr}^{-1}=1-\nu+\theta\nu$,

$$G[f]=\frac{\rho\Lambda_\delta}{\sqrt{\det(2\pi F)}}\frac{1}{(RT_{rel})^{\delta/2}}\exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{v}-\mathbf{u})\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{v}-\mathbf{u})-\frac{I^{\delta/2}}{RT_{rel}}\right)$$

– обобщенное анизотропное гауссово распределение, $\rho=mn$ – плотность газа, m – масса молекулы газа, $I^{\delta/2}$ –энергия внутренних степеней свободы молекул газа, δ – число внутренних степеней свободы молекул газа, $\mathbf{u}$ – массовая скорость газа, T_{rel} – температура релаксации, связанная с локально равновесной температурой T_{eq} и температурой, отвечающей внутренним степеням свободы молекул газа T_{int}, равенством

$$T_{rel}=\theta T_{eq}+(1-\theta)T_{\mathrm{int}},$$

$$\mathbf{F}=(1-\theta)[(1-\nu)RT_{tr}\mathbf{I}+\nu\Theta]+\theta RT_{eq}\mathbf{I},$$

$R = k_B / m$, $\mathbf{I}$ – единичный тензор, тензор Θ связан с тензором вязких напряжений равенством $\mathbf{P} = \rho\Theta$, а установившаяся локально равновесная температура T_{eq} определяется из условия

$$\frac{\delta+3}{\delta}T_{eq} = \frac{3}{2}T_{tr} + \frac{\delta}{2}T_{\text{int}}.$$

Для двухатомных газов $Z \approx 5$ (например, $Z = 5{,}08$ для N_2, $Z = 3{,}97$ для O_2 [17]). Последнее согласуется с эмпирическим правилом, согласно которому в двухатомном газе только одно из пяти столкновений молекул приводит к обмену энергией между поступательными и внутренними степенями свободы молекул газа, что широко используется при расчетах с использованием метода Монте-Карло. Для более сложных молекул диапазон изменения Z более значителен. Так для воздуха $Z = 4{,}62$ [17], для CO_2 $Z = 7$, для SO_2 $Z = 25$ [18].

В задаче о течении Пуазейля функция распределения молекул газа имеет вид

$$f(r', v, I) = \frac{mn(z)}{(2\pi RT_0)^{3/2}(RT_0)^{\delta/2}}\exp(-C^2 - i^{\delta/2})[1 + C_z G_n Z(x, C_x)]. \quad (4)$$

Здесь $n(z)$ – концентрация молекул газа, $C = \beta^{1/2}v$ и $i^{\delta/2} = I^{\delta/2}/RT_0$ – безразмерные скорость и энергия внутренних степеней свободы молекул газа, $\beta = 1/2RT_0$, $G_n = (1/p)dp/dz$ – безразмерный градиент давления, направленный против оси Oz', $x = \Pr x'/l_g$ и $y = \Pr y'/l_g$ – безразмерные координаты, l_g – средняя длина свободного пробега молекул газа.

Линеаризуем $G[f]$ относительно локально-равновесного максвеллиана, т.е. запишем его в виде

$$G[f] = \frac{mn(z)}{(2\pi RT_0)^{3/2}(RT_0)^{\delta/2}}\exp(-C^2 - i^{\delta/2}) \cdot$$

$$\cdot\left[1 + 2CU - (1-\theta)\nu\sum_{i,j=1}^{3}\frac{p_{ij}}{p}(C_i - U_i)(C_j - U_j)\right]. \quad (5)$$

Тогда, подставляя (4), (5) в (3), после преобразований приходим к уравнению для нахождения функции $Z(x, \mu)$ ($\mu = C_x$)

$$\mu\frac{\partial Z}{\partial x} + Z(x, \mu) + 1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\exp(-\tau^2)[1 + 2(1 - \Pr^{-1})\mu\tau]Z(x, \tau)d\tau. \quad (6)$$

Тогда, подставляя (4), (5) в (3), после преобразований приходим к уравнению для нахождения функции $Z(x, \mu)$ ($\mu = C_x$)

$$Z(\pm d, \mp\mu) = 0. \quad (7)$$

Из решения краевой задачи (6) – (7) с учетом статистического смысла функции распределения находим

$$J_Q = -\frac{1}{D^2}\left[D - \sum_{k=0}^{+\infty} \lambda^k K_k \right]. \qquad (8)$$

Здесь

$$K_0 = \int_0^\infty \zeta(\tau)[Q_1 - \tau - d]d\tau \quad K_1 = \int_0^\infty \zeta(\tau)d\tau \int_0^\infty \frac{g(\eta)[Q_1 - \eta - d]d\eta}{\eta + \tau},$$

$$K_2 = \int_0^\infty \zeta(\tau)d\tau \int_0^\infty \frac{g(\eta)d\eta}{\eta + \tau} \int_0^\infty \frac{g(\mu)[Q_1 - \mu - d]d\mu}{\mu + \eta},,$$

$$\zeta(\tau) = \frac{\tau X(-\tau)}{|\lambda^+(\tau)|^2}\exp(-\tau^2)\left[1 - \exp\left(-\frac{D}{\tau}\right)\right], \quad g(\tau) = \frac{\tau X^2(-\tau)}{|\lambda^+(\tau)|^2}\exp\left(-\frac{D}{\tau}\right),$$

$$X(z) = \frac{1}{z}\int_0^{+\infty} \frac{[\theta(\tau) - \pi]\,d\tau}{\tau - z}, \quad \theta(\tau) = \frac{\pi}{2} - arctg\,\frac{\lambda(\tau)}{\sqrt{\pi}\tau\exp(-\tau^2)},$$

$$\lambda^+(\tau) = \sqrt{\pi} i \tau \exp(-\tau^2) + \lambda(\tau), \quad \lambda(z) = 1 + \frac{1}{\sqrt{\pi}} z \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-\tau^2)\,d\tau}{\tau - z}.$$

В задаче о тепловом крипе

$$f(r', v, I) = \frac{mn}{(2\pi RT_0)^{3/2}(RT_0)^{\delta/2}}\exp(-C^2 - i^{\delta/2}) \cdot$$

$$\cdot\left[1 + \left(C^2 - \frac{5}{2}\right)G_T z + G_T\left[C_z Z_1(x, C_x) + C_z(C_y^2 + C_z^2 - 2)Z_2(x, C_x)\right]\right]. \qquad (9)$$

Подставляя (5), (9) в (3) приходим к системе интегро-дифференциальных уравнений для нахождения $Z_1(x,\mu)$ и $Z_2(x,\mu)$

$$\mu\frac{\partial Z_1}{\partial x} + Z_1(x,\mu) + \mu^2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\exp(-\tau^2)[1 + 2(1 - \mathrm{Pr}^{-1})\mu\tau]Z_1(x,\tau)d\tau,$$

$$\mu\frac{\partial Z_2}{\partial x} + Z_2(x,\mu) + 1 = 0$$

с граничными условиями

$$Z_{1,2}(\pm d, \mp\mu) = 0.$$

Из решения записанной выше краевой задачи находим

$$J_M = \frac{1}{D^2}\left[\left(Q_2 + \frac{1}{2} - \sum_{k=0}^{\infty}\lambda^k I_k\right)D - \sum_{k=0}^{+\infty}\lambda^k K_k\right]. \qquad (10)$$

Здесь

$$\begin{pmatrix} I_0 \\ K_0 \end{pmatrix} = \int_0^\infty \begin{pmatrix} \zeta(\tau) \\ g(\tau) \end{pmatrix} [Q_1 - \tau] d\tau, \quad \begin{pmatrix} I_1 \\ K_1 \end{pmatrix} = \int_0^\infty \begin{pmatrix} \zeta(\tau) \\ g(\tau) \end{pmatrix} d\tau \int_0^\infty \frac{g(\eta)[Q_1 - \eta] d\eta}{\eta + \tau},$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ K_1 \end{pmatrix} = \int_0^\infty \begin{pmatrix} \zeta(\tau) \\ g(\tau) \end{pmatrix} d\tau \int_0^\infty \frac{g(\eta) d\eta}{\eta + \tau} \int_0^\infty \frac{g(\mu)[Q_1 - \mu] d\mu}{\mu + \eta}, \quad ,$$

$$\zeta(\tau) = -\frac{\tau X(-\tau)}{|\lambda^+(\tau)|^2} \exp(-\tau^2) \left[1 - \exp\left(-\frac{D}{\tau} \right) \right], \quad g(\tau) = -\frac{\tau X^2(-\tau)}{2|\lambda^+(\tau)|^2} \exp\left(-\frac{D}{\tau} \right),$$

Значения J_Q и J_M вычислены согласно (8), (10) с использованием символьных вычислений, выполненных в пакете практико-ориентированных программ Maple 9.5, и численных процедур, реализованных на языке программирования Delphi. Как показали проведенные численные расчеты, полученные значения J_Q и J_M совпадают при всех рассмотренных значениях чисел Прандтля и Кнудсена. Соответствующие результаты приведены в Таблице 1.

Таблица 1 - Зависимость $-J_Q$ и $-J_M$ при различных значениях D'/l_g

D'/l_g	H_2O $\mathrm{Pr}=1.01$	NH_3 $\mathrm{Pr}=0.93$	O_2 $\mathrm{Pr}=0.85$	Air $\mathrm{Pr}=0.71$	Cl_2 $\mathrm{Pr}=0.64$	$\mathrm{Pr}=2/3$
0.1	0.6930	0.7102	0.7292	0,7679	0.7906	0.7816
0.5	0.3969	0.4102	0.4249	0.4551	0.4729	0.4659
1	0.2935	0.3051	0.3179	0.3443	0.3599	0.3557
2	0.2051	0.2148	0.2257	0.2482	0.2616	0.2563
3	0.1608	0.1693	0.1789	0.1990	0.2110	0.2063
4	0.1329	0.1406	0.1492	0.1674	0.1785	0.1741
5	0.1134	0.1204	0.1283	0.1450	0.1552	0.1512
6	0.0990	0.1054	0.1126	0.1281	0.1376	0.1338
7	0.0878	0.0937	0.1004	0.1148	0.1236	0.1201
8	0.0789	0.0843	0.0905	0.1040	0.1123	0.1090
9	0.0716	0.0766	0.0825	0.0950	0.1029	0.0997
10	0.0655	0.0702	0.0757	0.0875	0.0949	0.0920
15	0.0459	0.0495	0.0536	0.0626	0.0684	0.0661
20	0.0353	0.0381	0.0414	0.0487	0.0534	0.0515
30	0.0241	0.0261	0.0284	0.0336	0.0370	0.0356
40	0.0183	0.0198	0.0216	0.0257	0.0283	0.0272
50	0.0148	0.0160	0.0174	0.0207	0.0229	0.0220
100	0.0075	0.0081	0.0089	0.0106	0.0117	0.0113
200	0.0038	0.0041	0.0045	0.0053	0.0059	0.0057

Полученные результаты при $\mathrm{Pr}=2/3$ переходят в аналогичные результаты, полученные для простого одноатомного газа и согласуются с приведенными в [19].

Заключение. Итак, в работе в рамках кинетического подхода с учетом потоков массы и тепла, локализованных в слое Кнудсена, проведена проверка линейных соотношений Онзагера для течений молекулярных газов в плоских каналах произвольной толщины. В качестве основного уравнения, описывающего кинетику процессов, использовано обобщение на случай молекулярных газов ЭС (эллипсоидально-статистической) модели кинетического уравнения Больцмана, а в качестве граничного условия на стенках канала – модель диффузного отражения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ансельм А.И. Основы статистической физики и термодинамики. М.: Наука, 1973. 424 с.

2. Базаров И.П., Геворкян Э.В., Николаев П.Н. Неравновесная термодинамика и физическая кинетика. М.: Изд-во МГУ, 1989.

3. Жданов В.М., Ролдугин В.И. О неравновесной термодинамике слаборазряженной газовой смеси // ЖЭТФ. 1996. Т. 109. № 4. С. 1267-1287.

4. Жданов В.М., Ролдугин В.И. Неравновесная термодинамика и кинетическая теория разреженных газов // Успехи физических наук. 1998. Т. 168. № 4. С. 407-438.

5. Латышев А.В., Юшканов А.А. Известия РАН. Сер. МЖГ. 2001. № 1. С. 173-181.

6. Латышев А.В., Юшканов А.А. Анализ соотношений Онзагера с помощью эллипсоидально–статистического уравнения // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. Вып. 9. С. 77-84.

7. Мамедов М.М. Феноменологический вывод соотношений взаимности Онзагера // ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 16. С. 39-44.

8. Латышев А.В., Юшканов А.А. Аналитическое решение граничных задач кинетической теории. М.: МГОУ. 2004. 286 с.

9. Попов В.Н., Тестова И.В. Проверка линейных соотношений Онзагера при произвольных значениях числа Кнудсена // Физический вестник Института естественных наук и биомедицины. Сборник научных трудов. Выпуск 10. Архангельск: ФГАОУ ВПО Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. 2011. С. 3-10.

10. Яламов Ю.И., Гайдуков М.Н. Два метода построения теории термофореза крупных аэрозольных частиц Коллоидный журнал. 1976. Т. 38. № 6. С. 1149-1155.

11. Яламов Ю.И., Гайдуков М.Н., Голиков А.М. Два метода построения теории диффузиофореза крупных аэрозольных частиц // Коллоидный журнал. 1977. Т. 39. № 6. С. 1132-1138.

12. Де Гроот С.Р., Мазур П. Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1964. 456 с.

13. Попов В.Н., Рудный Д.А. Влияние чисел Прандтля и Кнудсена на процесс переноса тепла в задаче о плоском течении Пуазейля // Теплофизика и аэромеханика. 2012. № 2. Т. 19. С. 193-200.

14. Попов В.Н., Рудный Д.А. Аналитические решения задач о течении газа в каналах при произвольных значениях числа Прандтля // Вестник физического факультета Поморского университета. Сборник научных трудов. Выпуск 9.

Архангельск: Поморский государственный университет имени М.В. Ломоносова. 2010. С. 3-12.

15. Andries P., Tallec P.Lr., Perlat J., Perthame B. The Gaussian-BGK model of Boltzmann equation with small Prandtl numbers // European Journal of Mechanics B Fluids. 2000. Vol. 19. No 6. P. 813-830.

16. Monchik L., Mason E. Heat conductivity of polyatomic and polar gases J. Chem. Phys. 1962. Vol. 36. No. 5. P. 1622-1631.

17. Hanson F.B., Morse T.F., Sirovich L. Kinetic description of the propagation of plane sound waves in a diatomic gas // Physics of Fluids. 1969. Vol. 12. No 1. P. 84-95.

18. Pazooki N., Loyalka S.K. Heat transfer in a rarefied polyatomic gas I. Plane parallel plates // Int. J. Heat Tran. 1985. Vol. 28. No 11. P. 2019-2026.

19. Siewert C.E., Garcia R.D.M., Granjean P.A Concise and Accurate Solutions for Poiseuille Flow in a Plane Channel // Journal of Mathematical Physics, 1980. V. 21. p. 2760-2763.

CHECKING LINEAR ONSAGER RELATIONS FOR FLOW IN CHANNELS RAREFIED MOLECULAR GAS

© 2015

V.N. Popov, doctor of physical and mathematical sciences, Head of the Department of Mathematics

Arctic federal university named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk (Russia), v.popov@narfu.ru

D.A. Rudny, assistant of the Department of Mathematic

Arctic federal university named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk (Russia), dimar-188@mail.ru

УДК 517.968.23

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ТИПА РИМАНА С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ДЛЯ ТРИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В СЛУЧАЕ ПОЛУПЛОСКОСТИ

© 2015

А.В. Расторгуева, студентка 5 курса физико-математического факультета

ФГБОЙ ВПО «Смоленский государственный университет», Смоленск (Россия), avrastorgueva@yandex.ru

И.Б. Болотин, кандидат физико-математических наук, доцент, декан физико-математического факультета

ФГБОЙ ВПО «Смоленский государственный университет», Смоленск (Россия), IBBolotin@smolgu.ru

1. Постановка задачи. Пусть $L = \{t | \operatorname{Im} t = 0\}$, $D^+ = \{z \mid \operatorname{Im} z > 0\}$ и $D^- = \overline{C} \setminus \{D^+ \cup L\}$.

Пусть $G_k(t)$ – заданные на L функции класса $H_0^{(4-k)}$, причем $G_k(t) \neq 0$ всюду на L ($k = 0,1,2$). Следуя Н.И. Мусхелишвили (см. [1]), точки разрыва

функций $G_0(t)$, $G_1(t)$ и их производных будем относить к узлам контура L. Все остальные точки контура L будем считать обыкновенными.

В дальнейшем, в основном, будем использовать термины и обозначения принятые в [2].

Рассмотрим следующую краевую задачу. *Требуется найти все трианалитические функции* $F^+(z)$ *и* $F^-(z)$, *принадлежащие классу* $A_3(D^{\pm}) \bigcap I^{(4)}(L)$ *[3], ограниченные вблизи узлов контура* L, *исчезающие на бесконечности и удовлетворяющие во всех обыкновенных точках* L *следующим краевым условиям:*

$$F^+(t) = G_0(t)F^-(t) + g_0(t), \tag{1}$$

$$\frac{\partial F^+(t)}{\partial n_+} = -G_1(t)\frac{\partial F^-(t)}{\partial n_-} + ig_1(t), \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 F^+(t)}{\partial n_+^2} = -G_2(t)\frac{\partial^2 F^-(t)}{\partial n_-^2} - g_2(t), \tag{3}$$

где $G_k(t)$, $g_k(t)$ *– заданные на L функции класса* $H_0^{(4-k)}$ ($k = 0,1,2$), *причем* $G_k(t) \neq 0$ *всюду на* L, $\frac{\partial}{\partial n_+}\left(\frac{\partial}{\partial n_-}\right)$ *– производная по внутренней (внешней) нормали к контуру* L. Здесь множители (-1) при $G_1(t)$, $G_2(t)$ и множитель i^k при $g_k(t)$ соответственно введены для удобства в дальнейших обозначениях.

Сформулированную задачу будем называть *второй основной краевой задачей типа Римана с разрывными коэффициентами для трианалитических функций в случае полуплоскости* или задачей $R_{2,3}$ *в случае полуплоскости*, а соответствующую однородную задачу $(g_0(t) \equiv g_1(t) \equiv g_2(t) \equiv 0)$ назовем *задачей* $R^0_{2,3}$ *в случае полуплоскости.*

Отметим, что первая основная краевая задачи типа Римана $R_{1,3}$ в случае полуплоскости была полностью исследована в работах авторов [4-6].

2. О решении задачи $R_{2,3}$ в случае полуплоскости. Известно [1; 3], что в случае полуплоскости кусочно-трианалитическую функцию с линией скачков L и исчезающую на бесконечности можно представить в виде:

$$F(z) = \begin{cases} F^+(z) = \varphi_0^+(z) + \bar{z}\varphi_1^+(z) + \bar{z}^2\varphi_2^+(z), \\ F^-(z) = \varphi_0^-(z) + \bar{z}\varphi_1^-(z) + \bar{z}^2\varphi_2^-(z), \end{cases} \tag{4}$$

где $\varphi_k^{\pm}(z)$ ($k = 0,1,2$) – аналитические в области $D^{\pm}$ функции, для которых выполняются условия:

$$\prod\{\varphi_k^{\pm}, \infty\} \geq 1 + k, \quad k = 0,1,2.$$

Будем искать решение задачи в виде:

$$F^{\pm}(z) = f_0^{\pm}(z) + (\bar{z} - z) f_1^{\pm}(z) + (\bar{z} - z)^2 f_2^{\pm}(z), \quad (5)$$

где $f_k^{\pm}(z)$ ($k = 0,1,2$) – аналитические в области $D^{\pm}$ функции, связанные с аналитическими компонентами искомой кусочно-трианалитической функции $F(z)$ формулами:

$$\varphi_0^{\pm}(z) = f_0^{\pm}(z) - z f_1^{\pm}(z) + z^2 f_2^{\pm}(z), \quad (6)$$

$$\varphi_1^{\pm}(z) = f_1^{\pm}(z) - 2z f_2^{\pm}(z), \quad (6)$$

$$\varphi_2^{\pm}(z) = f_2^{\pm}(z). \quad (6)$$

В [8] показано, что решение задачи $R_{2,3}$ в случае полуплоскости сводится к последовательному решению трех скалярных задач Римана (7), (8), (9):

$$f_0^{+}(t) = G_0(t) f_0^{-}(t) + g_0(t), \quad (7)$$

$$f_1^{+}(t) = G_1(t) f_1^{-}(t) + \frac{1}{2}\left(\frac{df_0^{+}(t)}{dt} - G_1(t) \frac{df_0^{-}(t)}{dt} - g_1(t) \right), \quad (8)$$

$$f_2^{+}(t) = G_2(t) f_2^{-}(t) + \frac{1}{8}\left(-\frac{d^2 f_0^{+}(t)}{dt^2} + G_2(t) \frac{d^2 f_0^{-}(t)}{dt^2} + \right.$$

$$\left. + 4\frac{df_1^{+}(t)}{dt} - 4G_2(t) \frac{df_1^{-}(t)}{dt} + g_2(t) \right). \quad (9)$$

Равенства (7)-(9) представляют собой краевые условия обычных задач Римана для аналитических функций с разрывными коэффициентами в случае полуплоскости [1; 5].

Таким образом, решение задачи $R_{2,3}$ в случае полуплоскости сводится к последовательному решению трех краевых задач Римана в классах кусочно-аналитических функций с линией скачков L. Поскольку решения исходной задачи должны быть ограничены в окрестности узлов и исчезать на бесконечности, то сначала требуется определить классы, в которых следует искать решения вспомогательных краевых задач (7), (8) и (9).

Из равенств (6) видно, что функции $f_0^{\pm}(z)$, $f_1^{\pm}(z)$ и $f_2^{\pm}(z)$ должны иметь на бесконечности ноль не ниже первого, второго и третьего порядка соответственно.

Оценим функцию $F(z)$ в окрестности узлов. Пусть c – любой из узлов, тогда справедливо соотношение $\bar{c} = c$.

Имеем следующую оценку:

$$\begin{aligned}
&\left|F^{\pm}(z)\right| = \left| f_0^{\pm}(z) + (\bar{z}-z)\, f_1^{\pm}(z) + (\bar{z}-z)^2\, f_2^{\pm}(z)\right| \le \\
&\le \left| f_0^{\pm}(z)\right| + \left| f_1^{\pm}(z)\right|\left|\bar{z}-z\right| + \left| f_2^{\pm}(z)\right|\left|\bar{z}-z\right|^2 = \\
&= \left| f_0^{\pm}(z)\right| + \left| f_1^{\pm}(z)\right|\left|\bar{z}-\bar{c}+c-z\right| + \left| f_2^{\pm}(z)\right|\left|\bar{z}-\bar{c}+c-z\right|^2 \le \\
&\le \left| f_0^{\pm}(z)\right| + \left| f_1^{\pm}(z)\right|\left|\bar{z}-\bar{c}\right| + \left| f_1^{\pm}(z)\right|\left|z-c\right| + \\
&+ \left| f_2^{\pm}(z)\right|\left|\bar{z}-\bar{c}\right|^2 + 2\left| f_2^{\pm}(z)\right|\left|(\bar{z}-\bar{c})(z-c)\right| + \left| f_2^{\pm}(z)\right|\left|z-c\right|^2 = \\
&= \left| f_0^{\pm}(z)\right| + 2\left| f_1^{\pm}(z)\right|\left|z-c\right| + 4\left| f_2^{\pm}(z)\right|\left|z-c\right|^2.
\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
&\left|F^{\pm}(z)\right| \ge \left| f_0^{\pm}(z)\right| - \left| f_1^{\pm}(z)\right|\left|\bar{z}-z\right| - \left| f_2^{\pm}(z)\right|\left|\bar{z}-z\right|^2 = \\
&= \left| f_0^{\pm}(z)\right| - \left| f_1^{\pm}(z)\right|\left|\bar{z}-\bar{c}+c-z\right| - \left| f_2^{\pm}(z)\right|\left|\bar{z}-\bar{c}+c-z\right|^2 \le \\
&\le \left| f_0^{\pm}(z)\right| - \left| f_1^{\pm}(z)\right|\left|\bar{z}-\bar{c}\right| - \left| f_1^{\pm}(z)\right|\left|z-c\right| - \\
&- \left| f_2^{\pm}(z)\right|\left|\bar{z}-\bar{c}\right|^2 - 2\left| f_2^{\pm}(z)\right|\left|(\bar{z}-\bar{c})(z-c)\right| - \left| f_2^{\pm}(z)\right|\left|z-c\right|^2 = \\
&= \left| f_0^{\pm}(z)\right| - 2\left| f_1^{\pm}(z)\right|\left|z-c\right| - 4\left| f_2^{\pm}(z)\right|\left|z-c\right|^2.
\end{aligned} \tag{11}$$

Таким образом, для того чтобы искомая трианалитическая функция $F(z)$ была ограничена вблизи узлов, необходимо и достаточно, чтобы функции $f_k^{\pm}(z)$ ($k = 0,1,2$) удовлетворяли неравенствам вида:

$$\left| f_k^{\pm}(z)\right| \le \frac{const}{\left|z-c\right|^{(k-2)+\alpha_k}},\ 0 \le \alpha_k < 1. \tag{12}$$

В самом деле, если функции $f_k^{\pm}(z)$ $(k = 0,1,2)$ удовлетворяют условию (12) вблизи узла c, то в силу соотношений (10) искомая кусочно-трианалитическая функция $F(z)$ будет ограничена вблизи узла c.

Обратное утверждение также справедливо. Пусть функция $F(z)$ класса $A_3(D^{\pm}) \bigcap I^{(4)}(L)$ ограничена вблизи узла c, тогда функции $f_k^{\pm}(z)$ ($k = 0,1,2$) должны допускать оценку (12) (так как в противном случае не будут найдены *все* решения поставленной задачи).

Итак, решение вспомогательной задачи (7) требуется искать в классе функций, имеющих на бесконечности ноль первого порядка, и почти минус второго порядка вблизи узлов, решение задачи (8) – в классе функций, имеющих на бесконечности ноль второго порядка, и почти минус первого порядка вблизи узлов, а решение задачи (9) – в классе функций, имеющих на бесконечности ноль третьего порядка и бесконечность интегрируемого порядка в узлах контура L, т.е. в классе Н.И. Мусхелишвили h_0 [1].

Таким образом, справедлив следующий основной результат.

Теорема. *Пусть* $L = \{t \mid \mathrm{Im} t = 0\}$, $D^+ = \{z \mid \mathrm{Im} z > 0\}$ *и* $D^- = \overline{C} \setminus \{D^+ \cup L\}$. *Тогда решение* $R_{2,3}$ *в случае полуплоскости сводится к последовательному решению трех скалярных задач Римана (7), (8) и (9). Решение задачи (7) требуется искать в классе функций, имеющих на бесконечности ноль первого порядка, и почти минус второго порядка вблизи узлов, решение задачи (8) – в классе функций, имеющих на бесконечности ноль второго порядка, и почти минус первого порядка вблизи узлов, а решение задачи (9) – в классе функций, имеющих на бесконечности ноль третьего порядка и бесконечность интегрируемого порядка в узлах контура* L, *т.е. в классе Н.И. Мусхелишвили* h_0 *[1]. Задача разрешима тогда и только тогда, когда одновременно разрешимы задачи (7), (8) и (9) в указанном классе функций.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968.

2. Расулов К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения. Смоленск: Изд-во СГПУ, 1998.

3. Болотин И.Б. Об одном обобщении теоремы Лорана // Известия Смоленского государственного университета. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2011. № 2. С. 127–133.

4. Болотин И.Б., Расторгуева А.В. О решении одной краевой задачи типа Римана с разрывными коэффициентами для трианалитических функций в случае полуплоскости // Материалы 3-й научно-практической internet-конференции «Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики». Ульяновск: Изд-во SIMJET, 2014. С. 122-127.

5. Болотин И.Б., Расторгуева А.В. О нетеровости первой основной краевой задачи типа Римана с разрывными коэффициентами для трианалитических функций в случае полуплоскости // Материалы международной конференции «Системы компьютерной математики и их приложения». Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2014. № 15. С. 187-188.

6. Болотин И.Б., Расторгуева А.В. Об одной краевой задаче типа Римана с разрывными коэффициентами для трианалитических функций в случае полуплоскости. Уфа: Изд-во БашГУ, 2013. С. 289-292.

8. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М.: Наука, 1977.

9. Болотин И.Б., Расторгуева А.В. О решении основной краевой задачи типа Римана с разрывными коэффициентами для трианалитических функций в случае полуплоскости // Материалы 4-й Международной (заочной) научно-практической конференции «Теоретические и прикладные аспекты современной науки». Белгород, 2014.

ON A BOUNDARY PROBLEM OF RIEMANN TYPE WITH DISCONTINUOUS COEFFICIENTS FOR THREE ANALYTIC FUNCTIONS IN THE CASE OF HALFPLANE

© 2015

A.V. Rastorgueva, student of the 5th course of physico-mathematical department
Smolensk State University, Smolensk (Russia), avrastorgueva@yandex.ru
I.B. Bolotin, dean of physical and mathematical faculty, candidate of physical and mathematical sciences, docent
Smolensk State University, Smolensk (Russia), Ibbolotin@smolgu.ru

СЕКЦИЯ 3. ПРИМЕНЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ И СУПЕР-ЭВМ В ПРИКЛАДНЫХ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ

УДК 681.3.06+519.68

ПРИМЕНЕНИЕ МЕЛКОЗЕРНИСТОГО ЛОКАЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В КЛЕТОЧНОЙ МАШИНЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА

© 2015

Г.В. Заручевская, кандидат технических наук, доцент
Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова, Архангельск, (Россия), gala-zaruch@yandex.ru

1. Основные положения мелкозернистого локально-параллельного программирования и описание клеточной машины. Господствующим способом распараллеливания задач до сих пор является крупноблочное. При этом задача разбивается на большие подзадачи (блоки), предназначенные для параллельного решения на небольшом числе процессоров. С ростом числа процессоров блоки измельчаются, и вычисления в подавляющем большинстве случаев будут идти медленнее: параллелизм вырождается. Избежать вырождения можно только при условии, что обмены происходят и одновременно, и локально, т.е. физическое расстояние между взаимодействующими процессорами мало и не зависит от размера задачи. Задача должна быть разбита на множество небольших однотипных подзадач, которые будут исполняться параллельно на отдельных вычислительных машинах (ВМ). Данные максимально распределены по системе, а программы в каждой ВМ используют минимально возможные наборы данных. В общем случае число обменов данными между ВМ имеет тот же порядок, что и число вычислительных операций. Таким образом, мелкозернистость, или массовое распараллеливание означает, что в каждом вычислительном процессе в каждый момент времени содержится минимальное число команд и данных. Такой подход к распараллеливанию алгоритмов носит название мелкозернистого локально-параллельного программирования (МЛПП).

Существуют три обязательных условия, при которых производительность МЛПП не снижается:

1. Локальность взаимодействий, когда обмен данными происходит только в пределах ограниченного физического и структурного радиуса, независимо от размеров задачи и системы.

2. Параллелизм взаимодействий, когда все возможные в данный момент обмены совершаются параллельно и одновременно с процессом счета.

3. Количество глобальных операций не должно влиять на оценку временной сложности задачи.

Опишем клеточную машину, предназначенную для МЛП–программирования в клеточном стиле.

Клеточная машина (К-машина) представляет собой клеточное множество – массив поименованных клеток, в каждой из которых находится универсальный вычислитель, известный в теории вычислений, как РАМ–машина. Клетка может

обмениваться информацией с соседями согласно шаблону соседства, задающему доступную для клетки окрестность. В частности, если в клетках будут размещены более простые устройства – автоматы, то клеточная машина моделирует клеточный автомат. Клетка К-машины содержит процессор, память и коммутационное устройство для связи с соседями и управляющей машиной. Данные, расположенные в клетке – называются локальными, в управляющей машине – глобальными. Состояние клетки – набор значений всех её локальных переменных, состояние окрестности – набор значений локальных переменных в её окрестности. Состояние К-машины – набор значений всех её локальных и глобальных переменных. Все клетки функционируют одновременно, но вычисления происходят только там, где состояние клетки и её окрестности удовлетворяет заданным условиям активности. Такие клетки называются активными.

Опишем основные характеристики клеточного множества.

Шаблон соседства для данной клетки – это список приращений её координат для получения координат соседей.

Взаимодействовать должны только ближайшие соседи. Условие локальности означает, что радиус шаблона соседства -это константа, на много меньшая размера всего клеточного множества и не зависящая от этого размера.

Топология К-машины задаётся шаблоном соседства. Поскольку К-машина в простейшем случае – прямоугольный массив, то появляется несколько вариантов определения соседей на границах прямоугольника. Одна из них- тор, которая получается, если мы склеим попарно и вертикальные, и горизонтальные границы прямоугольника.

При этом тор позволяет легко масштабировать сетку другой, отличающейся от него размерности. Действительно, пусть сетка $a \times b$ вкладывается в тор $C \times D$, a>C, b>D. Каждой клетке тора (x,y) поставим в соответствие ячейку сетки (x+Ck,y+Dn), $k,n \in N$. При таком распределении сеточных узлов в тороидальной структуре параллельный алгоритм соответствует МЛП–стилю.

К-программа – это параллельная программа для К-машины. Она состоит из большого числа последовательных программ для клеток. Для компактного описания К программы множество клеток разбивается на классы и для каждого класса пишется одна программа. Во многих случаях достаточно одного класса.

Разработка и исследование МЛПП для задач математической физики – одно из актуальных направлений современного параллельного программирования. В [3] для этих целей применяются модели клеточных автоматов на планарных бесконечномерных решетках.

2. Реализация трехмерных задач математической физики в синхронной клеточной машине с топологией тороидально связанного куба. Представим разработку специальной трехмерной структуры межклеточных связей и вложение в неё данных МЛПП – алгоритма решения сеточной задачи на примере разностной схемы расщепления уравнения теплопроводности для клеточной машины с иллюстрацией межклеточных обменов.

Постановка задачи.

Пусть

$$\overline{G} = \{(x, y, z, t) : 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1, 0 \le z \le 1, 0 < t \le 1\},$$

$$G' = \{(x, y, z, t) : 0 < x < 1, 0 < y < 1, 0 < z < 1, 0 < t \le 1\},$$

т.е. $\overline{G}$ - замкнутый четырехмерный гиперкуб, G'- полуоткрытый четырехмерный гиперкуб. Требуется найти непрерывную на замкнутом гиперкубе $\overline{G}$ функцию *u(x,y,z,t)*, которая на G' удовлетворяет уравнению теплопроводности

$$Lu \equiv \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = f(x, y, z, t),$$

при $t = 0$ удовлетворяет начальному условию $u(x, y, z, 0) = s(x, y, z)$, при $x = 0$ и $x = 1$ подчиняется краевым условиям $u(0, y, z, t) = p(y, z, t)$, $u(1, y, z, t) = q(y, z, t)$, при $y = 0$ и $y = 1$ подчиняется краевым условиям $u(x, 0, z, t) = r(x, z, t)$, $u(x, 1, z, t) = w(x, z, t)$, при $z = 0$ и $z = 1$ подчиняется краевым условиям $u(x, y, 0, t) = c(x, y, t)$, $u(x, y, 1, t) = b(x, y, t)$,

где $f(x, y, z, t)$, $s(x, y, z)$, $p(y, z, t)$, $q(y, z, t)$, $r(x, z, t)$, $w(x, z, t)$, $c(x, y, t)$, $b(x, y, t)$– заданные достаточно гладкие функции, причем $s(0, y, z) = p(y, z, 0)$, $s(1, y, z) = q(y, z, 0)$, $s(x, 0, z) = r(x, z, 0)$, $s(x, 1, z) = w(x, z, 0)$, $s(x, y, 0) = c(x, y, 0)$, $s(x, y, 1) = b(x, y, 0)$; $p(0, z, t) = r(0, z, t)$, $r(0, z, t) = q(0, z, t)$, $q(1, z, t) = w(1, z, t)$, $w(0, z, t) = p(1, z, t)$, $c(x, 0, t) = r(x, 0, t)$, $r(x, 1, t) = b(x, 0, t)$, $b(x, 1, t) = w(x, 1, t)$, $w(x, 0, t) = c(x, 1, t)$, $p(0, z, t) = w(0, z,$, $w(1, z, t) = q(1, z, t)$, $q(0, z, t) = r(1, z, t)$, $r(0, z, t) = p(0, z, t)$.

Пусть h=1/N,– шаги по x, y ,z и τ=1/T - по t , где N, T –натуральные числа, являющиеся числом разбиений четырехмерного гиперкуба по соответствующим осям и построим сетку. Разностная схема для нашего случая имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\tilde{v}_{mnk} - v^{p}_{mnk}}{\tau} = \dfrac{\tilde{v}_{m+1,nk} - 2\tilde{v}_{mnk} + \tilde{v}_{m-1,nk}}{h^2} \\ \dfrac{v'_{mnk} - \tilde{v}_{mnk}}{\tau} = \dfrac{v'_{mnk} - 2v'_{mnk} + v'_{mnk}}{h^2} \\ \dfrac{v^{p+1}_{mnk} - v'_{mnk}}{\tau} = \dfrac{v^{p}_{mnk-1} - 2v^{p}_{mnk} + v^{p}_{mnk+1}}{h^2} + f^{p}_{mnk} \\ v^{0}_{mnk} = g^{0}_{mnk} \end{cases}$$

где

$$g=\begin{cases} s(x_k,y_m,z_j),\ x=x_k,\ y=y_m,\ z=z_j\ ;\ t=0;\quad k,m,j=\overline{1\ ..\ N\text{-}1}, \\ p(y_m,z_j,t_v),\ x=0,\ y=y_m,z=z_j,\ t=t_v;m,j=\overline{1\ ..\ N\text{-}1},\ v\ \overline{0\ ..\ M}, \\ q(y_m,z_j,t_v),\ x=1,\ y=y_m,\ z=z_j,t=t_v;m,j=\overline{1\ ..\ N\text{-}1},\ v\ \overline{0\ ..\ M}, \\ r(x_k,z_j,t_v),\ x=x_k,\ y=0,\ z=z_j,t=t_v,\ \ k,j=\overline{1\ ..\ N\text{-}1},\ v,\ \overline{0\ ..\ M}, \\ w(x_k,z_j,t_v),\ x=x_k,\ y=1,\ z=z_j,t=t_v,\ \ k,j=\overline{1\ ..\ N\text{-}1},v,\ \overline{0\ ..\ M}, \\ c(x_k,y_m,t_v),\ x=x_k,\ y=y_m,t=t_v,k,m=\overline{1\ ..\ N\text{-}1},\ v\ \ \overline{0\ ..\ M} \\ b(x_k,y_m,t_v),\ x=x_k,\ y=y_m,t=t_v,\ k,m=\overline{1\ ..\ N\text{-}1},\ v\ \ \overline{0\ ..\ M}. \end{cases}$$

Преобразуем каждое уравнение разностной схемы:

$$\begin{cases} \tilde{v}_{m+1,n,k}-(2+\dfrac{h^2}{\tau})\tilde{v}_{m,n,k}+\tilde{v}_{m\text{-}1,n,k}=-\dfrac{h^2}{\tau}v^{p}_{m,n,k}=F_m \\ v'_{m,n\text{-}1,k}-(2+\dfrac{h^2}{\tau})v'_{m,n,k}+v'_{m,n+1,k}=-\dfrac{h^2}{\tau}\tilde{v}_{m,n,k}=\tilde{F}_m \\ v^{p+1}_{m,n,k\text{-}1}-(2+\dfrac{h^2}{\tau})v^{p+1}_{m,n,k}+v^{p+1}_{m,n,k+1}=-\dfrac{h^2}{\tau}v'_{m,n,k}-h^2 f_{m,n,k}=F'_k \\ v^{0}_{mnk} \end{cases}$$

Из последнего уравнения известны краевые условия $v^{\nu}_{0,0}, v^{\nu}_{0,N}, v^{\nu}_{N,0}, v^{\nu}_{N,N}$ $\nu=\overline{0..M}$.

Разностная схема неявная, решается методом прогонки. Составим локально-параллельный алгоритм поиска этого решения.

Введем для дальнейшего использования понятие клеточного тороидально связанного куба $C\times D\times E$. Эту структуру можно рассматривать как продолжение клеточного куба размерностью $C\times D\times E$. Итак, пусть имеется клеточный куб $C\times D\times E$. Каждая клетка обозначается $P_{i,j,k}$, где i, j, k – координаты узла, в котором располагается процессор. Дополним клеточный куб следующими связями: каждую клетку $P_{1,j,k}$ соединим регулярным каналом с клеткой $P_{C,j,k}$, $j=\overline{1..D}$, $k=\overline{1..E}$; $P_{i,1,k}$ соединим регулярным каналом с клеткой $P_{i,D,k}$, $i=\overline{1..C}$, $k=\overline{1..E}$; $P_{i,j,1}$ соединим регулярным каналом с процессором $P_{i,j,E}$, $i=\overline{1..C}$, $j=\overline{1..D}$. Получим новую структуру – тороидально связанный куб $C\times D\times E$, изображенный на рис. 1. Заметим, что каждая плоскость, параллельная плоскостям COD, COE и DOE и содержащая процессорные узлы, представляет собой тороидальную структуру. Очевидно, что структура, состоящая из числа E вложенных друг в друга торов размерностью $C\times D$, соединенных специальным образом, изоморфна тороидально связанному кубу $C\times D\times E$. Обе структуры вложимы в физическое пространство, однако не являются планарными. Гипотетически можно предположить, что конструкция вложенных торов позволит обеспечить теплоотвод: их внутренняя полость может быть использована как расширитель для испарения хладоагента.

Конструкция вложенных торов содержит на порядок меньше удаленных связей, чем тороидально связанный куб, а значит, обеспечивает большую эффективность мелкозернистому локально-параллельному стилю программирования.

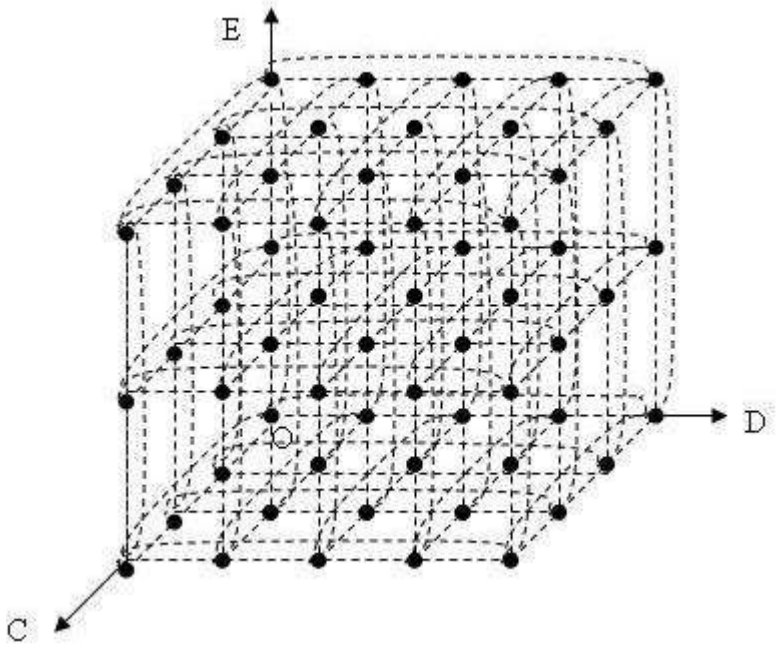


Рисунок 1

Этап 1. Хост-машина рассчитывает $\aleph_1 = \aleph_{N-1} = \frac{1}{2 + h^2/\tau}$, $\aleph_i = \frac{1}{2 + h^2/\tau - \aleph_{i-1}}$, $\mathrm{i} = \overline{1..(\mathrm{N}-1)}$ и рассылает эти значения последовательно в каждую клетку линейки, составляющей тороидально связанный куб: каждое $\aleph_i$ записывается в клетки $[\mathrm{mod(i,C)}, \mathrm{d}, \mathrm{e}]$, $[\mathrm{c}, \mathrm{mod(i,D)}, \mathrm{e}]$, $[\mathrm{c}, \mathrm{d}, \mathrm{mod(i,E)}]$, где $\mathrm{c} = \overline{1..C}$, $\mathrm{d} = \overline{1..D}$, $\mathrm{e} = \overline{1..E}$. Исходные данные u_m^0 и $h^2 \cdot f_{m,n,k}$ рассылаются в клетки с соответствующими номерами $[\mathrm{mod(m,C)}, \mathrm{mod(n,D)}, \mathrm{mod(k,E)}]$.

Этап 2. Пусть вычисляется первая партия значений $\tilde{u}_{i,n,k}$ при $\mathrm{n} = \overline{1..D}$ $\mathrm{k} = \overline{1..E}$. В каждом кольце, образованном клетками с фиксированными координатами d, e параллельно рассчитываются $\wp_1 = (u^p_{0,n,k} + \frac{h^2}{\tau} u^p_{1,n,k}) \cdot \aleph_1$ и $\wp_{N-1} = (u^p_{N,n,k} + \frac{h^2}{\tau} u^p_{N-1,n,k}) \aleph_{N-1}$ соответственно клетками $(1, \mathrm{d}, \mathrm{e})$ и $[\mathrm{mod(N-1,C)}, \mathrm{d}, \mathrm{e}]$, где $\mathrm{d} = \overline{1..D}$, $\mathrm{e} = \overline{1..E}$. Для расчета $\wp_2$ значение $\wp_1$ передается параллельным сдвигом в направлении роста координаты c в каждой кольцевой структуре $[\mathrm{mod(i,C)}, \mathrm{d}, \mathrm{e}]$ (при фиксированных d и e, где $\mathrm{d} = \overline{1..D}$, $e = \overline{1..E}$) по формуле $\wp_i = (\wp_{i-1} + \frac{h^2}{\tau} u_{i,n,k}) \aleph_i$, $\mathrm{i} = \overline{2..(\mathrm{N}-2)}$. Подобно расчету $\wp_2$ находятся остальные $\wp_i$, $\mathrm{i} = \overline{2..(\mathrm{N}-2)}$. Затем вычисляется

$\widetilde{u}_{N-1,n,k} = \dfrac{\wp_{N-1} + \aleph_{N-1} \cdot \wp_{N-2}}{1 - \aleph_{N-1} \cdot \aleph_{N-2}}$ в процессорах $[\mathrm{mod(N-1, C), d, e}]$ и сдвигом в направлении убывания координаты **c** пересылаются соседним процессорам для расчета $\widetilde{u}_{N-2,n,k}$ по формуле $\widetilde{u}_{i,n,k} = \aleph_{\mathrm{i}} \widetilde{u}_{i+1,n,k} + \wp_{\mathrm{i}}$. Аналогично расчету $\widetilde{u}_{N-2,n,k}$ находятся остальные $\widetilde{u}_{i,n,k}$, $\mathrm{i} = \overline{2..(\mathrm{N-2})}$ процессорами $[\mathrm{mod(i, C), d, e}]$.

Подобным образом находится следующая партия $\widetilde{u}_{i,n,k}$ при $\mathrm{k} = \overline{1..E}$, $\mathrm{n} = \overline{(D+1)..(2D)}$; затем при $\mathrm{n} = \overline{(2D+1)..(3D)}$ и т.д. до $\mathrm{n} = \overline{\left[\dfrac{N-1}{D}\right] .. (N-1)}$; аналогично при $\mathrm{k} = \overline{(E+1)..(2E)}$, пока не будет просчитана последняя партия при $\mathrm{n} = \overline{\left[\dfrac{N-1}{D}\right] .. (N-1)}$ и $\mathrm{k} = \overline{\left[\dfrac{N-1}{E}\right] .. (N-1)}$

На весь этап затрачивается время $(5 \cdot \mathrm{N} \cdot \mathrm{t_{оп}} + 2 \cdot (\mathrm{N-1}) \cdot \mathrm{t_{сдв}}) \cdot \left(\left[\dfrac{N-1}{E}\right] + 1\right) \cdot \left(\left[\dfrac{N-1}{D}\right] + 1\right)$, где $t_{оп}$ –время, затрачиваемое на одну арифметическую операцию; $t_{\mathrm{сдв}}$ - время, затрачиваемое на один сдвиг.

Очевидно, что в каждый момент времени работает только одна решетка клеток, что понижает эффективность алгоритма.

Этот этап можно модернизировать, запуская «волной» на одном кольце, образованном клетками с фиксированными координатами d и e, одновременно C партий параллельных прогонок: как только клетки $(1, \mathrm{d, e})$ и $[\mathrm{mod(N-1, C), d, e}]$ высчитывают $\wp_1$ и $\wp_{N-1}$ для расчета $\widetilde{u}_{i,d,e}$ и передают необходимые значения соседним клеткам, так сразу они приступают к расчету этих же коэффициентов для $\widetilde{u}_{i,d+D,e}$, $\widetilde{u}_{i,d+2D,e}$ и т.д., например, до $\widetilde{u}_{i,d+2C,e}$ (для C комплектов такого вида), а в кольцах происходит параллельный расчет $\widetilde{u}_{i,n,k}$ согласно вышеописанному этапу. Такая модернизация позволяет достичь полной загрузки всех клеток структуры и повысить эффективность алгоритма.

На «модернизированный» этап затрачивается время $(5\mathrm{N t_{оп}} + 2(\mathrm{N-1})\mathrm{t_{оп}}) \dfrac{1}{C} \cdot \left(\left[\dfrac{N-1}{E}\right] + 1\right) \cdot \left(\left[\dfrac{N-1}{D}\right] + 1\right)$.

Этап 3. Аналогично предыдущему этапу, в каждом кольце, образованном клетками с фиксированными координатами c, e параллельно рассчитываются в направлении роста номеров d – $\wp_1 = \left(u^p_{m,0,k} + \dfrac{h^2}{\tau} \widetilde{u}^p_{m,1,k}\right) \cdot \aleph_1$;

$\wp_{N-1} = \left(u^p_{m,N,k} + \dfrac{h^2}{\tau} \widetilde{u}^p_{m,N-1,k}\right) \cdot \aleph_{N-1}$; $\wp_i = \left(\wp_{i-1} + \dfrac{h^2}{\tau} \cdot \widetilde{u}^p_{m,i,k}\right) \cdot \aleph_i$, а затем в противоположном направлении рассчитываются $u'_{m,i,k} = \aleph_i \cdot u'_{m,i+1,k} + \wp_i$. Исполнение этапа возможно и в модифицированном варианте.

Затраты времени на выполнение третьего этапа составляют $(5\mathrm{Nt}_{\text{оп}} + 2(\mathrm{N}-1)\mathrm{t}_{\text{сдв}}) \cdot \left(\left[\frac{N-1}{C}\right]+1\right) \cdot \left(\left[\frac{N-1}{E}\right]+1\right)$, а исполнение модернизированного варианта – $(5\mathrm{Nt}_{\text{оп}} + 2(\mathrm{N}-1)\mathrm{t}_{\text{сдв}}) \cdot \frac{1}{D}\left(\left[\frac{N-1}{C}\right]+1\right) \cdot \left(\left[\frac{N-1}{E}\right]+1\right)$.

Этап 4. Аналогично второму этапу, в каждом кольце, образованном клетками с фиксированными координатами c, d параллельно рассчитываются в направлении роста номеров e – $\wp_1 = (u^p_{m,n,0} + \frac{h^2}{\tau} u'^p_{m,n,1} + h^2 f_{m,n,k})\aleph_1$; $\wp_{N-1} = (u^p_{m,n,N} + \frac{h^2}{\tau} u'^p_{m,N-1,k} + h^2 f_{m,n,k}) \cdot \aleph_{N-1}$; $\wp_i = \left(\wp_{i-1} + \frac{h^2}{\tau} \cdot u'^p_{m,i,k} + h^2 f_{m,n,i}\right) \cdot \aleph_i$, а затем в противоположном направлении рассчитываются $u^{p+1}_{m,n,i} = \aleph_i \cdot u^{p+1}_{m,n,i+1} + \wp_i$. Результат $u^{p+1}_{m,n,i}$ записывается в памяти соответствующей клетки.

На весь этап затрачивается время $(8\mathrm{Nt}_{\text{оп}} + 2(\mathrm{N}-1)\mathrm{t}_{\text{сдв}}) \cdot \left(\left[\frac{N-1}{C}\right]+1\right) \cdot \left(\left[\frac{N-1}{D}\right]+1\right)$.

Исполнение этапа может проходить в модифицированном варианте, который исполняется за время $(8\mathrm{Nt}_{\text{оп}} + 2(\mathrm{N}-1)\mathrm{t}_{\text{сдв}}) \cdot \frac{1}{E}\left(\left[\frac{N-1}{C}\right]+1\right) \cdot \left(\left[\frac{N-1}{D}\right]+1\right)$.

Этапы 2-4 повторяется M раз до тех пор, пока не будут вычислены результаты последнего слоя.

Этап 5.Хост-машина собирает полученные данные и делает их доступными для пользователя.

Время выполнения модифицированного алгоритма составит $\mathrm{O}(\frac{24}{CED}\mathrm{Mt}_{\text{такта}})+2\ \mathrm{t}_{\text{гл}}$, где $t_{on}=t_{\text{сдв}}=t_{\text{такта}}$, $t_{\text{такта}}$ –время, затрачиваемое на один такт; $\mathrm{t}_{\text{гл}}$ - время выполнения глобальной операции.

Выполним оценку параллелизма исходного алгоритма.

Число используемых процессоров параллельных алгоритмов $P = C \cdot E \cdot D$.

Наилучший последовательный алгоритм выполняется за $\mathrm{O}(18\mathrm{NM}(\mathrm{N}-1)^2)$ $\mathrm{t}_{\text{такта}}$

Для «модернизированного» параллельного алгоритма ускорение по сравнению с наилучшим последовательным алгоритмом равно

$$S'_{CDE} \approx \frac{18NM(N-1)^2}{N \cdot (N-1)^2\left(7\left(\frac{1}{CED}+\frac{1}{CDE}\right)+\frac{10}{CED}\right)M} = \frac{18CED}{24} = \frac{3CDE}{4}.$$

Эффективность параллельного алгоритма по отношению к наилучшему последовательному алгоритму составит $E'_{CD}=\frac{S'_{CDE}}{CDE}\approx\frac{3}{4}=0{,}75$.

Очевидно, что при $t_{сдв}=0$ параллелизм «модернизированного» алгоритма достигает максимального уровня: $S'_{CDE}=C\cdot E\cdot D$, а $E'_{CD}=1$, т.е. даже при условии, что $t_{сдв}\approx t_{оп}$, потери времени достигают 25%. На всех этапах «модернизированный» алгоритм является локальным и мелкозернистым [3].

В заключение отметим, что существуют другие алгоритмы распараллеливания итерационных методов решения разностных схем эллиптических и гиперболических уравнений. Однако эти алгоритмы крупноблочные и к ним трудно применима технология мелкозернистого локально-параллельного программирования, и, как правило, реализуются либо на кластерах, либо на планарных неразрезных процессорных матрицах. Предложенную идею можно использовать для распараллеливания других итерационных методов решения разностных схем эллиптических и гиперболических уравнений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тоффоли Т., Марголус Н. Машины клеточных автоматов /Перевод с англ. под ред. Баталова Б.В. М.: Мир, 1991.

2. Бандман О.Л. Мелкозернистый параллелизм в математической физике // Программирование. 2001.№ 4. С. 12-25.

3. Заручевская Г.В. Применение мелкозернистого локально-параллельного программирования при решении задач математической физике методом сеток (автореф. дис. ...канд. техн. наук: 05.13.18). Петрозаводский гос. ун-т, Архангельск, 2008. 20 с.

THE USE OF FINE-GRAINED LOCALLY-PARALLEL PROGRAMMING IN CELLULAR MACHINE WHEN THE SOLUTION OF THE DIRICHLET PROBLEM FOR POISSON'S EQUATION

© 2015

G.V. Zaruchevskaya, candidate of technical Sciences

Arctic federal university named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk (Russia),

gala-zaruch@yandex.ru

УДК 002.66

МОНИТОРИНГ ИНФРАСТРУКТУРЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ВЕБ-КОНТЕНТОМ НА ПЛАТФОРМЕ ASP.NET

© 2015

Ю.Ю. Игнатов, кандидат социологических наук, доцент кафедры прикладной математики и информатики

ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный социально-экономический институт им. Г.В. Плеханова», Саратов (Россия), ignatov_yy@mail.ru

В рамках данной статьи сузим рассмотрение мониторинга до уровня компонентов веб-сервера Microsoft IIS 7-8 и классов программного кода работающей на данном сервере системы управления веб-контеном DNN. Как показывает практика, при прочих равных условиях на скорость загрузки веб-страниц сайта чаще всего влияют именно эти компоненты.

На уровне веб-сервера объекты мониторинга необходимо разделить на группы: роли сервера, службы, веб-приложения, пулы приложений, модули авторизации. Ролей для обеспечения функциональностей сайта может быть несколько – www, ftp, smtp, nntp, как и модулей аутентификации, либо это базовая, либо дайджест, либо на основе форм. Проблемы в работе какого либо из модулей могут, например, увеличить время входа пользователя в личный кабинет интернет-магазина, что является негативных фактором для объема продаж. С позиции комплексного мониторинга необходим сбор данных по следующим основным группам контроля – доступность, конфигурация (настройки), производительность, безопасность. Необходимо также идентифицировать наличие данной роли на сервере, её состоянии (доступности), работоспособности. Перечисленные группы критериев также применяются к службам, пулам и сайтам сервера. Применительно к веб-серверу IIS 8 требуют мониторинга следующий ряд служб: W3SVC, WAS, WMsvc, FTPSVC, IISADMIN, aspnet_state, APPHOSTSVC, HTTP.SYS. Необходим мониторинг набора параметров производительности, например, сколько тем или иным сервером (WWW, FTP) и конкретным сайтом на данном сервере передано/получено байт в единицу времени или обработано запросов, количество подключений на сервере, число ошибок в ответах ASP.Net приложения и т.д. Также важен оперативный контроль параметров настройки, так как, например, если драйвер HTTP.SYS будет настроен на прослушивание слишком большого количество портов, то это несомненно скажется на времени отклика веб-сервера клиенту.

Необходим детальный мониторинг работы запущенного на сервере веб-приложения, включающий в себя наглядное отображение цепи событий, связанной с медленным запросом или работой того или иного метода класса. Причем необходима функциональность выбора конкретного класса или метода веб-приложения для сужения сбора данных и снижения времени на анализ проблем. Следует разбить мониторинг веб-приложения на группы: безопасность, контроль подключений, сбои в работе кода, время отработки методов класса или производительность. В такой ситуации важно понимать, что веб-приложение может показывать разные результаты отработки функций на стороне сервера и на стороне клиента, которому возвращен запрос. В этой связи при комплексном

мониторинге также необходимо контролировать сторону клиент для измерения отработки браузером генерируемой разметки.

Для реализации изложенных требований подходит разрабатываемый программный комплекс корпорации Microsoft - Operation Manager. Первая промышленная версия продукта появилась в 2000 г. и носило название Microsoft Operation Manager 2000. Последняя версия продукта на текущий момент - System Center 2012 R2 - Operation Manager [1].

Главные инфраструктурные компоненты Operation Manager - сервер управления, агенты, операционная база данных и хранилище. Модель и компоненты мониторинга задаются в пакетах управления, разрабатываемые для того или иного оборудования, программного обеспечения различными компаниями. Перечисленные компоненты и оборудование, включенное в мониторинг, называются группой управления. Сервер управления является ключевым в системе мониторинга, решает задачи администрирования конфигурации группы управления и агентов, взаимодействует с базами данных.

Агент представляет собой программное обеспечение, устанавливаемое на целевом веб-сервере для мониторинга и работает как служба. Агент собирает данные, сравнивает данные выборки с предопределенными значениями в пакетах управления, создает предупреждения и отрабатывает запросы. Сервер управления при импортировании пакетов управления распространяет их агентам на наблюдаемые веб-сервера.

Пакеты управления представляют собой программные модули, импортированные на сервер управления и реализуют необходимую функциональность мониторинга для многообразных видов оборудования и программного обеспечения. Пакеты бывают в двоичном формате (запечатанные пакеты) или в формате XML (открытые пакеты, незапечатанные).

В каждом пакете управления определяется модель объекта мониторинга. Эта модель выражается в виде одного или нескольких классов, каждый из которых определяет физические либо программные объекты для отслеживания и управления. Когда данные из пакета управления отправляются агенту, он использует правила обнаружения из пакета управления для поиска фактических экземпляров классов, заданных в пакете. Для снижения нагрузки на сеть и требований к хранилищу на стороне агента, на локальное хранилище агента загружаются только составляющие пакета управления, необходимые для мониторинга. Например, разделы пакетов управления, которые определяют правила и мониторы, загружаются, а разделы с базой знаний и отчетами - нет.

Пакеты управления также подчиняются правилу иерархичности, т.е. для работоспособности пакета управления IIS 8 необходимы уже импортированные на сервер управления пакеты для мониторинга ОС Windows Server 2012. Пакет управления для IIS 8 содержит следующие контрольные сценарии: контроль общей работоспособности сервера и состояния служб Web management, FTP, SMTP, WAS; монитор запуска и доступности веб-сайта, пула приложений, FTP сайта, виртуального сервера SMTP; обнаружение предупреждений об ошибках конфигурации, зарегистрированных компонентами IIS 8; отслеживание перезапуска пула приложений для выявления пулов, выполняющие код который может генерировать утечки памяти или другие проблемы использования памяти с последующим изменением состояния работоспособности пула.

Пакет управления IIS собирает данные из журналов (логов) работы, включенных на стороне веб-сервера. Если журналирование не активировано, агент будет передавать только данные о состоянии запущенных служб. Журналы IIS должны быть установлены в формате расширенного файла журнала W3C для каждого сайта и виртуального сервера SMTP и NNTP.

После импортирования пакета IIS на сервер управления в области мониторинга консоли управления, имеющая интерфейс по структуре проводника (Рис. 1), появляется папка Microsoft Windows Internet Information Services с представлениями, или приборной панелью (dashboards). Такие папки появляются после импортирования любого целевого пакета управления. Панели следующие: активные предупреждения (Active Alerts), все данные о производительности IIS, состояние пулов приложений, состояние FTP сайтов, состояние серверов с ролью IIS, состояние ролей IIS, выполненные задачи, состояние веб-сайтов. Также присутствуют две вложенные папки - мониторинг работоспособности и производительность. После того как агент будет развернут на веб-серверах, на обнаружение всех компонентов IIS и оценку их работоспособности может потребоваться около 4 часов.

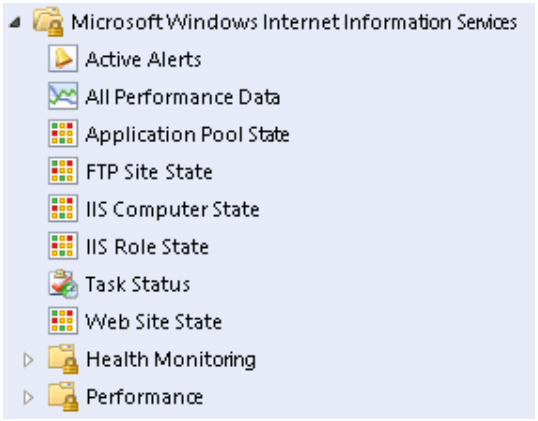


Рисунок 1

Состояние серверов, ролей, сайтов и пулов приложений IIS система выражает в виде пиктограмм различного цвета и состояния (Рис. 2). Состояние бывает четырех видов: полностью здоров (работоспособен), внимание, критическое состояние и нет связи.

Рисунок 1

По состояниям кроме «работоспособен» система генерирует алерты, т.е. тревожные предупреждения, которые появляются в разделе активные алерты (Active Alerts). В предупреждении описывается источник, время, возникшая проблема и инструкции по её устранению (Рис. 3). В пакете управления

включено более 100 правил, по которым, в случае превышения пороговых значений в работе компонентов IIS, Operation Manager генерирует предупреждения. Числовые параметры пороговых значений в пакете управления могут меняться администраторами системы на те, которые подходят к сложившимся условиям работы инфраструктуры. Замена происходит путем переопределения параметров и сохранения их в специально созданном для этого пакете управления. При таком подходе можно всегда вернуться к эталонным значениям, формируемые с учетом лучших практик при работе с веб-серверами. Например, в правиле «HTTP сервер не смог произвести инициализацию из-за нехватки допустимой памяти», относящееся к типу предупреждений. Здесь можно переопределить следующие значения: активировать (да/нет); приоритет; строгость предупреждений.

Рисунок 3

Важной особенностью является настройка правил работы агента Operations Manager при контроле веб-сервера на котором работает 400 и более сайтов или пулов приложений. По умолчанию агент может использовать только 100 мб. памяти, что для контроля такого количества сайтов не достаточно. Необходимо переопределить параметр «Порог допустимой памяти для сервиса работоспособности» (Health Service Private Bytes Threshold) до значения 200 мб, иначе агент будет периодически перезапускаться, что не позволит производить качественный мониторинг.

Система имеет функциональные возможности передавать данные предупреждения по различным каналам связи - электронная почта, мгновенные сообщения, SMS. Также есть возможность настроить выполнение определенных

команд, например перезапуск служб IIS и передавать сообщения в другие системы через коннекторы, например в программу Service Manager, предназначенную для службы поддержки по работе с инцидентами.

Тем не менее, для однозначного выявления причин в замедлении производительной работы сайта, всестороннего и глубокого мониторинга одного IIS недостаточно. Необходимо видеть, как отрабатывает запросы программный код веб-приложения [2]. Для этих целей в Operations Manager разработан специальный шаблон для мониторинга производительности .Net приложений, работающие под управлением IIS. Данный шаблон импортируется в систему в пакете управления «Microsoft.SystemCenter.Apm.Web.IIS7» и требует уже настроенного мониторинга IIS.

Перед началом настройки шаблона, необходимо создать группу, куда будут включены веб-сервера с работающими целевыми веб-сайтами, например, на основе CMS DotNetNuke [3] и пользовательский пакет управления, название которого указывает на контролируемое приложение. Созданные объекты затем добавляются в конфигурацию монитора приложений.

Монитор приложений имеет сложную структуру настроек, несколько сценариев работы и возможность добавление транзакций для разных типов объектов - веб-страница, веб-сервис, MVC-страница, WCF метод, функция. Транзакции используются для контроля отдельной страницы более конкретно, чем родительское приложение, по другим параметрах пороговых значений или в той ситуации, когда для родительского приложения отключены предупреждения. Компонент веб-приложения продолжает контролировать страницу, определенную в транзакции при помощи порога производительности, который установлен для компонента приложения. Этот порог используется в качестве второго значения на той же странице в компоненте приложения. Если этот порог установлен выше, чем порог компонента веб-приложения, то генерируется единственное событие, но можно получить два предупреждения производительности для транзакции, когда порог нарушен - один от компонента приложения и один от транзакции, в зависимости от параметров настройки предупреждения.

Часть данных, собираемые монитором производительности веб-приложений отображаются в подкаталоге .Net Monitoring каталога «Мониторинг приложений» в главной консоли управления Operation Manager (Рис. 4). Здесь концентрируется информация именно о состоянии приложений и данные счетчиков. Каталоги создаются для каждого настроенного шаблона APM, в который вложена панель для отображения состояния всех приложений в шаблоне, плюс подпапки для каждого контролируемого приложения или веб-сайта. Состояние компонентов представляется аналогично контролю веб-сервера - пиктограммами различного цвета. Для каждого приложения в панели состояния отображается работоспособность ASP.Net компонентов, веб-сервисов, WCF веб-служб, Windows служб, компонентов мониторинга по сценарию на стороне клиента.

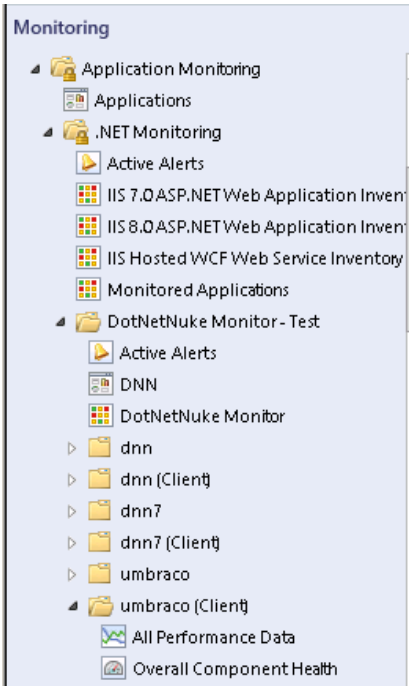


Рисунок 4

В шаблоне реализовано несколько мониторов отслеживания состояний по следующим правилам: % событий исключений из правил (ошибок) в секунду; % событий производительности в секунду, превышающий заданное пороговое значение; среднее время запроса к веб-сайту, превышающее установленное пороговое значение. Для каждого счетчика указывается интервал сбора данных, по умолчанию установленный через каждые 5 минут.

В шаблоне настраивается ряд параметров сбора данных. Для событий исключений есть варианты выбора - собирать только предупреждения, связанные с безопасностью в работе приложения, предупреждения при подключениях к сайту, предупреждения при возникновении ошибок в работе веб-приложения, либо только критические события или все сразу. Опция «Отслеживание исключений» позволяет добавить пространство имен программного кода или классы, где необходимо собрать дополнительную информацию о возникающих событиях исключений, превышающий пороговый показатель относительно других классов. В опции "Критические исключения" есть возможность добавить элементы к списку обработчиков исключений, которые отлавливают критические события в приложении.

Для монитора событий производительности указывается дополнительные параметры – «Порог события производительности (ms)», при превышении которого происходит регистрация в базе классов, отработка которых на веб-сервере превысила указанный порог. Т.е. это указывает на то, что события производительности генерируются для методов, выполнение которых превысило указанный порог. Параметр «Порог чувствительности (ms)», указывает время отработки, меньше которого не производится захват методов для анализа времени выполнения по первому параметру. Это фильтр для быстрых методов, уменьшающий стек анализа, соответственно снижающий нагрузку на базу данных Operation Manager. По умолчанию события производительности обрабатываются для всех пространств имен и методов веб-приложений,

включенные в шаблон, но также можно настроить фильтр на анализ конкретного пространства имен или метода, также указав его как точку входа.

В сценарии «Мониторинг на стороне клиента» присутствует ряд дополнительных параметров контроля. Во-первых, по умолчанию производится мониторинг работы браузера только на локальном сервере. Шаблон предоставляет возможность добавлять конкретные IP адреса клиентов или диапазоны адресов для контроля или для исключения из мониторинга. Фильтр сориентирован на метод исключения, т.е. если необходимо добавить адреса клиента для мониторинга, то прописывается IP адрес, маска подсети и устанавливается запрещающий тип «Не в этой подсети». Таким образом, система исключает из мониторинге все адреса кроме указанного в форме.

Во-вторых, в области конфигураций, относящейся к сбору данных о производительности, устанавливается временной порог уже для загрузки только веб-страниц. На стороне сервера, как мы сказали, это были методы, классы, пространства имён. Отдельно выделяется сбор данных о времени инициализации страницы Ajax и Windows Communication Foundation (WCF) компонентов, регулируемый параметром порога в миллисекундах. Причем объем входящих запросов, попадающих под контроль можно указывать в диапазоне от 0 % до 100 % (значит все запросы), тем самым регулируя выборку мониторинга.

В-третьих, можно настраивать сбор данных о содержании контента, переданного клиенту, видеть объем графических объектов, скриптов, каскадных таблиц стилей, глобальных переменных, стек исключений. На рисунках показана часть отчета в консоли «Application Diagnostic» о работе CMS DotNetNuke, где видна структура контента по объему и в процентном соотношении, время загрузки (рис. 5), Также показан отчет по событию производительности, где отображен стек выполнения страницы на стороне сервера со временем отработки каждого метода (рис. 6).

Рисунок 2

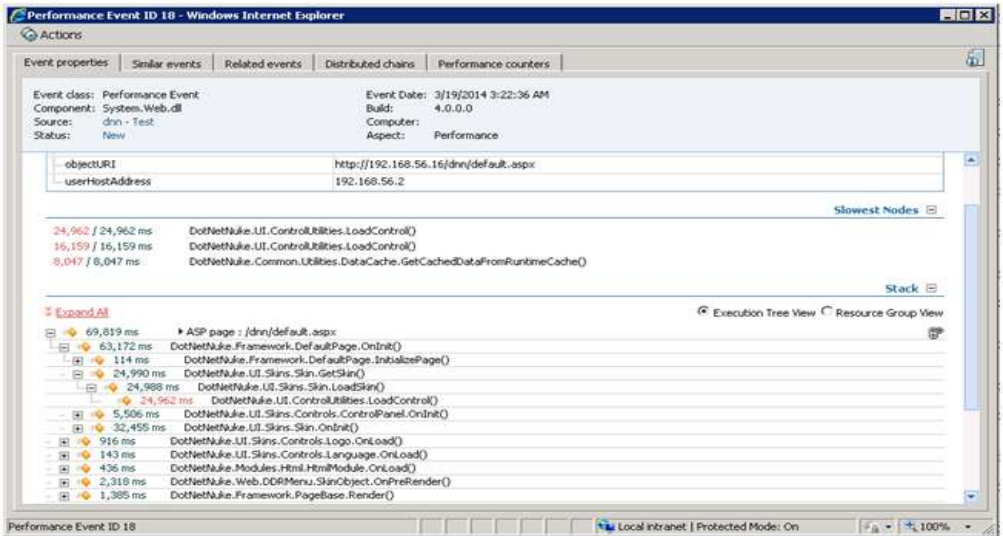


Рисунок 3

Система Operations Manager 2012 R2, как комплексное средство мониторинга, имеет обширный функционал по контролю и анализу работы веб-серверов IIS, включая веб-приложения. В рамках статьи мы рассмотрели часть возможностей для IIS 7-8, ASP.Net систем управления контентом, но также возможет мониторинг таких веб-серверов приложений как TomCat, JBoss, WebSphere, WebLogic и код JAVA на nix. платформе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chris Amaris, Rand Morimoto, Pete Handley, David E. Ross. Microsoft System Center 2012 Unleashed. Person Education, Inc, 2012. 1011 с.

2. Гусятников В.Н., Безруков А.И. Стандартизация и разработка программных систем. М.: Финансы и статистика, 2010. 288 с.

3. Игнатов Ю.Ю. Анализ asp.net систем управления контентом в веб-представительствах компаний // Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики. Материалы 3-й научно-практической INTERNET-конференции. Ульяновск: SIMJET, 2014. С. 400-405.

MONITORING OF INFRASTRUCTURE OF WEB-CONTENT MANAGEMENT SYSTEMS OF ASP.NET PLATFORM

© 2015

Y.Y. Ignatov, candidate of sociological sciences, chair of applied mathematics and informatics

Saratov Socio-Economic Institute of the Russian Economic University named after G.V. Plekhanov, Saratov (Russia), ignatov_yy@mail.ru

УДК 519.6

ПРИМЕНЕНИЕ ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ DELPHI ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИНТЕРВАЛЬНОГО АНАЛИЗА

© 2015

Е.В. Кабаева, старший преподаватель кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем
ФГБОУ ВПО «Хакасский государственный университет им. Н.Ф. Катанова», Абакан (Россия), kabaeva_e_v@mail.ru

В современном мире возникла потребность вычисления не только приближенных решений различных задач, но и гарантированных оценок их близости к точным решениям. Поэтому все чаще применяют интервальный анализ как возможное средство оценки погрешности приближенных решений.

Интервальный анализ возник сравнительно недавно как метод автоматического контроля ошибок округления на ЭВМ. В последствии он превратился в один из разделов вычислительной математики, учитывающей также ошибки дискретизации численных методов, ошибки в начальных данных и т. п. Основная идея интервального анализа состоит в замене арифметических операций и вещественных функций над вещественными числами интервальными операциями и функциями, преобразующими интервалы, содержащие эти числа. Интервальный анализ представляет собой относительно молодое и интенсивно развивающееся направление математики. Первоначально интервальные алгоритмы строились как непосредственные обобщения вещественных алгоритмов. Затем все чаще стали появляться специфические алгоритмы и дополнительные операции (такие, как пересечение). К настоящему времени имеются разработанные приемы интервальных вычислений и несколько пакетов прикладных программ и алгоритмических макроязыков, реализующих элементы интервального анализа на машинном уровне для нескольких типов ЭВМ.

Вещественным интервалом, или просто интервалом, называется замкнутое и ограниченное подмножество $[x]$ множества вещественных чисел $\mathbf{R}$ такое, что $[x]=\{x\in\mathbf{R}\,|\,\underline{x}\le x\le\overline{x}\}$, где обозначают соответственно нижнюю и верхнюю границы интервала $[x]$. Интервал $[x]$ обозначается также через $[\underline{x},\overline{x}]$. Вещественный интервал включает весь диапазон вещественных чисел, лежащих между его границами. Иногда нижнюю и верхнюю границы называют еще соответственно инфимумом (точной нижней гранью) и супремумом (точной верхней гранью). Множество всех вещественных интервалов обозначается через $\mathbf{IR}$. Интервал называется вырожденным, или точечным, если $\underline{x}=\overline{x}$. Интервал называется невырожденным, если $\underline{x}<\overline{x}$. В случае вырожденного интервала вместо $[x]$ можно писать просто x. Другими словами, вырожденный интервал есть лишь иное обозначение для вещественного числа.

Термины *диаметр*, *радиус* и *средняя точка* применительно к интервалу $[x]$ определяются соответственно с помощью формул (1):

$$d([x]) = diam([x]) = \overline{x} - \underline{x},$$
$$r([x]) = rad([x]) = \frac{\overline{x} - \underline{x}}{2}, \quad (1)$$
$$m([x]) = mid([x]) = \frac{\overline{x} + \underline{x}}{2}.$$

Определим для интервала $[x]$ функции *наименьшего* и *наибольшего абсолютных значений* (2)*:*

$$\langle [x] \rangle = \min\{|x| \, x \in [x]\},$$
$$|[x]| = \max\{|x| \, x \in [x]\} = \max\left\{|\underline{x}|, |\overline{x}|\right\}. \quad (2)$$

Поэтому $\langle [x] \rangle = 0$, если $0 \in [x]$.

Различные характеристики интервала схематически показаны на рисунке 1.

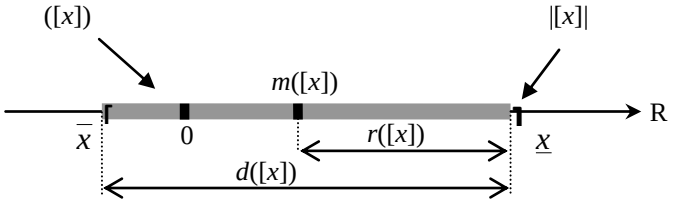


Рисунок 1 - Характеристики интервала $[x]$

Пусть интервал $[x]$ включает вещественное число x, точное значение которого неизвестно. Чтобы оценить количественно точность этого включения, определим *относительный диаметр* $[x]$(3):

$$d_{rel}([x]) = \begin{cases} \dfrac{d([x])}{\langle [x] \rangle}, & если \quad 0 \notin [x], \\ d([x]) & если \quad 0 \in [x]. \end{cases} \quad (3)$$

Относительный диаметр – это верхняя граница погрешности, с которой интервал $[x]$ позволяет оценить принадлежащую ему неизвестную величину x; при $0 \notin [x]$ здесь имеется в виду относительная погрешность, а при $0 \in [x]$ - абсолютная.

Расстояние между двумя интервалами $[x]$ и $[y]$ определяется формулой:

$$q([x],[y]) = \max\left\{|\underline{x} - \underline{y}|, |\overline{x} - \overline{y}|\right\}.$$

Эта функция всегда неотрицательна и обращается в нуль лишь при $[x]=[y]$. Она не зависит от порядка аргументов и удовлетворяет неравенству треугольника. Поэтому q является метрикой, а множество $\mathbf{IR}$, снабженное метрикой q — *метрическим пространством*. Более того, пара $(\mathbf{IR}, q)$ задает полное метрическое пространство. Определение расстояния между двумя интервалами схематически показано на рис. 2.

Элементарные операции над вещественными числами распространяются на интервальные аргументы $[x]$ и $[y]$ путем определения результата *любой элементарной интервальной операции* (4) как множества вещественных чисел, получающихся при применении соответствующей арифметической операции к всевозможным парам чисел, одно из которых берется из $[x]$, а другое из $[y]$.

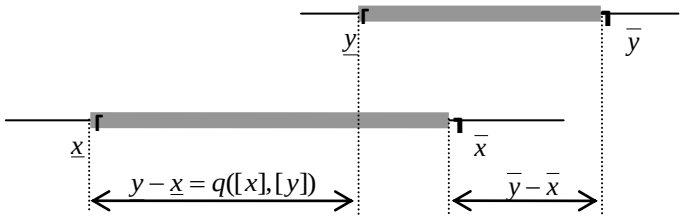


Рисунок 2 - Расстояние между двумя интервалами [x] и [y]

Иначе говоря, при $\{+,-,\cdot,/\}$. имеем:

$$[x]\circ[y]=\{x\circ y \mid x\in[x], y\in[y]\} \tag{4}$$

Разумеется, частное [x]/[y] может быть определено только для таких интервалов [y], которые не содержат нуля. Правая часть равенства (4) всегда является интервалом, так как арифметические операции над вещественными числами непрерывны. Исходя из соображений монотонности, можно получить более удобные формулы (5):

$$\begin{aligned}
&[x]+[y]=[\underline{x}+\underline{y},\overline{x}+\overline{y}],\\
&[x]-[y]=[\underline{x}-\overline{y},\overline{x}-\underline{y}],\\
&[x]\cdot[y]=[\min\{\underline{x}\underline{y},\underline{x}\overline{y},\overline{x}\underline{y},\overline{x}\overline{y}\},\max\{\underline{x}\underline{y},\underline{x}\overline{y},\overline{x}\underline{y},\overline{x}\overline{y}\}],\\
&[x]/[y]=[x]\cdot[1/\overline{y},1/\underline{y}],\qquad 0\notin[y].
\end{aligned} \tag{5}$$

Таким образом, для каждой элементарной операции границы результирующего интервала можно выразить через границы ее операндов. Приведенные здесь правила для выражения элементарных интервальных операций предполагают использование точной арифметики. В более компактной форме правила умножения и деления записаны в табл. 1 и 2.

Таблица 1- Произведение интервалов $[x]\cdot[y]$

$[x]\cdot[y]$	$0\le\underline{y}$	$\underline{y}<0<\overline{y}$	$\overline{y}\le 0$
$0\le\underline{x}$	$[\underline{x}\underline{y},\overline{x}\overline{y}]$	$[\overline{x}\underline{y},\overline{x}\overline{y}]$	$[\overline{x}\underline{y},\underline{x}\overline{y}]$
$\underline{x}<0<\overline{x}$	$[\underline{x}\overline{y},\overline{x}\overline{y}]$	$[\min\{\underline{x}\overline{y},\overline{x}\underline{y}\},\max\{\underline{x}\underline{y},\overline{x}\overline{y}\}]$	$[\overline{x}\underline{y},\underline{x}\underline{y}]$
$\overline{x}\le 0$	$[\underline{x}\overline{y},\overline{x}\underline{y}]$	$[\underline{x}\overline{y},\underline{x}\underline{y}]$	$[\overline{x}\overline{y},\underline{x}\underline{y}]$

Таблица 2 - Частное $[x]/[y]$ при делении на интервал, не содержащий нуля

$[x]/[y]$	$0<\underline{y}$	$\overline{y}<0$
$0\le\underline{x}$	$[\underline{x}/\overline{y},\overline{x}/\underline{y}]$	$[\overline{x}/\overline{y},\underline{x}/\underline{y}]$
$\underline{x}<0<\overline{x}$	$[\underline{x}/\underline{y},\overline{x}/\underline{y}]$	$[\overline{x}/\overline{y},\underline{x}/\overline{y}]$
$\overline{x}\le 0$	$[\underline{x}/\underline{y},\overline{x}/\overline{y}]$	$[\overline{x}/\underline{y},\underline{x}/\overline{y}]$

Пользуясь кусочной монотонностью вещественных элементарных функций, получаем (при условии, что интервал $[y]$ содержится в соответствующей области определения) (6):

$$\begin{aligned} abs([x]) &= \left[\langle [x]\rangle, |[x]|\right], \\ [x]^2 &= sqr([x]) = \left[\langle [x]\rangle^2, |[x]|^2\right], \\ \sqrt{[x]} &= sqrt([x]) = \left[\sqrt{\underline{x}}, \sqrt{\overline{x}}\right] \end{aligned} \tag{6}$$

Заметим, что интервалы $[-1,2]^2 = [0,4]$ и $[1,2]\cdot[-1,2] = [-2,4]$ не совпадают. При $0 \in [x]$ верно лишь, что $[x]^2 \subset [x]\cdot[x]$. Поэтому для получения точного интервала, включающего x^2 при $x \in [x]$, рекомендуется пользоваться функцией возведения в квадрат, а не умножением.

Вещественная степенная функция x^n с целым положительным показателем n возрастает, если n четно и $x>0$ или если n нечетно, а в случае четного n и $x<0$ — убывает. Следовательно, получаем (7):

$$[x]^n = \begin{cases} \left[\underline{x}^n, \overline{x}^n\right] при \quad 0 < \underline{x} \quad или \quad нечетном \quad n, \\ \left[0, |[x]|^n\right] при \quad 0 \in [x] \quad и \quad четном \quad n, \\ \left[\overline{x}^n, \underline{x}^n\right] при \quad \overline{x} < 0 \quad и \quad четном \quad n. \end{cases} \tag{7}$$

Простое вычисление показывает, что $[x]^n = 1/[x]^{-n}$ при $0 \notin [x]$ и отрицательном n. В случае нулевого показателя по определению $[x]^0 = 1.$

Для конечных интервалов $[x],[y]$ при $0 \in [y]$ обобщенное интервальное деление определяется формулой (8).

Ценность интервальных решений заключается в том, что они содержат точные решения исходных задач. И позволяют полностью учитывать погрешности, начиная с неточных данных математических моделей и заканчивая ошибками округления на ЭВМ. Рассмотрим программу, разработанную в среде программирования Delphi, позволяющую производить различные арифметические операции с интервальными числами, описанными выше.

К числовым типам данных, доступным в Object Pascal, добавляется пользовательский тип interval (type interval=array[1..2] of real). Он записывается в виде двух чисел, определяющих нижнюю и верхнюю границы.

$$[x]/[y] = \begin{cases} [-\infty,+\infty] & \underline{x} < 0 < \overline{x}, \quad или \quad [x] = 0, \quad или \quad [y] = 0; \\ \left[\overline{x}/\underline{y},+\infty\right] & \overline{x} \le 0, \underline{y} < 0 \quad и \quad \overline{y} = 0; \\ \left[-\infty, \overline{x}/\overline{y}\right] \cup \left[\overline{x}/\underline{y},+\infty\right] & \overline{x} \le 0, \underline{y} < 0 \quad и \quad \overline{y} > 0; \\ \left[-\infty, \overline{x}/\overline{y}\right] & \overline{x} \le 0, \underline{y} = 0 \quad и \quad 0 < \overline{y}; \\ \left[-\infty, \underline{x}/\underline{y}\right] & 0 \le \underline{x}, \underline{y} < 0 \quad и \quad \overline{y} = 0; \\ \left[-\infty, \underline{x}/\underline{y}\right] \cup \left[\underline{x}/\overline{y},+\infty\right] & 0 \le \underline{x}, \underline{y} < 0 \quad и \quad 0 < \overline{y}; \\ \left[\underline{x}/\overline{y},+\infty\right] & 0 \le \underline{x}, \underline{y} = 0 \quad и \quad 0 < \overline{y}. \end{cases} \tag{8}$$

На рис. 3 представлен интерфейс разработанной программы.

В поля a1, a2, b1, b2 вводятся нижние и верхние границы интервалов [a] и [b] соответственно. В поле n задается показатель степени.

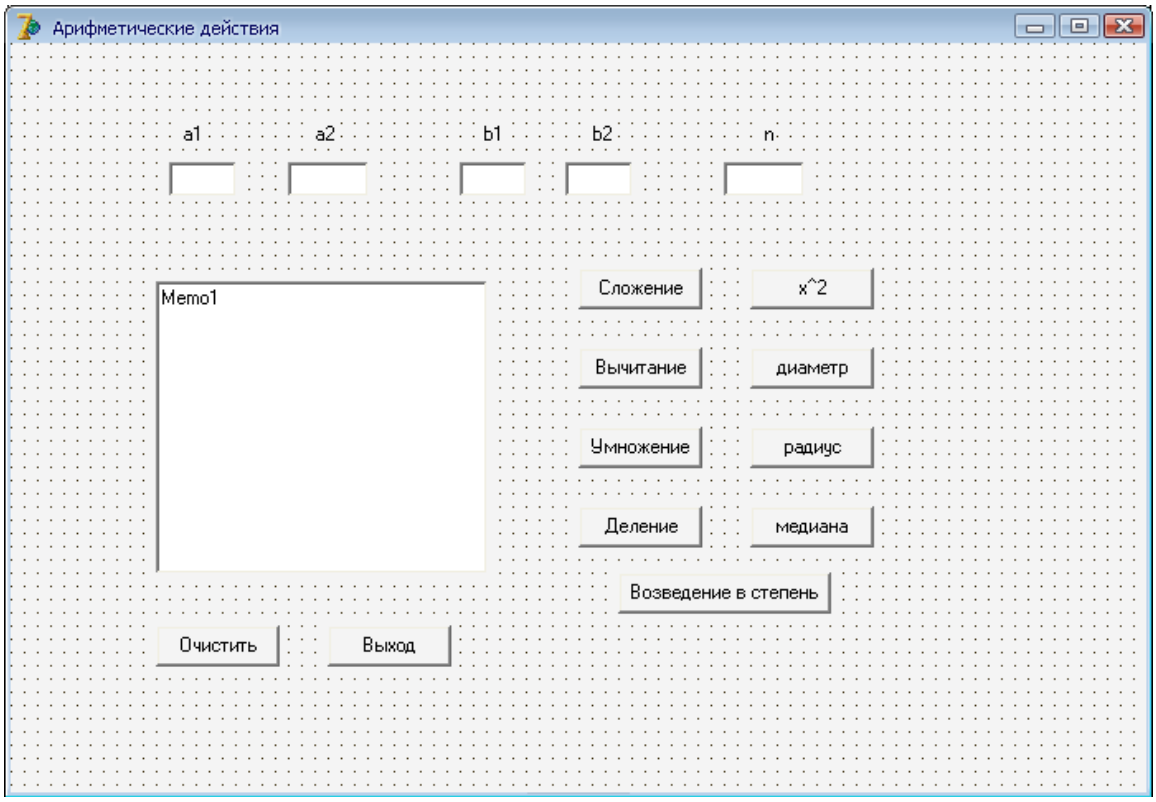


Рисунок 3 - Интерфейс программы «Арифметические действия»

На рис. 4 представлен результат работы программы.

Применение интервальных методов в вычислительных процессах позволяет заключить в интервалы решения задач, о входных данных которых известно лишь то, что они лежат в определенных интервалах. При точно определенных входных данных задачи получаемые интервалы содержат точное решение исходной задачи, и интервальный метод служит для учета ошибок аппроксимации и округлений.

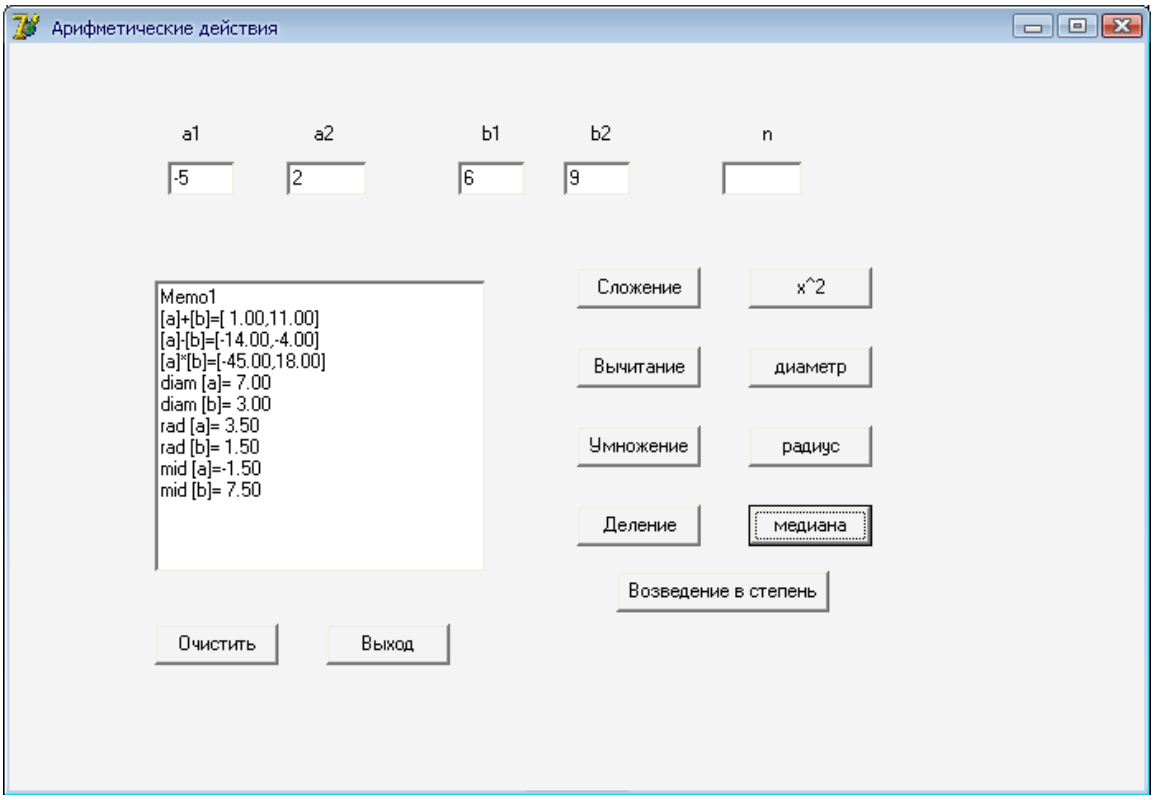


Рисунок 4 - Результат работы программы

Подводя итоги можно отметить, что созданная программа позволяют эффективно использовать интервальные числа и действия над ними при решении задач с помощью численных методов. Сложность проектов с их внедрением не ограничена, а удобство в подключении и использовании дают возможность рекомендовать их широкому кругу программистов, занятых в областях практического применения интервальных вычислений.

APPLICATION OBYCHNO-ORIENTED SYSTEM PROGRAMMING DELPHI FOR SOLVING PROBLEMS OF INTERVAL ANALYSIS

© 2015

E.V. Kabaeva, senior lecturer of the Department of software for computers and automated systems

Khakass state University named after N. F. Katanov, Abakan (Russia), kabaeva_e_v@mail.ru

СЕКЦИЯ 4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ТЕХНИКЕ, ТЕХНОЛОГИЯХ И ПРОИЗВОДСТВЕ

УДК 519.876.5

К 3D МОДЕЛИРОВАНИЮ ЗАДАЧ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ГОРНОГО МАССИВА С ОЧИСТНЫМ ОБОРУДОВАНИЕМ В СЛОЖНЫХ УСЛОВИЯХ РАЗРАБОТКИ ПЛАСТОВЫХ ИСКОПАЕМЫХ

© 2015

К.М. Бейсембаев, доктор технических наук
Карагандинский государственный технический университет, Караганда (Казахстан), kakim08@mail.ru
М.Н. Шманов, кандидат технических наук, доцент
Карагандинский государственный технический университет, Караганда (Казахстан)
А.М. Есен, магистрант
Карагандинский государственный технический университет, Караганда (Казахстан)
А.Б. Есмагамбетов, магистрант
Карагандинский государственный технический университет, Караганда (Казахстан)
В.А. Когай, студент
Карагандинский государственный технический университет, Караганда (Казахстан)
Д.У. Оспанов, студент
Карагандинский государственный технический университет, Караганда (Казахстан)

1. Введение и постановка задачи. Задачи взаимодействия оборудования с массивом приобретают особую актуальность на фоне грядущего изменения

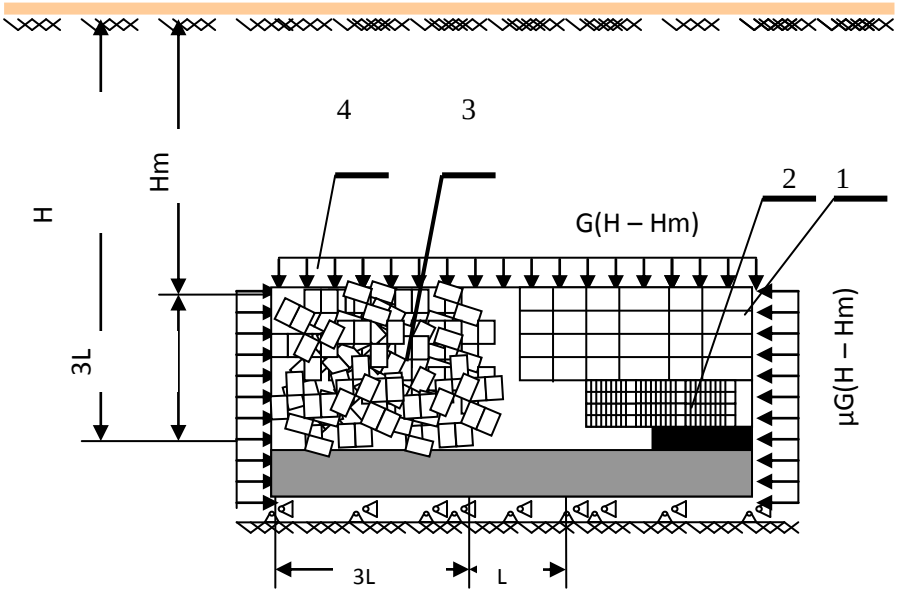


Рисунок 1 - Расчетная схема: 1 - верхний слой; 2 - нижний слой с пластом; 3 - обрушенные породы; 4 - породы до земной поверхности

технологий отработки полезных ископаемых в связи с исчерпанием их объёмов, и наступлением момента, когда в ресурсную базу дальнейшего развития горных технологий станет необходимым включение запасов ближних планет. В области запасов включая и моделей изменения их объёмов выполнено не мало исследований. Так в работе известного астрофизика ак. Шкловского И.С. указано на возможность серьёзной нехватки ресурсов и кризиса экологии от их не оптимального использования [1]. Достигли кризисного состояния и технологии разработки пластовых месторождений [2], внешние факторы которого: резкое подорожание оборудования, использование при его проектировании данных только на основе ограниченных по объёму экспериментальных исследованиях, в результате чего параметры техники намного превосходят требуемые. Данная техника эффективна в идеальных условиях, когда же она работает в нестабильных - её работоспособность и в частности по удержанию пород исчерпывается. Для распространения техники в сложные горно-геологические условиях необходимы новые методики расчёта горного оборудования учитывающие резкую неравномерность нагружения машин и отдельных частей массива, эти методические приёмы и способы расчёта должны быть адаптированы к быстрым изменениям параметров и самих технологических схем выемки (ширины полосы ископаемого вынимаемой машиной за один проход, длины забоя, перехода с лавных технологий к камерным и.т.п.). Указанные факторы можно учесть при реализации модели в объёме, причем необходимо учитывать 3 d схему массива, в том числе и каждой из множества машин, работающих, например, в короткой лаве.

2. Особенности решения задачи и компьютерного моделирования. Решение таких задач возможно при комплексном использовании метода конечных элементов аналитическими, а также при линеаризации уравнений динамики. Для этого в современных технологиях моделирования используются пакеты типа Ansys и Adams. На рис. 1 в области разработки пласта проведено сечение вертикальной плоскостью и выделен блок, вмещающий слой породы 1, непосредственную кровлю и пласт 2, которые при использовании метода конечных элементов МКЭ разбиваются сеткой. Обрушенные породы можно моделировать массивом 3, характеристики деформации которого обычно, на основе анализа шахтных данных принимают в 2-4 раза большими, чем элементов 1-2. Весь выделенный блок 3, нагружают нагрузкой от вышезалегающего массива пород. Поверху: $G(H - Hm)$, сбоку: $\mu G(H - Hm)$, где μ - коэффициент бокового распора или может учитываться вся высота пород до земной поверхности 4. Для длинных лав (50 м и более) достаточно решение плоской задачи теории упругости, с помощью которой возможен контроль результатов МКЭ. Выдвижение же «вперед» компьютерного моделирования при всей полезности явно не достаточно. Принимая ту или иную конфигурацию сетки и произвольно меняя её частоту, мы соответственно моделируем объект, полагая, что именно из таких блоков он и состоит. Это, в определенных условиях, может привести к большим отклонениям в точности моделирования процесса, поскольку величина напряжения зависит от площади поверхности элементов и особенностей его сопряжения с соседними. В частности, для одной и той же задачи расчётные напряжения будут изменяться с изменением величины и типа конечного элемента. Этот недостаток преодолевают с учётом того, что в реальности при высоком градиенте напряжений в теле могут возникать очень

малые деформированные участки. Они не вызывая общего разрушения, уменьшают напряжения в опасных сечениях. И поэтому недостатки расчётов практически не влияют на прочность системы, если опыт её эксплуатации хорошо известен. Но в идеальном случае методики расчёта должны учитывать процессы формоизменения этих участков, включая и бифуркации состояния объекта в целом (алгоритм приведён в [3]). Но такие решения по определению напряженно-деформированного состояния НДС на основе Ansys длительны. При использовании суперкомпьютеров можно сократить время расчёта, но и этого для систем управления лавой, работающих в режиме реального времени, недостаточно. Возможности же германских процессоров типа ПМ32, обслуживающих очистные забои на шахтах, существенно ниже. Поэтому управление лавами лучше проводить сеансами обратной связи, когда коррекционные расчеты проводятся в десятки раз реже. Переход же к управлению в каждом цикле выемки возможен при использовании вместо универсальных моделей дополнительных. Их идеология, учитывая что расчёты для новых моделей в Ansys, не являясь точными, в основном правильно интерпретируют состояние массива. В результате каждый цикл контроля разрушения массива в модели МКЭ можно связать с изменением функции напряжений некоторого аналитического выражения. А это даёт возможность проанализировать и создать их упрощенные аналоги качественно правильно описывающие процесс деформироваия. Т.е. для их создания и контроля можно использовать Ansys, а также теоретически решённую задачу. Поэтому на основе [4, 5, 3], можно получить функции, обеспечивающие минимальное время расчёта, и возможность связывать решение с экспериментальными данными. При этом породы следует рассматривать как слои, находящиеся на подложке достаточной высоты, коэффициенты упругости и другие характеристики которых переменны, что даёт возможность моделировать различные формы деформации, изгиба и проскальзывания слоёв. Кроме того, для схем с Ansys будут использованные элементы расчёта сводообразования и его параметры из [6]. В аналитическом решении пласт рассмотрен как жесткий штамп, но благодаря внедрению распределенной нагрузки по кровле в пространство перед пластом смоделировано влияние зависающих пород (консоли) на полуплоскость. Затем с помощью того же аппарата был внедрен участок деформируемого пласта.

В результате жесткая неподатливая часть пласта (рис.2. справа от зоны, отмеченной как $X_п$), использованная в исходной теории, с сингулярностью решения отнесена на достаточно большое расстояние от зоны в которой рассматриваются напряжения, а следовательно, её влияние на искажения подобия модели и натуры предельно уменьшено. Перед жестким пластом включён и имитатор – участок с равномерно распределённым давлением, равным γH. Не использована и вторая часть решения [4], предусматривающая введение пластической зоны, т.к. вышеуказанные изменения выполняют это для наших условий точнее. Близкую схему расчета, также основанную на решении [4], предложили в [5], мы же получили обширные практические результаты и применили схему в итерационных расчётах с возможностями корректировок в режиме обратной связи и обоснованием особенностей её применения. Первые аналитические решения были получены Баренблатом Г.И. и Христиановичем С.А., рис. 3а.

Кузнецовым С.В. рис. 3b было рассмотрено решение неограниченное (сингулярное) с обеих сторон, что можно было трактовать как решение, пригодное для рассмотрения подвигания горных работ от начальной выработки, поочередно применяя его к схеме периодического сводообразования [6, 7]. Но главным отличием было то, что найденная функция комплексной переменной учитывала распределенную нагрузку вдоль кровли. Это позволяло использовать её для моделирования наличия между пластом и кровлей зависающего породного слоя (уступа), а значит приближало задачу к реальности, когда в естественных условиях кровля состояла из уступов, расположенных друг над другом, рис 3c. Хапилова Н.С. же вновь вернулась к односторонней сингулярности решения, считая возможным смыкание пород с почвой в зоне их опускания. Теперь у неё был довод для обоснования схемы так как пролёт зависающей кровли мог стать совпадающим с шахтными данными (по Баренблату Г.И. и Христиановичу С.А. он получался существенно больше). Но в решении сокращение пролёта было достигнуто за счёт увеличения высоты смыкания пород, т.е. теперь, чтобы породам сомкнуться, им надо опуститься на небольшую величину.

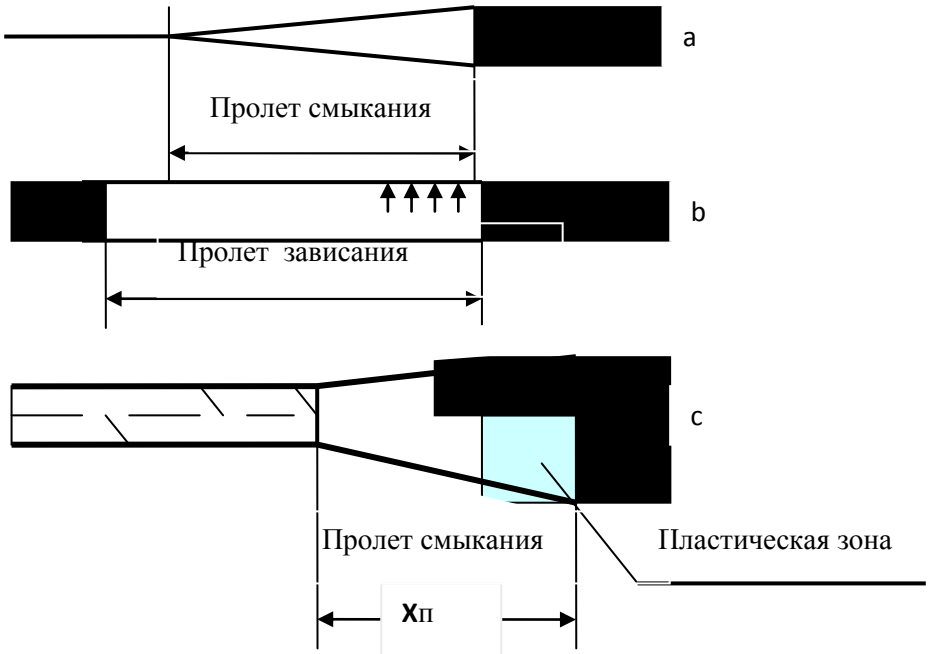


Рисунок 2 - Развитие аналитических моделей: a - по Баренблату Г.И. и Христиановичу С.А.; b - по Кузнецову С.В.; c - по Хапиловой Н.С.

3. Методические особенности решений и моделирования. Наше же решение, взятое по схеме Хапиловой Н.С. предусматривало несколько уступов зависающих друг над другом, причем часть пласта (Хп – Хл)/2 находилась под зависающей частью, реально уменьшая её длину. Таким образом, комплексное соединение решений, выполненных в различных группах (вузах СССР) подготовило возможности расчёта состояния массива в режиме обратной связи [7]. Принципиальным моментом является факт того, что принятые особенности уравнений сделали допустимыми коррекции решения на основе экспериментальных данных. Для управления лавой в режиме реального времени должна быть организована постоянная обратная связь с массивом. Полученные

теоретические уравнения (по аналогии с теорией размерности) рассматриваются как выражения, обеспечивающие функциональную связь по аналогии с теорией размерности между многочисленными основными факторами, обуславливающими нагружение массива, которые должны быть уточнены корректировкой. Мы различаем теоретические модули, определяющие взаимодействия 3 трёх структурных блоков при взаимодействие по типу полуплоскостей и изгибающихся слоёв.

При этом имеем следующие контактные поверхности:

верхняя полуплоскость – слой;

слой – слой;

слой – пласт;

пласт – нижняя полуплоскость.

В каждом из перечисленных элементов могут быть использованы и разные функциональные связи между внутренними элементами типа полуплоскость, слой и пласт, т.е. теоретические модели их могут строиться по-разному. Так, если для полуплоскости гипотеза Винклера применима, то для слоя (полосы, балки) от неё следует отказаться. Для элементов возможно использование аналитических решений, например, на основе теории упругости и теории комплексной переменной. В частности, для полос можно ввести экспериментально корректируемые решения, где сохранены факторные зависимости, каждая из которых имеет корректирующие члены. Это позволит компенсировать недостатки аналитических подходов, учитывая, что в базовых решениях были приняты условия, не достаточно сочетающие возможности деформации слоёв в реальных условиях. Поэтому при составлении уравнений совместной деформации, необходимо, обеспечить запись каждого элемента таким образом, чтобы его местоположение было отслеживаемым и ясны алгоритмы их изменения в зависимости от изменения количества слоёв и других основных факторов, а также обеспечен алгоритм замены одних выражений другими (например, аналитических аналитико–экспериментальными или аналитическими, но построенных по-иному). Это позволит далее замены выполнять автоматически**.**

Полная 3d модель [8] на основе МКЭ включает блоки, рис 2 и 4:

- транспортная выработка - вмещающие породы - обрушенные породы;
- вентиляционная выработка вмещающие породы - обрушенные породы;
- механизированные крепи - вмещающие породы - обрушенные породы.

Каждый из блоков может включать дополнительное оборудование, например, секции крепи сопряжения, а также программный код имитирующий геологическое нарушение в кровле или почве пласта, систему разрывов между блоками. В 3 d модели может быть реализована любая из вышеприведенных схем сдвижения пород. На рис 3b для схемы сводообразования получена картина напряжений по пласту. Опорное давление по вертикальной оси у вполне отвечает шахтным данным. Всплески же σ_x объясняются высокими контактными нагрузками на кровлю от перекрытия крепи (на гидростойки дана предельная нагрузка срабатывания предохранительного клапана). Для сечения у разрывов лавы на секции действует несимметричная нагрузка, поэтому в пакете Adams для уточнения распределения нагрузок в узлах крепи созданы 3d модели секций с лемнискатным механизмом (рис 4a) и ползунно-поворотным механизмами, (рис. 3b и 3c) смещения перекрытия, которые позволяют определить узловые

нагрузки в крепи при неравномерном нагружении в процессе посадки секций, а затем на пакете Ansys выполнить детальное проектирование крепи [8]. Создан и авторский пакет для контроля кинематики движения секций, который реализован на основе языка VBA.

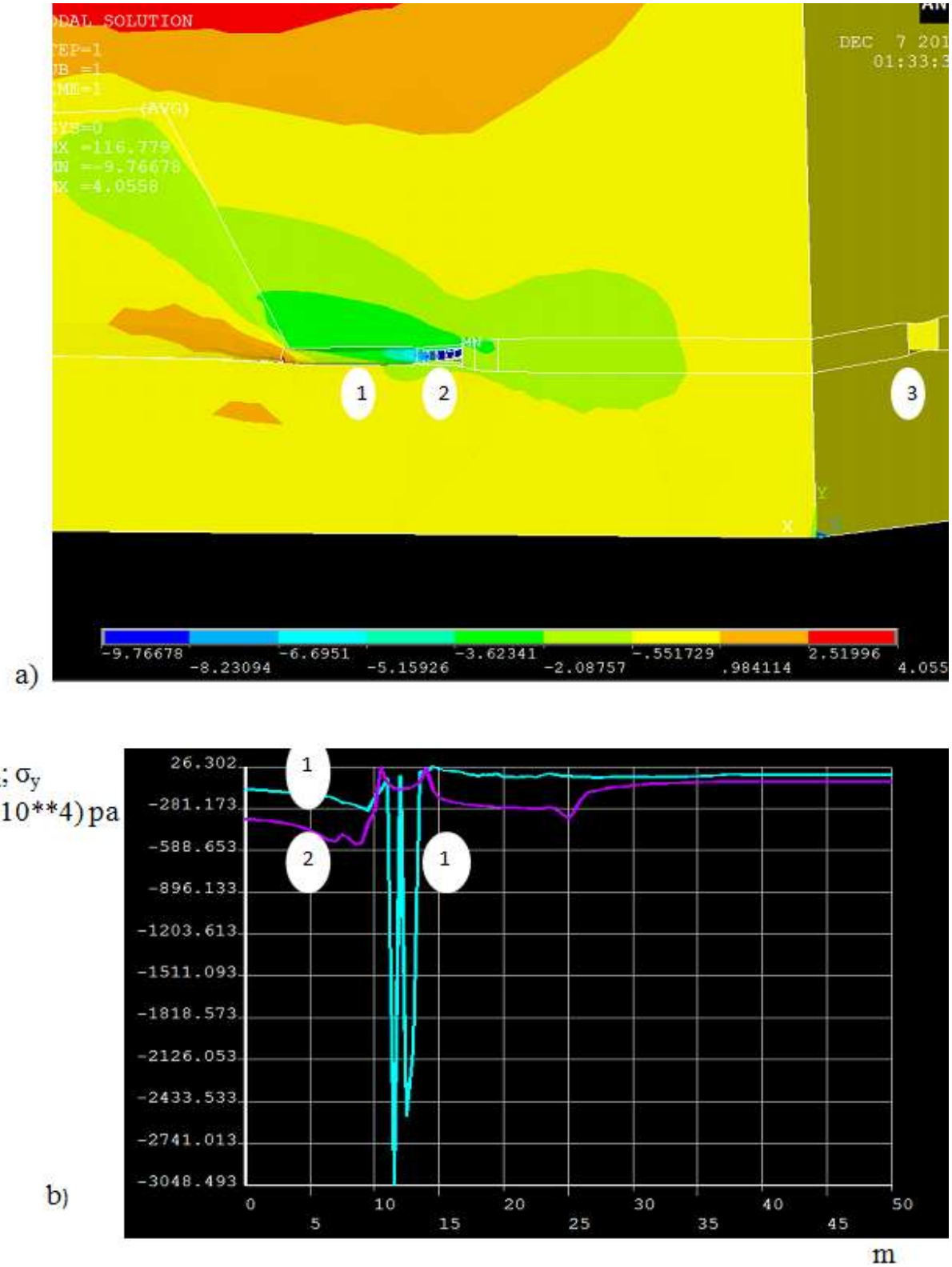


Рисунок 3 - Элементы 3d модели: a -общий вид НДС (σ_x), 1 - обрушенные породы, 2 - вид лавы с призабойной деформированной зоной, пластом и вмещающими породами, 3- вентиляционная выработка; b - распределение σ_x (1); σ_y (2) по линии пласт, крепь, обрушенные породы

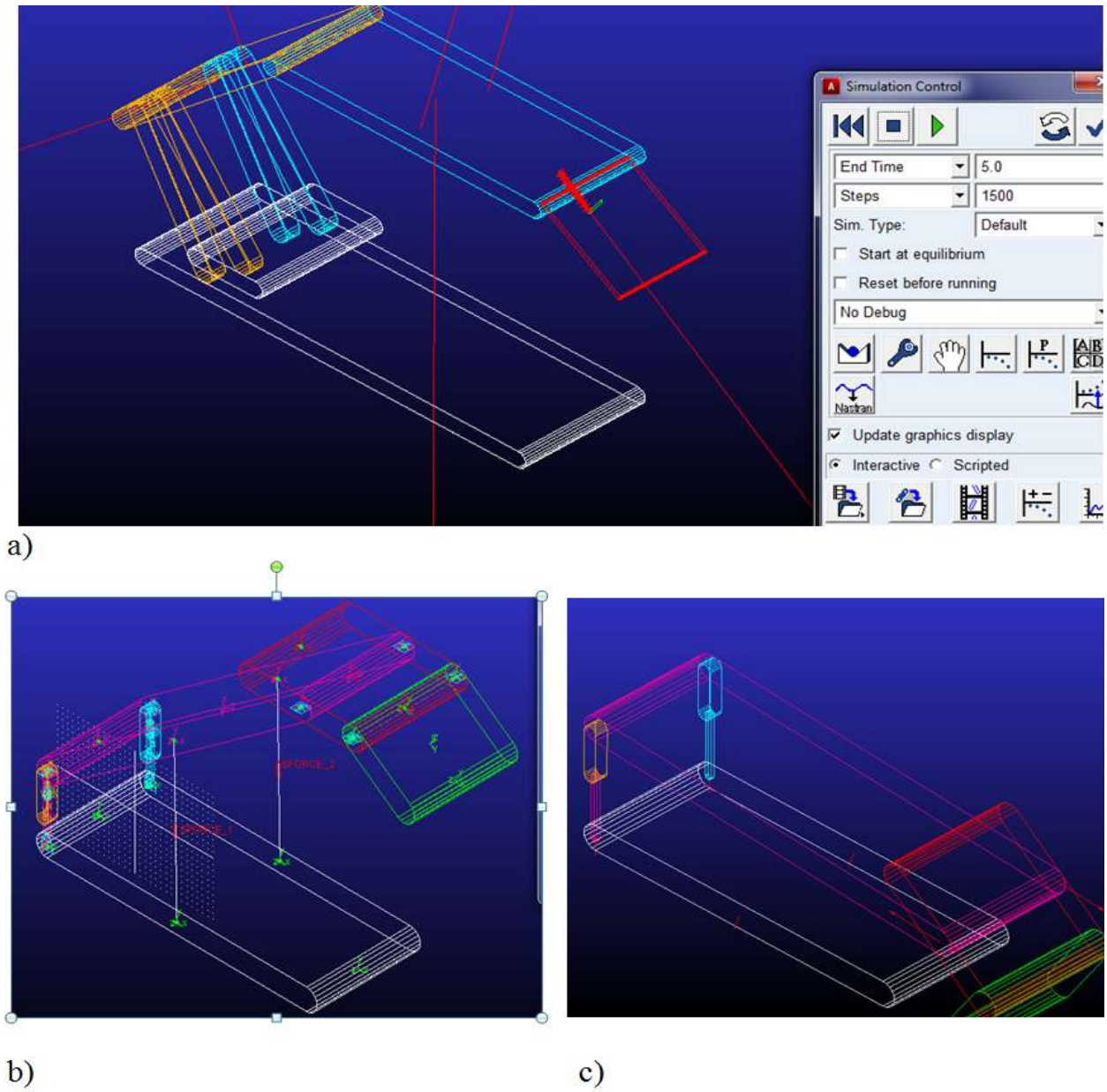


Рисунок 4 - Проектирование крепей в Adams: a - лемнискатным механизмом; b,c - ползунно-поворотный механизм с гидравлическим удержанием в момент симуляции смещения, b - нормальное состояние c - срабатывание механизма удержания

Выводы. Системы моделирования в 3 d выполнены так, что позволяют рассчитывать состояние очистной выемки пластов в сложных изменяющихся условиях включая и изменения технологических схем выемки, учитывается НДС вмещающих пород и пласта, а также состояние механизированной крепи или другого оборудования

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шкловский И. Вселенная, жизнь, разум. М.: Наука, 1980. 351 с.

2. Бейсембаев К.М., Шманов М.Н., Ахметова Ж.Т., Мажитова Д.С. Состояние районов залежей нефти и газа после отработки продуктивных пластов и современные методы их мониторинга // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 3; URL: www.science-education.ru/103-6328

3. Бейсембаев К.М., Жетесов С.С., Шманов М.Н. Геомеханические основы расчёта параметров разработки угля в нестационарных системах. Караганда: КарГТУ, 2010. 207 с.

4. Хапилова Н.С. Задача об обрушении консольно-зависающей кровли // ФТПРПИ. 1970. № 1. Новосибирск: Наука. С. 13-18.

5. Журило А.А. Горное давления в очистных забоях с труднообрушающимися кровлями. М.: Недра, 1983. 123 с.

6. Ерофеев Н.П. Свод равновесия пород при подземной разработке рудных месторождений // Известия вузов. Горный журнал. 1987. № 11. Свердловск: Изд-во «Уральский рабочий». С. 27-31.

7. Пат. 1833471 СССР. Способ добычи угля в сложных условиях и механизированная крепь / Жихорь Е.А., Шманов М.Н., Бейсембаев. К.М.; опубл. 07.08.93, Бюл. № 29. 6 с.

8. Бейсембаев К.М., Шманов М.Н., Курманов С.Т. Блочное проектирование объектов и процессов для компьютерных моделей // Труды международного симпозиума «Информационно-коммуникационные технологии в индустрии, образовании и науке» Караганда: КарГТУ, 2012. Ч. 3. С. 48-50

9. Когай И.В., Оспанов Д.У. Разработка методических элементов расчёта механизированной крепи в 3d с учетом динамики её работы на основе программных пакетов САПР // VII Международная студенческая электронная научная конференция. «Студенческий научный форум 2015» http://www.scienceforum.ru/2015/15/10207.

TO 3D MODELING OF TASKS INTERACTION MOUNTAIN MASSIF WITH CLEANING EQUIPMENT BY DIFFICULT CONDITIONS OF WORKING OUT BEARING STRATUM

© 2015

K.M. Beysembayev, doctor of technical Sciences
Karaganda State Technical University, Karaganda (Kazakhstan), kakim08@mail.ru
M.N. Shmanov, candidate of technical Sciences, associate professor
Karaganda State Technical University, Karaganda (Kazakhstan)
A.M. Esen, undergraduate
Karaganda State Technical University, Karaganda (Kazakhstan)
A.B. Esmagambetov, undergraduate
Karaganda State Technical University, Karaganda (Kazakhstan)
V.A. Kogai, student
Karaganda State Technical University, Karaganda (Kazakhstan)
D.U. Ospanov, student
Karaganda State Technical University, Karaganda (Kazakhstan)

УДК 662.6.8

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГОРЕНИЯ КАПЕЛЬ ВОДОУГОЛЬНОГО ТОПЛИВА

© 2015

Л.А. Ермакова, кандидат технических наук, доцент кафедры информационных технологий в металлургии
ФГБОУ ВПО «Сибирский государственный индустриальный университет», Новокузнецк (Россия), ermakova@sibsiu.ru

Вопросы повышения эффективности использования природных ресурсов и создания ресурсосберегающих технологий становятся всё более актуальными. В процессе обогащения угля образуются отходы в виде мелких частиц угля и минеральных включений. В настоящее время отходы обогащения угля в основном складируются на обогатительных фабриках, ухудшая экологию региона. Перспективным вариантом утилизации этих отходов является их сжигание в вихревой адиабатической топке в виде водоугольной суспензии (ВУТ) [1].

При описании процесса горения ВУТ необходимо учитывать, что сжигание водоугольных суспензий в вихревой адиабатической топке производится путем распыления их в потоке воздуха [2-3]. При этом образуются капли суспензии размером от $0{,}05\cdot10^{-3}$ м до $0{,}2\div0{,}3\cdot10^{-3}$ м. Число частиц угля в капле составляет несколько тысяч размером от 0 до $0{,}2\cdot10^{-3}$ м. Количество частиц угля в массе суспензии от $0{,}1\cdot10^{-3}$ м до $0{,}2\cdot10^{-3}$ м не превышает 1÷2 % [4-5].

Процесс горения распыленного водоугольного топлива делится на неизотермическую (неравновесную) и изотермическую (квазиравновесную) стадии [4-5]. На первой стадии происходит испарение воды из капли и образование капиллярно-пористого агломерата. На этой же стадии начинаются реакции на поверхности частицы при активном участии водяного пара: газификация одновременно с выгоранием летучих. Эта стадия заканчивается, когда температура поверхности частицы (или агломерата) становится близкой к температуре несущего газового потока и далее меняется вместе с ней. Параллельное протекание процесса испарения влаги топлива и процесса выгорания углерода приводит в известной степени к унификации всех каменных углей, поскольку выход летучих уже не определяет реакционную способность этого топлива и мало влияет на температуру воспламенения угля.

Для отработки технологии сжигания водоугольного топлива важно не только исследование механизма горения капель ВУТ в вихревой адиабатической топке, результаты исследования которого приведены в ряде работ [6-9], но и определение максимального времени процесса полного сгорания капель в вихревой адиабатической топке. Для оценки максимального времени горения капель ВУТ, оценим время сгорания частиц угля в зависимости от размера частиц и температуры среды.

Механизм реагирования углерода с кислородом представляется следующим образом [10-12]. Из газового объема кислород адсорбируется на поверхности углерода. На ней атомы кислорода вступают в химическое соединение с углеродом, образуя сложные углеродно-кислородные комплексы C_xO_y. Последние распадаются с образованием CO_2 и CO, скорость распада

сильно увеличивается с ростом температуры. Получающаяся углекислота может реагировать с твердой фазой, образуя CO, а окись углерода, получаемая как в первичном, так и во вторичном процессах реагирования, вступает в химическое соединение с кислородом в газовой фазе. В соответствии с этим запишем основные реакции:

$$C + O_2 = 2CO \quad (1)$$

$$C + O_2 = CO_2 \quad (2)$$

$$CO_2 + C = 2CO \quad (3)$$

$$2CO + O_2 = 2CO_2 \quad (4)$$

Моделирование осуществляется при следующих допущениях:

- реагирование протекает на поверхности частицы топлива сферической формы;
- частица движется вместе с газовой средой с одинаковой с ней скоростью;
- горение выделяющихся летучих и догорание продуктов неполного сгорания происходит в объеме газовой среды;
- конвективный перенос тепла из системы и лучистый теплообмен отсутствуют;
- теплообмен реагирующих частиц с газовой средой происходит путем конвекции.

В начальный момент времени газовая среда имеет температуру, значительно превышающую температуру частицы. Частица топлива воспринимает тепло газовой среды конвекцией и нагревается. При этом из нее возгоняются летучие. Выделяющиеся летучие могут реагировать в газовой фазе, а твердая коксовая масса – в гетерогенном режиме. В большинстве случаев для реальных топливных частиц прогрев и горение летучих – довольно быстрые процессы и составляют по времени не более 10% по сравнению со временем горения коксового остатка, что позволяет пренебречь ими в расчетах времени горения твердых частиц топлива. В соответствии с рассмотренным механизмом горение на основе уравнений теплового и материального баланса получили следующую математическую модель.

Моделирование прогрева частицы твердого топлива: кинетику прогрева частицы можно описать балансовым уравнением:

$$m_к c_к \frac{dT_к}{d\tau} = \alpha_к S(T_g - T_к), \quad (5)$$

где $m_к$ – масса частицы, кг;

$S = \pi\delta^2$ –площадь, частицы, м^2;

$c_к$ – коэффициент теплоемкости частицы, кДж/(кг·К);

$\alpha_к$ – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2·К);

$T_к$, T_g – температура частицы и газа, К;

τ – время, с.

Для сферических однородных частиц, введя критерий Нуссельта $Nu=\alpha_к\delta/\lambda_g$, получим:

$$\frac{dT_к}{d\tau} = \frac{6Nu\lambda_g}{c_к\rho_к\delta}(T_g - T_к), \quad (6)$$

где $\rho_к$ – плотность частицы, кг/м^3;

λ_g – коэффициент теплопроводности газа, кДж/(кг·К).

Интегрирование уравнения (6) и преобразование с учетом критериев Био и Фурье позволяют определять текущую температуру частицы:

$$T_к = T_g - (T_g - T_{к0}) \cdot \exp(-3 \cdot \mathrm{Bi} \cdot \mathrm{Fo}), \quad (7)$$

где $\mathrm{Bi} = \alpha_к \delta / 2\lambda_к$ – критерий Био;

$\mathrm{Fo} = 4\lambda_g \tau / c_к \rho_к \delta^2$ – критерий Фурье.

Тогда полное время прогрева можно описать соотношением:

$$\tau \le 0{,}384 \frac{c_к \rho_к \delta^2}{\mathrm{Nu}\lambda_g} lg(1 - \frac{Q}{Q_{мах}}), \quad (8)$$

где $Q_{мах} = m_к \cdot c_к \cdot (T_g - T_{к0})$ – максимальное количество тепла, которое может быть поглощено частицей (за бесконечное время);

Q – количество тепла, которое поглощает частица к моменту времени τ.

Моделирование горения частицы твердого топлива: в основу расчета горения коксового остатка частицы твердого топлива положено уравнение баланса массы, записанное в виде скорости уменьшения диаметра сферической частицы:

$$\frac{d\delta}{d\tau} = \frac{2\mu}{\rho_к} G, \quad (9)$$

где $\mu = 0{,}012$ – молекулярная масса углерода, кг/моль;

G – скорость выгорания углерода, моль/м^2·с.

Время горения частицы от начального размера δ_0 до текущего размера δ найдем, проинтегрировав уравнение (9):

$$\tau = -\frac{1}{2\mu} \int_{\delta_0}^{\delta} \frac{\rho_к}{G} d\delta. \quad (10)$$

Скорость выгорания углерода определим по следующему соотношению:

$$\frac{dG}{d\tau} = C \cdot k' \cdot e^{-\frac{E}{RT}}, \quad (11)$$

где C – концентрация;

k' – суммарная константа скорости реакции учитывающая кинетику реакции (k) и интенсивность массообмена газовой среды с поверхностью частицы (β) $\frac{1}{k'} = \frac{1}{k} + \frac{1}{\beta}$;

E – энергия активации, КДж/моль.

Для мелких частиц коэффициент массообмена определяется из критерия Шмидта [11]:

$$\mathrm{Sh} = \frac{\beta \cdot \delta}{D} \approx 2, \quad (12)$$

где D – коэффициент диффузии.

Полное время горения выразим из (10) с учетом (11):

$$\tau = \int_0^{\delta_0} \frac{\rho_к}{\chi C_0 k'} d\tau, \quad (13)$$

χ – стехиометрический фактор, учитывающий соотношение оксидов углерода у поверхности частицы и догорание CO в пограничном объеме газа;

C_0 – концентрация кислорода в газовой среде.

После интегрирования и преобразования с учетом уравнения (12) получили:

$$\tau = \frac{\rho_к \delta_0^2}{8\chi C_0 D}\left[1 + \frac{4D}{k_0 \delta_0 e^{-\frac{E}{RT}}}\right]. \quad (14)$$

Для зольных углей, когда в углероде содержится A % золы, выражение (14) принимает вид:

$$\tau = \frac{100 - A}{100} \cdot \frac{\rho_к \delta_0^2}{8\chi C_0 D}\left[1 + \frac{4D}{k_0 \delta_0 e^{-\frac{E}{RT}}}\right]. \quad (15)$$

При численном моделировании расчет времени сгорания частиц угля проводили для частиц диаметром от $0{,}1 \cdot 10^{-3}$ м до $2 \cdot 10^{-3}$ м и при температуре среды от 1200 °С до 1400 °С. Результаты расчета времени сгорания частиц угля в зависимости от температуры среды и размера частиц приведены на рисунке 1.

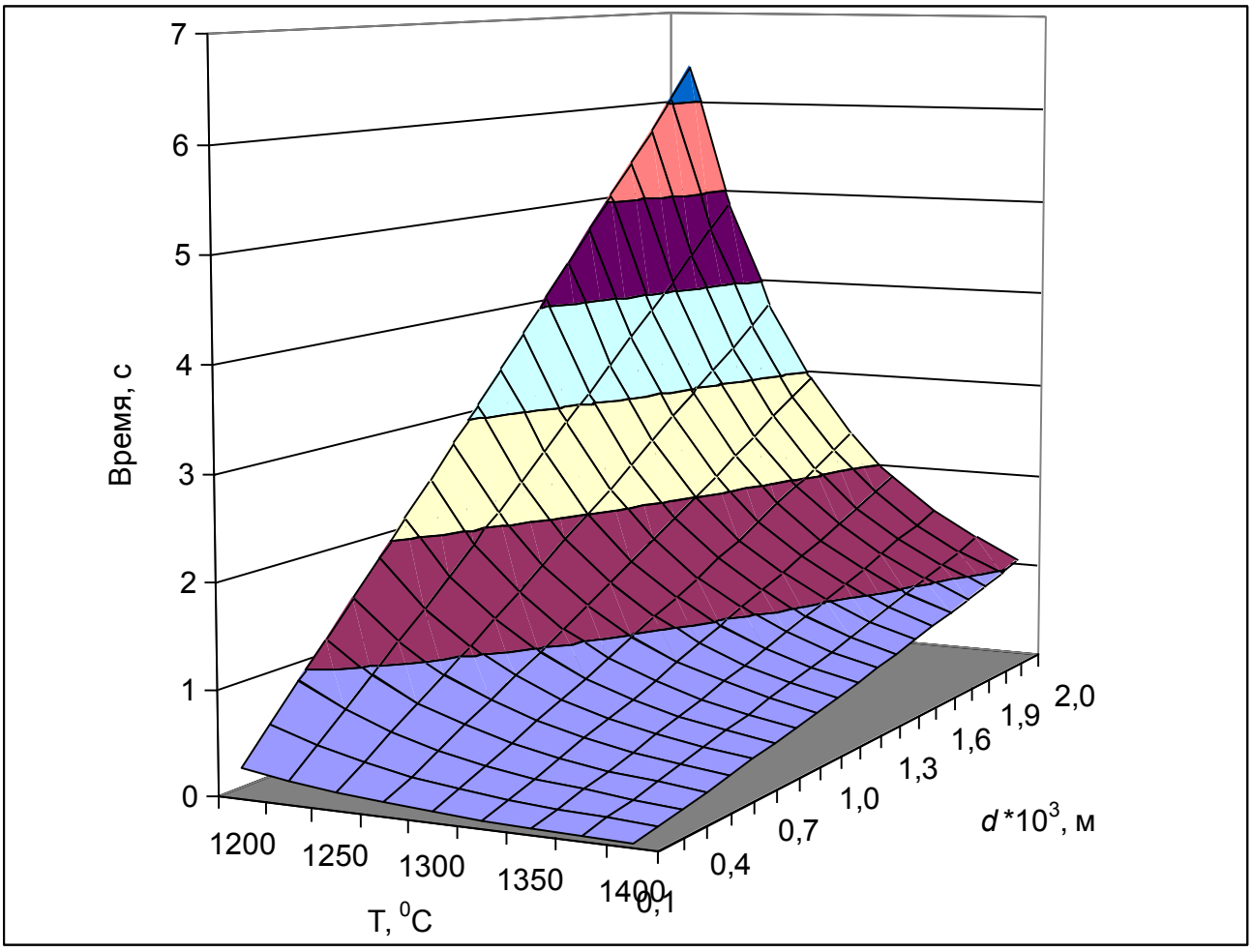


Рисунок 1 - Зависимость времени сгорания частиц от температуры среды и размера частиц

Анализ результатов показывает, что увеличение температуры газа с 1200 °С до 1400 °С приводит к значительному сокращению времени сгорания,

так время горения крупных частиц диаметром $2 \cdot 10^{-3}$ м в зависимости от температуры изменяется от 6,4 до 1,05 с. Вместе с тем, горение мелких частиц диаметром до $0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м в рассматриваемом диапазоне температуры не превышает 1,5 с. Полученные результаты позволяют формировать требования к температуре среды и времени пребывания частиц в вихревой адиабатической топке для полного сжигания топлива.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мочалов С.П. Математическое моделирование стационарных режимов горения отходов углеобогащения в адиабатической камере / Мочалов С.П., Рыбенко И.А., Мочалов П.С. // Уголь. 2011. № 6(1022). С. 77-79.

2. Куксов И.А. Численное моделирование процессов горения водоугольного топлива с использованием пакета STAR-CCM+ / Куксов И.А., Мочалов С.П., Сарычев В.Д., Шендриков А.Е. // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2012. № 5(93). С. 144-148.

3. Сарычев В.Д. Математическое моделирование газодинамических течений в вихревой камере с использованием пакета STAR CMM+ / Сарычев В.Д., Куксов И.А., Мочалов С.П., Шендриков А.Е. // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 2012. № 8. С. 39-42.

4. Делягин Г.Н. Вопросы теории горения водоугольной суспензии в потоке воздуха // Сжигание высокообводненного топлива в виде водоугольных суспензий: сборник. М.: Наука, 1967. С. 45-55.

5. Делягин Г.Н. Об условиях совместного протекания процессов испарения воды и выгорания капли водоугольной // Сжигание высокообводненного топлива в виде водоугольных суспензий: сборник. М.: Наука, 1967. С. 55-67.

6. Ермакова Л.А. Механизм горения капель суспензионного водоугольного топлива в вихревой топке автоматизированного энергогенерирующего комплекса / Ермакова Л.А., Мочалов С.П., Калашников С.Н., Пермяков А.А. // Вестник Кемеровского государственного университета. 2012. Т. 4. № 2. С. 164-169.

7. Mochalov S.P. Mechanism and mathematical modeling of coal-water slurry combustion in swirl adiabatic combustion chamber / Mochalov S.P., Rybenko I.A., Ermakova L.A. // World Applied Sciences Journal. 2012. Т. 19. № 1. С. 20-25.

8. Ермакова Л.А. Физико-химическая модель горения капель водоугольного топлива / Ермакова Л.А., Мочалов С.П., Калашников С.Н., Пермяков А.А. // Вестник Сибирского государственного индустриального университета. 2012. № 1. С. 37-40.

9. Ермакова Л.А. Теоретический анализ механизма горения суспензионного угольного топлива / Ермакова Л.А. // В сборнике: Векторы развития современной науки Материалы Международной научно-практической конференции. Искужин Т.С. (отв. редактор). Уфа, 2014. С. 113-115.

10. Виленский Т. В. / Динамика горения пылевидного топлива / Виленский Т.В., Хзмалян Д.М. М.: Энергия, 1978. 248 с.

11. Винтовкин А. А. Технологическое сжигание и использование топлива / Винтовкин А.А., Ладыгичев М.Г., Голдобин Ю.М., Ясников Г.П. М.: Металлургия, 1998. 292 с.

12. Ермакова Л.А. Моделирование тепломассообменных процессов в струйно-эмульсионном агрегате при разработке технологии прямого получения металла из отходов и пылевидных материалов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Новокузнецк, 2000. 155 с.

MATHEMATICAL MODELING OF COMBUSTION PROCESSES DROPS COAL-WATER SLURRY

© 2015

L.A. Ermakova, candidate of technical sciences, docent of the department of information technology in metallurgy

Siberian State Industrial University, Novokuznetsk (Russia), ermakova@sibsiu.ru

УДК 621.311.212

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ МИКРОГИДРОЭЛЕКТРОСТАНЦИИ ДЛЯ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ АВТОНОМНЫХ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ

© 2015

Б.В. Лукутин, доктор технических наук, профессор

ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», Томск (Россия), lukutin48@mail.ru

Е.Ж. Сарсикеев, кандидат технических наук, старший преподаватель

ФГАОУ ВО «Национальный исследовательский Томский политехнический университет», Томск (Россия), sarsikeev@tpu.ru

Р.Б. Тентиев, кандидат технических наук, старший преподаватель

Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова, Бишкек (Кыргызстан), renattentiev@gmail.com

Наличие большого количества автономных потребителей, ввиду исторических и географических особенностей технологически изолированных от магистральных электросетей, обуславливает использование возобновляемых источников энергии, в том числе с использованием энергии водотока, которые обладают неоспоримыми преимуществами и существующими недостатками. Основным направлением улучшения технических и экономических характеристик микроГЭС является совершенствование систем стабилизации напряжения и управления режимами микроГЭС. На технико-экономические показатели функционирования микроГЭС влияют не только гидрологические особенности, но и режимы потребления электрической энергии [1].

Электрическая нагрузка характеризуется как вероятностная величина, зависящая от количества подключенных электроприемников и их режимов работы. В целом, средние значения нагрузки за определенные промежутки времени для автономного потребителя характеризуются конкретной величиной с точностью дисперсии.

Изменения математического ожидания величины нагрузки формируют график электрических нагрузок, а отклонение реальных значений относительно средней величины представляет собой характеристику точности моделирования нагрузок автономного потребителя. Эти данные носят статистический характер и определяются в результате измерений на определенных интервалах времени, при

этом, чем больше срок наблюдений, тем точнее результаты моделирования. Для графиков электрической нагрузки принимают получасовые интервалы дискретизации.

Моделирование электрической нагрузки обычно производится по средним значениям, т.е. по графикам нагрузок, либо по средним значениям с учетом возможной дисперсии. Период этих изменений зависит от особенностей автономного потребителя и для небольших населенных пунктов принят в диапазоне десятков секунд, минут.

Согласно вероятноностно-статической модели, активная мощность нагрузки на *i*-ом часе суточного графика определяется по выражению [2]

$$P_i = \overline{P_i} + \beta\sigma(P_i),$$

где $\overline{P_i}$ - математическое ожидание нагрузки на *i*-ом часе суточного графика; β - коэффициент надежности расчета, который определяет вероятность, с которой случайные значения нагрузки останутся меньшими принятого расчетного значения P_{pi}; $\sigma(P_i)$ - среднее квадратичное отклонение для *i*-ой ступени суточного графика.

Поскольку электрическая нагрузка является случайным процессом и изменяется согласно нормальному закону распределения, то коэффициент надежности расчета принят $\beta = 3$, вероятность непревышения расчетной нагрузки составляет 99,87 %.

В качестве исходной модели электрической нагрузки микроГЭС по результатам исследований [3] принят типовой график нагрузки сельских потребителей, наиболее распространенный для автономных потребителей (рис. 1).

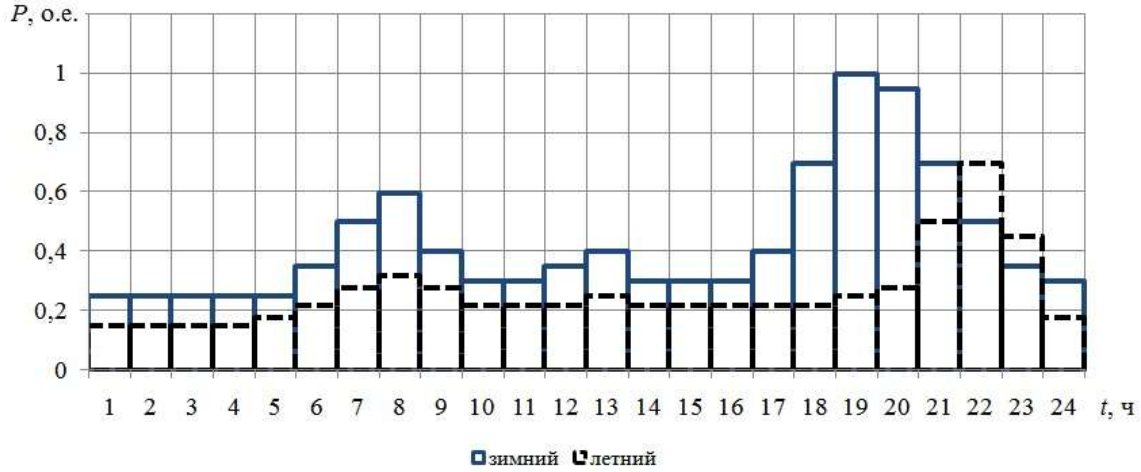


Рисунок 1 - Типовые суточные графики нагрузки автономных потребителей

На рис. 1 суточные графики нагрузки в зимнее и летнее время представлены в относительных единицах и позволяют по значению максимальной нагрузки $P_{\max}$ определить суточный график нагрузки микроГЭС для любого дня

$$P_i = \overline{P_i} \cdot P_{\max}\left(1 \pm C_i \cdot \xi\right) \cdot k_c, \text{ кВт}$$

где P_i –активная мощность нагрузкт на *i*-ом часе суточного графика; $\overline{P_i}$ - математическое ожидание нагрузки на *i*-ом часе суточного графика; C_i – коэффициент вариации нагрузки для *i*-ой ступени суточного графика; k_c – коэффициент сезонности, значения которого представлены в таблице 1; ξ - равновероятная случайная величина в диапазоне от 0 до 1.

Таблица 1 – Коэффициенты сезонности для суточных графиков нагрузки децентрализованных потребителей

№, пп	Месяц	Коэффициент сезонности, k_c	№, пп	Месяц	Коэффициент сезонности, k_c
1	Январь	1,0	7	Июль	0,7
2	Февраль	1,0	8	Август	0,7
3	Март	0,8	9	Сентябрь	0,9
4	Апрель	0,8	10	Октябрь	0,9
5	Май	0,8	11	Ноябрь	0,9
6	Июнь	0,7	12	Декабрь	1,0

Модель трехфазной нагрузки Load автономного объекта электроснабжения (рис. 2) в среде Simulink может быть представлена в виде управляемых источников тока, входящих в состав пакета SimPowerSystems, предназначенного для моделирования энергетических и электротехнических систем.

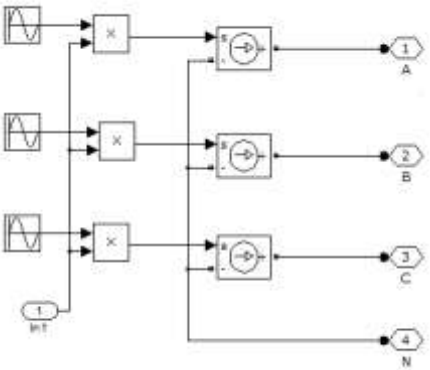


Рисунок 2 - Модель «Load» трехфазной нагрузки автономного потребителя микроГЭС

Для моделирования нестационарной нагрузки используется подсистема «Trend», представленная на рис. 3.

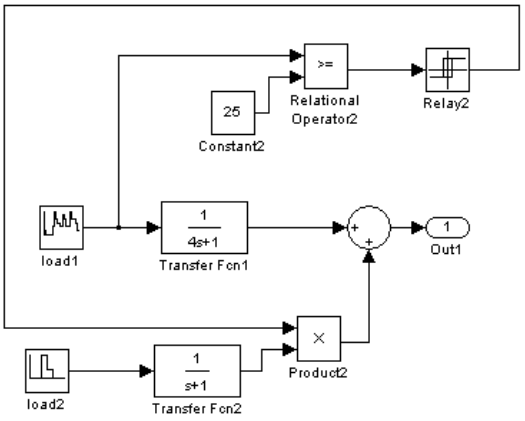


Рисунок 3 - Подсистема «Trend» для моделирования динамической нагрузки

Пример реализации нагрузки с использованием подсистемы «Load» показан на рис. 4.

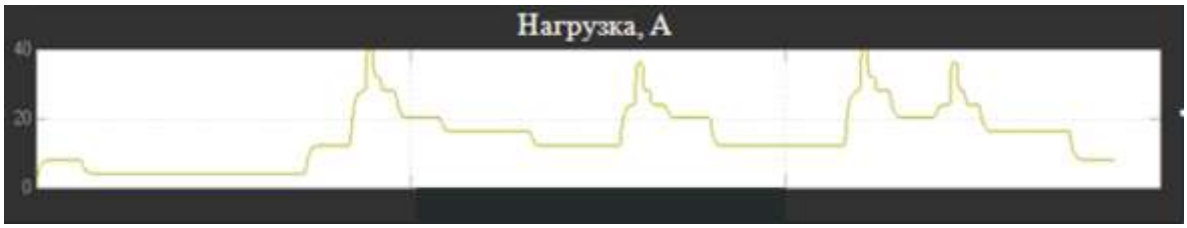


Рисунок 4 - График действующего значения фазного тока нагрузки

Таким образом, подход к моделированию основного возмущающего фактора микроГЭС – величины электрической нагрузки, может основываться на выделении относительно стабильных на интервале рассмотрения средних значений и изменяющихся составляющих, определяемых случайным характером изменений мгновенных значений нагрузки.

Моделирование электрической нагрузки микрогидроэлектростанции позволяет более качественно исследовать режимы выработки и потребления электрической энергии, оптимизировать параметры режимов работы и, соответственно, повысить технико-экономическую эффективность микроГЭС.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ «Исследование и разработка систем управления микрогидроэлектростанций для электроснабжения автономных потребителей», № 14-08-90106.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукутин Б.В., Сарсикеев Е.Ж., Шандарова Е.Б. МикроГЭС со статическим преобразователем частоты // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 6; URL: www.science-education.ru/120-16116 (дата обращения: 15.12.2014).

2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей. 2-е изд., стереотип. М.: Наука, 1973. 368 с.

3. Лукутин Б.В., Климова Г.Н., Обухов С.Г., Шутов Е.А., Парников Н.М. Исследование закономерностей формирования графиков электрических нагрузок децентрализованных потребителей Республики Саха (Якутия) // Электрические станции, 2008. № 9. С. 53-58.

SIMULATION OF ELECTRIC LOAD OF MICRO HYDRO ELECTRIC PLANT FOR INDEPENDENT CONSUMERS ELECTRIC POWER SUPPLY

© 2015

B.V. Lukutin, doctor of technical sciences, professor

National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk (Russia), lukutin48@mail.ru

Ye.Zh. Sarsikeyev, candidate of technical sciences, senior lecturer

National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk (Russia), sarsikeev@tpu.ru

R.B. Tentiv, candidate of technical sciences, senior lecturer

Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakov, Bishkek (Kyrgyzstan), renattentiev@gmail.com

УДК 621.383

ВЛИЯНИЕ УРОВНЯ ЛЕГИРОВАНИЯ НА СПЕКТРАЛЬНУЮ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ PIN-СТРУКТУР ФОТОПРИЕМНИКОВ

© 2015

В.Н. Мурашев, доктор технических наук, профессор
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия), vnmurashev@mail.ru
С.А. Леготин, кандидат технических наук
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия), serlego@mail.ru
С.Ю. Юрчук, кандидат физико-математических наук, доцент
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия), yurchuk60@mail.ru
В.П. Астахов
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия)
Д.С. Ельников, аспирант
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия), d.s.elnikov@gmail.com
С.И. Диденко
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия)
О.И. Рабинович
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия)
К.А. Кузьмина
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия)

В работе любого вида аппаратуры, использующей оптическое излучение, именно приемник излучения, в подавляющем большинстве случаев, определяет основные параметры оптических систем. Современное развитие приемников оптического излучения характеризуется дальнейшим улучшением параметров и характеристик приемников излучения: чувствительности, быстродействия, области спектральной чувствительности, показателей надежности и т.п. [1]

Кремниевые фотодиоды имеют долгий срок службы, механическую прочность и компактные размеры. PIN фотодиоды обладают широкой полосой пропускания при малом напряжении смещения, что делает их идеальными детекторами для применения в высокоскоростной фотометрии и оптических линиях связи.

При подключении кремниевых pin-фотодиодов к высокоскоростному предусилителю их малая общая емкость обеспечивает высокое быстродействие и низкий уровень шума. В промышленных условиях, фотоприёмники нашли наибольшее применение в системах промышленной автоматики, системах безопасности, волоконных оптических линиях связи. На основе pin-структур изготавливаются микропиксельные лавинные фотодиоды [2], приборы с зарядовой связью [3] координатно-чувствительные детекторы ядерного излучения [7], сенсоры температуры и магнитного поля [9] и т.д.

В тоже время, создание эффективных многослойных фотоприемных структур требует учета целого ряда факторов, влияющих на процесс формирования фотосигнала. Одновременный учет поглощения оптического излучения, переноса фотогенерированных носителей заряда, их рекомбинацию, включая рекомбинацию на границах слоев и поверхностную, требует компьютерного моделирования, позволяющего проводить подробный анализ влияния конструкции структуры и электрофизических характеристик отдельных областей с наименьшими материальными затратами.

Структура pin-фотодиода спроектирована так, чтобы избежать недостатков фотодиода pn-типа. Но все основные принципы регистрации сохраняются. Введение слоя собственного полупроводника между *p*- и *n*- слоями примесного полупроводника позволяет существенно увеличит размер области пространственного заряда.

В отличии же от *i*-зоны, легированные слои сделаны тонкими. Все вместе это сделано для того, чтобы основная часть оптического излучения поглощалась в *i*-слое и сокращалось время переноса зарядов из *i* – зоны в легированные области.

В качестве исходной структуры для моделирования приняли структуру, представленную на рис. 1.

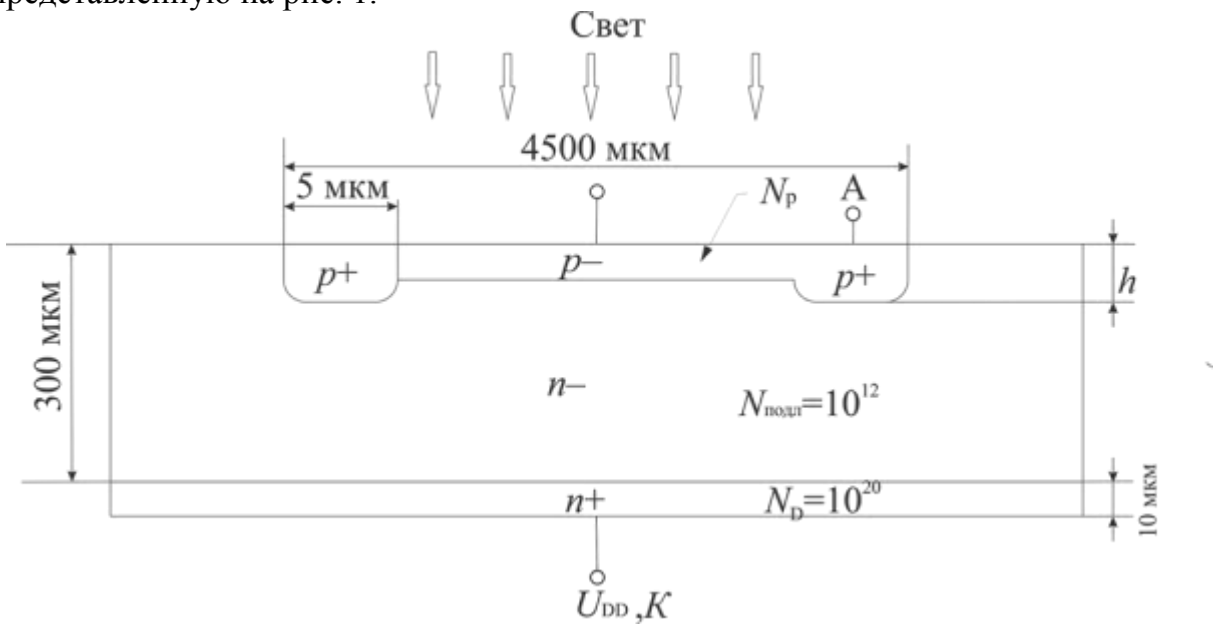


Рисунок 1 - Исходная кремниевая pin-структура, выбранная для моделирования

С целью оптимизации физико-топологической конструкции многослойных кремниевых структур разработана программа моделирования спектральных характеристик. Моделирование фоточувствительности кремниевых фоточувствительных структур проводили с помощью решения базовой системы уравнений: уравнения Пуассона, уравнений непрерывности и переноса для электронов и дырок [11]. При численном решении базовой системы уравнений исходные дифференциальные уравнение в частных производных представляются в разностной форме. Принимая граничные условия на краях областей, и задаваясь начальным распределением подвижных носителей заряда, получаем систему нелинейных уравнений. Таким образом, вместо дифференциальных уравнений в частных производных, необходимо решать

систему нелинейных алгебраических уравнений. При необходимости в решения линейных алгебраических систем, матрицы которых, являясь слабо заполненными, т.е. содержащими немного ненулевых элементов, успешно используется метод прогонки [13]. Программа моделирования разработана с использованием языка Borland Delphi 7.

Программа позволяет послойно заново создавать моделируемую структуру, задавая количество слоев, материал, тип проводимости, уровень легирования и толщину каждого слоя. Полученная структура прорисовывается в отдельном окне. Сформированная структура может быть сохранена в специальном файле, с возможностью последующей коррекции характеристик слое, в т.ч. добавление и удаление слоев. Далее, для каждого слоя задаются его полупроводниковые и оптические характеристики.

Для определения спектральной зависимости фоточувствительности задавался спектральный диапазон, и в каждой монохроматической области спектрального диапазона определяли фототок. Причем, с целью анализа физических процессов, происходящих в структуре, и последующей оптимизации конструкции структуры определяли отдельно фототоки, создаваемые отдельно p- и n- областями и областью пространственного заряда [14]. Задаваемый поток излучения пересчитывался в мощность падающего излучения (Вт/см^2) [15]. В результате получали спектральное распределение чувствительности в единицах А/Вт.

Поскольку влияние времени жизни рассмотрено ранее, рассмотрим влияние изменения уровня легирования без изменения времени жизни и подвижности. Как это не покажется странным, но суммарная спектральная чувствительность не слишком сильно зависит от уровня легирования слаболегированной n-области (если не учитывать изменение подвижности и времени жизни) (рис. 2,3,4). Хотя область пространственного заряда меняется значительно (рис. 5).

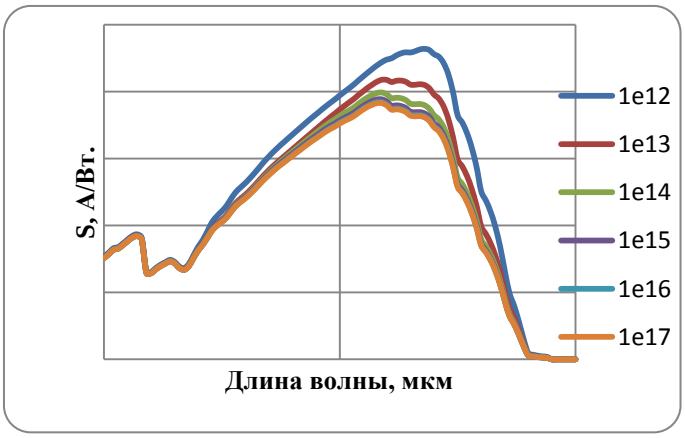


Рисунок 2 - Влияние уровня легирования слаболегированной n-области на спектральную характеристику чувствительности (N_d =1·10^{12}÷ 1·10^{17}см$^{-3}$)

В тоже время видно, что просто происходит перераспределение вкладов области пространственного заряда и n-области – увеличение вклада одной области влечет за собой уменьшение вклада другой (рис 2,3). Т.е. при увеличении уровня легирования n-области уменьшается область

пространственного заряда (рис. 5), и в тоже время большее число дырок образуется в n-области.

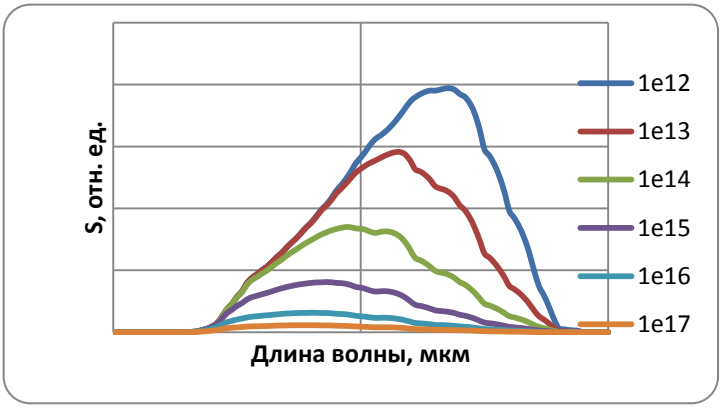


Рисунок 3 - Влияние уровня легирования слаболегированной n-области на вклад в спектральную характеристику чувствительности этой *n*-области (N_d =1·10^{12}÷ 1·10^{17}см$^{-3}$)

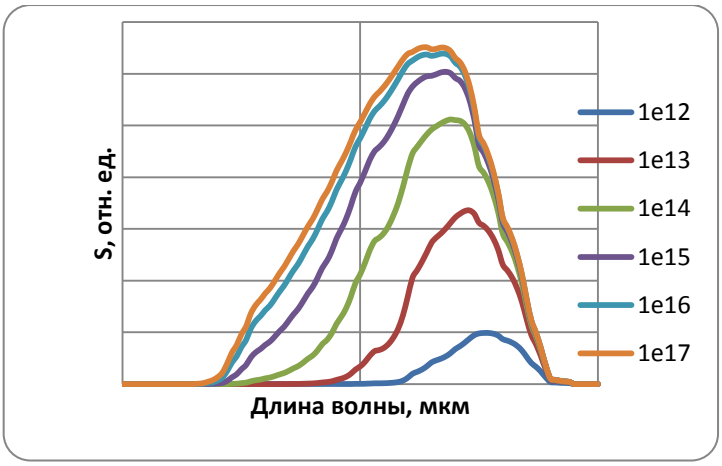
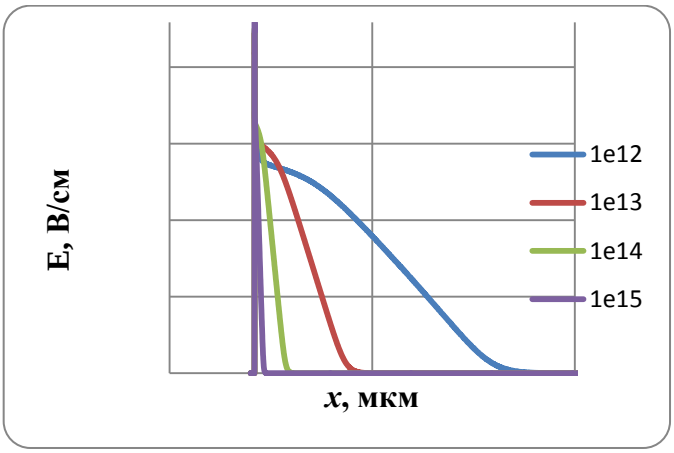


Рисунок 4 - Влияние уровня легирования слаболегированной *n*-области на вклад в спектральную характеристику чувствительности области пространственного заряда (N_d =1·10^{12}÷ 1·10^{17}см$^{-3}$)



Рисуно 5 - Изменение распределения напряженности электрического поля и ширины области пространственного заряда в *n*-области при изменении уровня легирования этой области (N_d =1·10^{12}÷ 1·10^{15}см$^{-3}$)

В тоже время, увеличение уровня легирования p-области не приводит к существенному изменению спектральной характеристики фоточувствительности, наблюдается незначительное увеличение чувствительности со стороны длинных волн. Связано это с тем, что область пространственного заряда незначительно расширяется за счет увеличения контактной разности потенциалов, что приводит к увеличению вклада области пространственного заряда. Вклад *n*-области незначительно снижается за счет некоторого уменьшения области, в которой поглощаются кванты, за счет расширения ОПЗ. Вклад верхнего *p*-слоя в спектральную характеристику чувствительности практически не меняется (При учете уменьшения времени жизни и подвижности электронов с увеличением уровня легирования вклад p-области должен снижаться).

Таким образом, в работе проведен анализ влияния различных факторов: времени жизни и подвижностей электронов и дырок, скорости поверхностной рекомбинации на спектральные характеристики чувствительности pin-структур. С целью оптимизации параметров фотоприемной структуры проведены расчеты параметров при изменении уровней легирования областей структуры. Показано, что наличие слаболегированного «колодца» в структуру, приводит к снижению чувствительности структуры в области длинных волн. Это связано с появлением потенциального барьера для дырок на границе слаболегированной *n*-области и «колодца». Максимальная чувствительность структуры достигается при отсутствии «колодца» и снижении уровня легирования *n*-слоя.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» (соглашение № 14.575.21.0018, уникальный идентификатор проекта RFMEFI57514X0018).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бараночников М.Л. Приемники инфракрасного излучения. Аналитический обзор. 1985. 94 с.

2. Анфимов Н.В. Микропиксельные лавинные фотодиоды. http://astronu.jinr.ru/school/arhiv/shkola-2011/anfimov-prezentaciya

3. Tapero K. , Murashev V., Ivshin P., Legotin S., Krasnov A., Elnikov D., Suhir E. Injection-coupled devices (ICDs): Operation principle, applications, design-for-reliability, IEEE Aerospace Conference Proceedings, 2014, Article number 6836248, 2014 IEEE Aerospace Conference; Big Sky, MT; United States; 1 March 2014 through 8 March 2014; Category numberCFP14AAC-ART; Code 106118

4. Murashev V.N., Legotin S.A., Karmanov D.E., Baryshnikov F.M., Didenko S.I. Monolithic ionizing particle detector based on active matrix of functionally integrated structures, Journal of Alloys and Compounds, Volume 586, Issue SUPPL. 1, 2014, Pages S553-S557

5. Ivshin P.A., Legotin S.A., Korol'Chenko A.S., Murashev V.N. A high-precision silicon temperature sensor, Instruments and Experimental Techniques, Volume 53, Issue 5, September 2010, Pages 768-769.

6. МОП СБИС. Моделирование элементов и технологических процессов. М.: Радио и связь, 1988. 496 с.

7. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1982. 272 с.

8. Bazalevsky M.A., Koltsov G.I., Didenko S.I., Yurchuk S.Y., Legotin S.A., Rabinovich O.I., Murashev V.N., Kazakov I.P. Photosensitive AlGaAs/GaAs structures grown by molecular beam epitaxy // Journal of Nano- and Electronic Physics Volume 6, Issue 3, 2014.

9. Зи С. Физика полупроводниковых приборов: В 2-х книгах. Пер. с англ.- М.: Мир, 1984. 456 с.

THE INFLUENCE OF THE DOPING LEVEL ON THE SPECTRAL SENSITIVITY OF PIN-STRUCTURES OF PHOTODETECTORS

© 2015

V.N. Murashev, doctor of technical sciences, professor
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia), vnmurashev@mail.ru
S.A. Legotin, candidate of technical sciences
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia), serlego@mail.ru
S.Yu. Yurchuk, candidate of physical and mathematical sciences, senior lecturer
yurchuk60@mail.ru
V.P. Astakhov
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia)
D.S. Elnikov, postgraduate
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia), d.s.elnikov@gmail.com
S.I. Didenko
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia)
O.I. Rabinovich
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia)
K.A. Kuzmina
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia)

УДК 621.384

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ НА СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ PIN-СТРУКТУР РАДИАЦИОННО-СТИМУЛИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ ПИТАНИЯ НА ОСНОВЕ БЕТА-ИСТОЧНИКА НИКЕЛЬ-63

© 2015

В.Н. Мурашев, доктор технических наук, профессор
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия), vnmurashev@mail.ru
С.А. Леготин, кандидат технических наук
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия), serlego@mail.ru
С.Ю. Юрчук, кандидат физико-математических наук, доцент
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия), yurchuk60@mail.ru
Ю.С. Нагорнов, кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник
ФГБОУ ВПО «Тольяттинский государственный университет», Тольятти (Россия), nagornovys@yandex.ru
А.А. Краснов, аспирант
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия), krasnovaa@pulsarnpp.ru
С.И. Диденко
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия)
О.И. Рабинович
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия)

Бетавольтаический эффект был открыт в 60-70-х годах прошлого столетия, но в последнее время интерес к нему существенно вырос по причине перспективы внедрения в технологию микроэлектромеханических систем (МЭМС). Преимущества энергетических источников на основе радиоизотопов являются большой срок работы (свыше 10 лет в зависимости от изотопа), низкий вес, небольшой размер, широкий температурный диапазон и высокая надежность. Именно поэтому создание радиационно-стимулированных источников энергии и, как частная задача, исследование бетавольтаического эффекта представляется актуальной задачей [1].

Создание батарей питания с применением бета-изотопа ^{63}Ni представляется чрезвычайно перспективным направлением исследований по нескольким причинам. Во-первых, энергия бета электронов варьируется в диапазоне от 0 до 66,7 кэВ со средним значением 17,1 кэВ. Такие энергии лежат ниже диапазона дефектообразования и не могут приводить к дефектам и разрушению кристаллической структуры кремния. Таким образом, время работы прибора будет определяться только временем бета распада источника (для ^{63}Ni – 100 лет). Во-вторых, электроны даже с максимальной энергией 66,7 кэВ не могут проникнуть в кожные слои человека и нанести тем самым вред его здоровью. Также количество носителей, генерируемых одним бета электроном,

варьируется от 4500 до 17500 электронно-дырочных пар для энергий 17,1 и 66,7 кэВ соответственно. В-третьих, несмотря на низкую энергетическую плотность ^{63}Ni (0,1-1 мкВт/см2), его можно применять в микробатареях с мощностью <200 нВт/см^3 [1].

Путями поиска повышения эффективности преобразования энергии явились подбор структур с более высокими ширинами запрещенных зон, чем у кремния. Например, используются p-n переходы на основе GaN, GaAs и SiC, которые позволяют повысить ЭДС структур по сравнению с кремниевыми структурами. Другим направлением повышения эффективности является использование кремниевых структур, в которых увеличена полезная площадь p-n перехода [2-5].

Таким образом, задачи моделирования работы радиационно- источника тока для различных структур, определение основных параметров, влияющих на эффективность и КПД источника, а также расчет наиболее эффективной структуры являются чрезвычайно актуальными [1].

Анализ, проведенный в работе [1] показывает, что на основании требований к полупроводниковым материалам, самым оптимальным вариантом структуры для бетавольтаического эффекта являются кремниевые диоды на низколегированных подложках с небольшим поверхностным слоем.

Создание эффективных радиационно-стимулированных источников питания требует учета целого ряда факторов, влияющих на процесс формирование тока. Одновременный учет поглощения энергии электронов, переноса генерированных носителей заряда, их рекомбинацию, включая рекомбинацию на границах слоев и поверхностную, требует компьютерного моделирования [5].

С целью оптимизации физико-топологической конструкции кремниевых бета-источников питания разработана программа моделирования спектральных характеристик.

Моделирование чувствительности кремниевых структур проводили с помощью решения базовой системы уравнений: уравнения Пуассона, уравнений непрерывности и переноса для электронов и дырок [6].При численном решении базовой системы уравнений исходные дифференциальные уравнение в частных производных представляются в разностной форме. Принимая граничные условия на краях областей, и задаваясь начальным распределением подвижных носителей заряда, получаем систему нелинейных уравнений. Таким образом, вместо дифференциальных уравнений в частных производных, необходимо решать систему нелинейных алгебраических уравнений.

При необходимости в решения линейных алгебраических систем, матрицы которых, являясь слабо заполненными, т.е. содержащими немного ненулевых элементов, успешно используется метод прогонки [7, 8]. Программа разработана с использованием языка Borland Delphi 7. [9] Моделированию пробегов электронов в твердых телах посвящено достаточно большое число работ [10-13]. Разработаны программы расчета пробегов электронов в т.ч. методом Монте-Карло [10]. Авторы работ [11-13], проводили моделирование распределения энерговыделения.

При рассмотрении различных способов описания распределения энерговыделения для программного моделирования генерации электронов в полупроводниковой структуре наиболее удобна аналитическая модель

генерации электронно-дырочных пар, предложенная в работе [14]. Для расчетов использованы характеристики полупроводниковых слоев базы данных ФТИ им. А.Ф.Иоффе [15].

Для определения зависимости чувствительности задавался диапазон энергий от 0 до 66,7 кэВ (спектр испускания электронов из ^{63}Ni), и в каждой монохроматической области спектрального диапазона определяли ток. Причем, с целью анализа физических процессов, происходящих в структуре, и последующей оптимизации конструкции структуры определяли отдельно радиационно-стимулированные токи, создаваемые отдельно *p*- и *n*- областями и областью пространственного заряда [16]. Задавался поток излучения 0,1 мкВт/см^2, соответствующий диапазону мощности излучения из ^{63}Ni. В результате получали спектральное распределение чувствительности в единицах А/Вт.

В качестве исходной структуры для моделирования приняли структуру, показанную на рис.1.

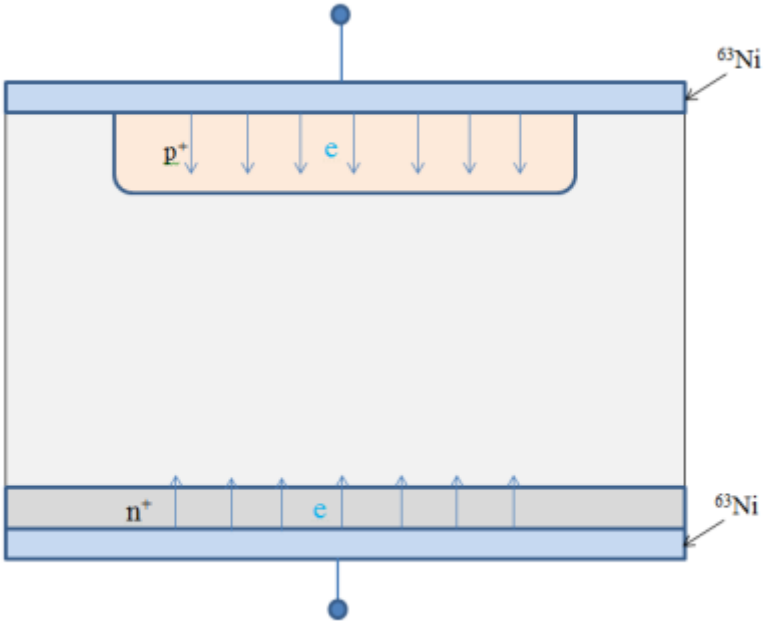


Рисунок 1 - Исходная кремниевая *pin*-структура, выбранная для моделирования

Общая толщина полупроводниковой структуры составляла 40 мкм. При моделировании считали, что испускание электронов из ^{63}Ni происходит равномерно по энергиям. Понятно, что на самом деле это не так, но если мы анализируем эффективность работы структуры в единицах А/Вт, это значения не имеет, т.к. рассматривается относительная величина.

Влияние времени жизни дырок в *i*-области заметно, т.к. *i*-область наиболее широкая. На рис.2 показано влияние изменение времени жизни дырок в *i*-области или слаболегированной *n*-области. При этом изменения происходят исключительно за счет изменения вклада слаболегированной *n*-области (рис. 3).

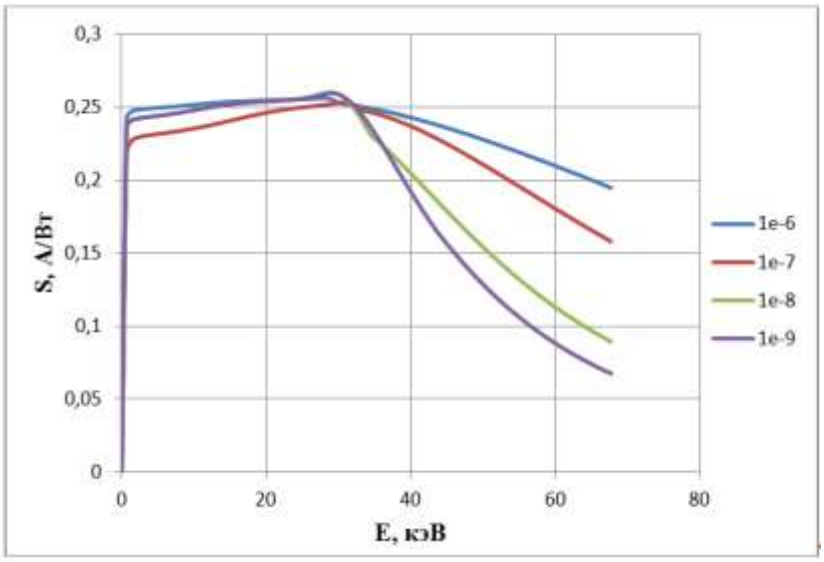


Рисунок 2 - Зависимость спектральной характеристики чувствительности радиационно-стимулированного источника питания от времени жизни дырок в *n*-области ($\tau_p = 1 \cdot 10^{-6} \div 1 \cdot 10^{-9}$ с, $d = 1$ мкм)

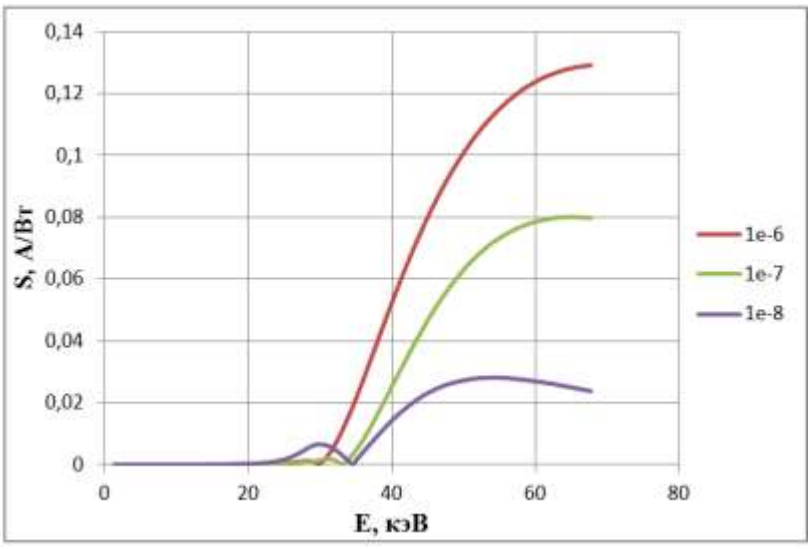


Рисунок 3 - Зависимость вклада *n*-области в чувствительность радиационно-стимулированного источника питания от времени жизни дырок в *n*-области ($\tau_p = 1 \cdot 10^{-6} \div 1 \cdot 10^{-9}$ с, $d = 1$ мкм)

Значительное увеличение глубины залегания p-n перехода приводит к снижению влияния времени жизни (рис. 4). Во-первых, потому, что уменьшаются размеры области. Во-вторых, потому, что уменьшается расстояние, которое необходимо пройти дыркам, чтобы принять участие в формировании радиационно-стимулированного тока.

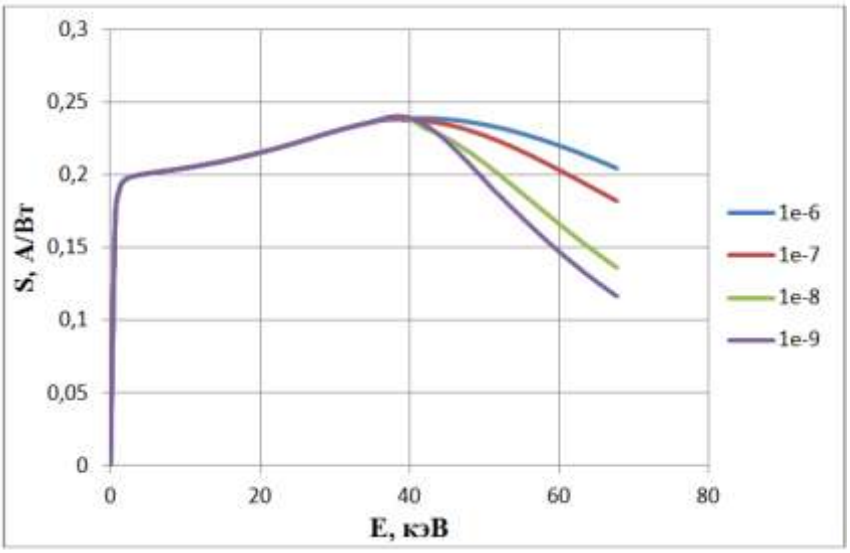


Рисунок 4 - Зависимость спектральной характеристики чувствительности радиационно-стимулированного источника питания от времени жизни дырок в *i*-области ($\tau_p = 1 \cdot 10^{-6} \div 1 \cdot 10^{-9}$ с, $d = 5$ мкм)

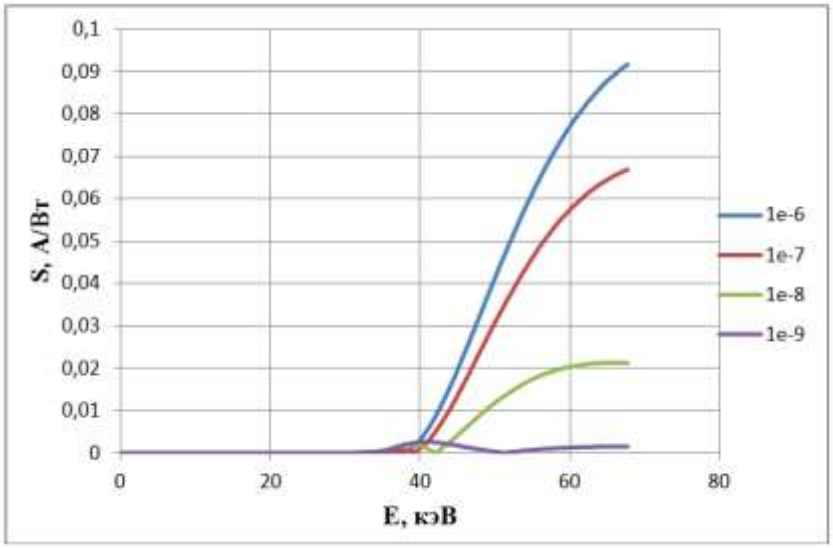


Рисунок 5 - Зависимость вклада *n*-области в спектральную характеристику чувствительность радиационно-стимулированного источника питания от времени жизни дырок в слаболегированной *n*-области ($\tau_p = 1 \cdot 10^{-6} \div 1 \cdot 10^{-9}$ с, $d = 5$ мкм)

Таким образом, проведено моделирования влияния времени жизни подвижных носителей заряда в радиационно-стимулированных источниках питания на зависимости их чувствительности от энергии электронов. Показано, что при низком уровне легирования слаболегированной *n*-области поле обеспечивает максимальное собирание подвижных носителей. Показано, что при снижении уровня легирования слаболегированной *n*-области чувствительность структур меньше зависит от времени жизни.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014 - 2020 годы» (соглашение № 14.575.21.0010, уникальный идентификатор проекта RFMEFI57514X0010).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нагорнов Ю.С. Современные основы применения бетавольтаического эффекта (монография). Ульяновск.: УГПУ им. И.Н.Ульянова. 114 с.

2. Korolchenko A.S., Legotin S.A., Murashev V.N., Orlova M.N. New generation of solar batteries - Hybrid solar batteries with nanoclusters Metallurgist, 2010, 54 (5-6), pp. 328-331.

3. Korol'chenko A.S., Legotin S.A., Didenko S.I., Kobeleva S.P., Orlova M.N., Murashev V.N. Spectral and photoelectric parameters of high-voltage multi-junction solar batteries, Russian Microelectronics, 2011, 40 (8), pp. 620-623.

4. Murashev V.N., Korolchenko A.S., Legotin S.A. Study of the spectral and photoelectric parameters of prototypes of hybrid solar elements with nanoclusters, Metallurgist, 2012, 56 (3-4), pp. 303-306.

5. Murashev V.N., Mordkovich V.N., Legotin S.A., Rabinovich O.I., Krasnov A.A. Peculiarities of Betavoltaic Battery Based on Si // Journal of Nano- and Electronic Physics, 6 (4), 04012(2pp), 2014.

6. МОП СБИС. Моделирование элементов и технологических процессорв. М.: Радио и связь, 1988. 496с.

7. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989. 608 с.

8. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1982. 272 с.

9. Bazalevsky M.A., Koltsov G.I., Didenko S.I., Yurchuk S.Y., Legotin S.A., Rabinovich O.I., Murashev V.N., Kazakov I.P. Photosensitive AlGaAs/GaAs structures grown by molecular beam epitaxy // Journal of Nano- and Electronic Physics Volume 6, Issue 3, 2014.

10. Масловская А.Г., Илика С.Н., Сивунов А.В. Моделирование электронных траекторий в твердых телах методом Монте-Карло // Вестник Амурского государственного университета. 2010. Вып. 51: Сер. Естеств. и экон. науки. С. 23-32.

11. Исследование профиля энерговыделения в NaCl при облучении / Ганн В.В. [и др.] // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение. 2005. Вып. 88. С. 32-35.

12. Нагорнов Ю.С. Моделирование процесса генерации электронно-дырочных пар в солнечном элементе при электронном облучении / Ю.С. Нагорнов [и др.] // 1-ая Всероссийская конференция по многомасштабному моделированию процессов и структур в нанотехнологиях (ММПСН 2008) 2008. С. 254-256.

13. Нагорнов Ю.С. Моделирование процесса генерации энергии в радиационно-стимулированном источнике питания для МЭМС / Ю.С. Нагорнов [и др.] // Тезисы конференции «Многомасштабное моделирование процессов и структур в нанотехнологиях». 2009. С. 284-285.

14. PohChin Phua, Vincent K. S. Ong Determining the Location of Localized Defect in the Perpendicular Junction Configuration With the Use of Electron Beam

Induced Current//IEEE of Transaction on Electron Devices. V.49. No. 11, P.2036-2046.

15. http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/

16. Зи С. Физика полупроводниковых приборов: В 2-х книгах. Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 456 с.

MODELING OF THE INFLUENCE OF LIFETIME ON THE SPECTRAL CHARACTERISTICS OF PIN-STRUCTURES OF STIMULATED RADIATION POWER SOURCES UNDER THE BETA-SOURCE OF NICKEL-63

© 2015

V.N. Murashev, doctor of technical sciences, professor
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia), vnmurashev@mail.ru
S.A. Legotin, candidate of technical sciences
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia), serlego@mail.ru
S.Yu. Yurchuk, candidate of physical and mathematical sciences, senior lecturer
yurchuk60@mail.ru
Yu.S. Nagornov, candidate of physical and mathematical sciences, docent, senior researcher
Togliatti State University, Togliatti (Russia), nagornovys@yandex.ru
A.A. Krasnov, postgraduate
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia), krasnovaa@pulsarnpp.ru
S.I. Didenko
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia)
O.I. Rabinovich
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia)

УДК 621.384

ОПТИМИЗАЦИЯ И РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНОСТИ БЕТАВОЛЬТАИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ РАЗЛИЧНЫХ PIN-СТРУКТУР И ИСТОЧНИКА НИКЕЛЬ-63

© 2015

В.Н. Мурашев, доктор технических наук, профессор
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия), vnmurashev@mail.ru
Ю.С. Нагорнов, кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник
ФГБОУ ВПО «Тольяттинский государственный университет», Тольятти (Россия), nagornovys@yandex.ru
А.А. Краснов, аспирант
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия), krasnovaa@pulsarnpp.ru
С.А. Леготин, кандидат технических наук
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия), serlego@mail.ru
О.И. Рабинович
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия)
С.Ю. Юрчук, кандидат физико-математических наук, доцент
ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», Москва (Россия), yurchuk60@mail.ru

В настоящее время активно развивается область создания миниатюрных элементов электрического питания для микроэлектромеханических систем, при этом в качестве источника энергии предлагается использовать бета-изотоп никель-63 [1-5]. Внедрение планарных структур с радиационно-стимулированными элементами питания возможно в области, где традиционные источники энергии не доступны. Например, датчики утечки газа в шахтах, глубоководные элементы контроля, подземные датчики, но наиболее привлекательным приложением таких структур являются биосенсоры, которые в реальном режиме времени контролируют состояние внутри организма. В связи с этим разработка эффективного и коммерчески привлекательного радиационно-стимулированного источника энергии на основе бета-изотопов представляется актуальной задачей [1-3].

Среди бета-источников наиболее интересным с практической точки зрения представляется никель-63. Во-первых, он обладает периодом полураспада, равным 100,1 год, во-вторых, не представляет опасности ни как радиоактивный источник, ни как токсическое вещество, в-третьих, никель является технологическим материалом и легко может быть интегрирован в полупроводниковые структуры. Препятствием на пути внедрения структур на основе никель-63 в практику лежит низкая эффективность преобразования энергии [3,6] бета-распада в электрическую, а также не высокая активность источников. Активность никеля-63 составляет 1-40 mCi/cm^2, при этом спектр энергии бета-частиц ограничен энергией 67 keV с максимумом в области

17.4 keV [4]. Интегрируя спектр бета-частиц по энергии, можно получить, что от источника Ni-63 активностью 10 mCi выделяется мощность порядка 1 μW.

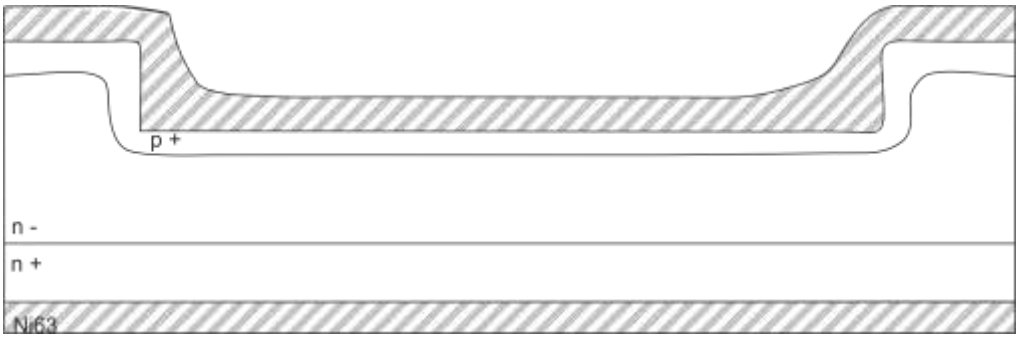
Эффективность преобразования энергии бета-распада в настоящее время достаточно низка и не превышает 0,3% [1-4]. Низкая эффективность связана с несколькими причинами: неупругое рассеяние бета-частиц, поглощение бета-частиц в слоях, где не происходит генерации электронно-дырочных пар, рекомбинация носителей заряда и т.д. [3-6]. Путями поиска повышения эффективности преобразования энергии явились подбор структур с более высокими ширинами запрещенных зон, чем у кремния. Например, используются p-n переходы на основе GaN, GaAs и SiC [1-3], которые позволяют повысить ЭДС структур по сравнению с кремниевыми структурами. Другим направлением повышения эффективности является использование кремниевых структур, в которых увеличена полезная площадь p-n перехода [6-11]. В этом направлении возникают сложности с помещением радиоактивного источника в микроканалы и большие токи утечки, которые существенно снижают эффективность генерации тока. В настоящей работе ставится задача расчета токов генерации и эффективности кремниевых структур бетавольтаических элементов с топологией, которая собирала бы максимальное число электронно-дырочных пар.

На основе модели, полученной в предыдущих работах [1-5], был рассчитан коэффициента сбора сгенерированных носителей заряда η для кремниевых структур с различными значениями ОПЗ и глубиной залегания p-n-перехода от бета-источника изотопа ^{63}Ni. При этом коэффициент рекомбинации соответствовал времени жизни 5.7 μs, а встроенное поле менялось линейно и определялось из контактной разности потенциала и ширины ОПЗ. Результаты моделирования свидетельствуют, что глубина залегания перехода влияет на ток генерации существенно больше, чем ширина ОПЗ, при условии, что ширина ОПЗ больше 4 μm [5-7, 12]. Для создания структуры с максимальным коэффициентом сбора носителей заряда необходимо, чтобы глубина залегания перехода была как можно меньше, ширина области генерации носителей заряда была порядка нескольких микрометров и залегала в области максимальной генерации. Кроме этого понятно, что время жизни для разных структур будет различным, что внесет свои корректировки в значения токов генерации. Кроме этого величина встроенного электрического поля в ОПЗ будет зависеть от контактной разности потенциалов и также влиять на величину η. Известно [13], что величина зарядки поверхности p-n перехода также влияет на величину η, что в свою очередь требует принятия мер по созданию стока накопленного на образце заряда. Учитывая вышеизложенные особенности можно провести оценку эффективности структур, используя полученные зависимости.

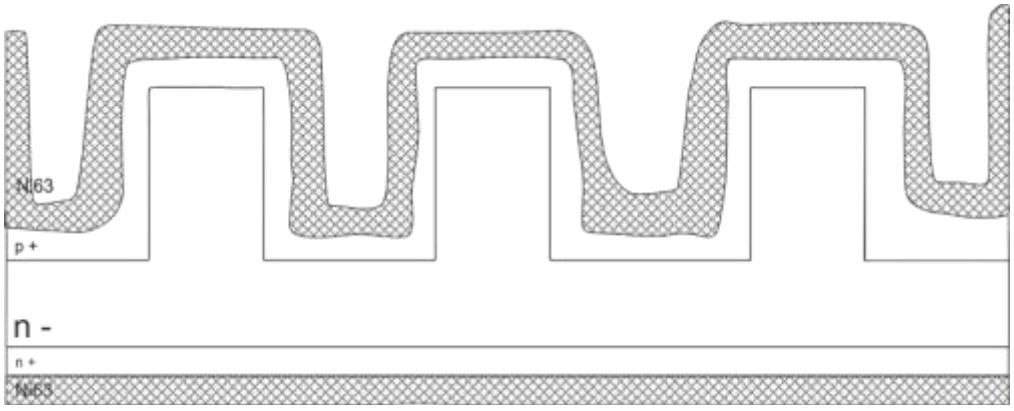
Для анализа эффективности кремниевых структур представлены три варианта структур, соответствующие полупроводниковой технологии (рис.1). В соответствии с работами [14,15] структуры должны быть радиационно-стойкие для диапазона энергий бета-источника никель-63. Для уменьшения сопротивления базы и возбуждения носителей заряда с двух сторон целесообразно утонить пластину до толщины 10-40 μm (рис.1А) . С другой стороны, сбор сгенерированных носителей заряда будет наиболее эффективным на структурах, в которых наиболее эффективно используется радиоактивный источник. Учитывая, что бета-частицы никеля-63 испытывают самопоглощение,

а максимальная глубина выхода частиц не превышает 40 μm, целесообразно использовать микроканальный кремний или формировать щели толщиной до 10-40 μm (рис.1B). Здесь встает технологическая задача заполнения радиоактивным источником щелей без пустот, что требует дополнительного подслоя перед нанесением никеля [16]. Наконец, третий вариант структур предполагает создание кроме p-n перехода еще переход металл-оксид-полупроводник (рис.1C).

A)



B)



C)

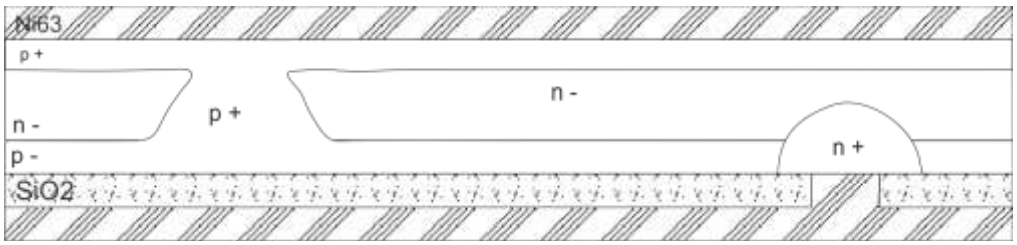


Рисунок 1 - Варианты кремниевых структур бетавольтаических элементов: A – структура с утонённой базой, B – структура с щелями, C – двухсторонняя структура с оксидом. Штриховкой показан радиоактивный источник никель-63

Для проведения численной оценки токов генерации, КПД и коэффициента сбора сгенерированных носителей заряда для структур, представленных на рис.3, необходимо определить оптимальные значения геометрических размеров p и n областей каждой структуры. Для этого необходимо использовать численные данные, представленные на рис.2, где показано, что одной и той же эффективности сбора носителей можно добиться при разных сочетаниях

глубины залегания p-n перехода *d* и ширины ОПЗ *w*. Варьируя только эти два параметра для каждой структуры, можно рассчитать значения *d* и *w*, при которых будут разработанные структуры наиболее эффективны. При этом не имеет смысла определять отдельно наиболее эффективную структуру, поскольку такой является структура с наибольшей площадью, представленная на рис.3В.

Необходимо рассчитывать эффективность сборки из структур, получая значения, нормированные на единицу объема, обозначим эту величину как η_V. Для определенности будем считать, что площадь всех структур равна 1 cm^2, а толщина структуры определяется задаваемыми параметрами глубины залегания p-n перехода и ширины ОПЗ, а активность бета-источника 10 mCi/cm^2. Выбор значений *d* и *w*, проводился для каждой структуры таким образом, чтобы с одной стороны эффективность была максимальной, а значение толщины структуры – минимальное.

Перед оптимизацией параметров учтем результаты работы [6], где показано, что из-за самопоглощения бета-частиц толщина изотопа никель-63 должна быть более 4 μm, что определяет минимальную ширину каналов на структуре В (рис.3). В результате для всех структур примем толщину слоя металлизации никель-63 равной 4 μm, в том числе металлизации по бокам стенок щелей на структуре В.

Учитывая данные зависимости коэффициента сбора сгенерированных носителей заряда (рис.2) и технологические ограничения по диффузии и ионной имплантации, примем для структуры А (рис.3) следующие параметры: толщина n^- слоя ~10 μm (ширина ОПЗ), толщина n+ слоя ~0.5-1 μm, толщина p+ слоя ~0.1-0.3 μm. В результате толщина структуры получается ~18.6- 19.3 μm, а максимальный ток генерации – 67 nA при активности источника 10 mCi/cm^2. Как показали расчеты, при дальнейшем уменьшении ширины ОПЗ до 6 μm объемная эффективность η_V уменьшается сначала монотонно, а затем при $w<4$ μm η_V – быстро.

Для щелевой структуры (рис.3В) был проведен расчет в работе [6], в которой показано, что наиболее эффективные структуры получаются при ширине щелей, равной 4 μm, а расстояние между щелями – 12 μm, при этом ширина ОПЗ будет ~10 μm. Толщина такой структуры может варьироваться, но поскольку в качестве критерия эффективности выбран ток генерации в расчете на объем структуры, для определенности можно взять толщину равную 100 μm, что не повлияет на конечный результат. В этом случае расчетный ток генерации структуры составляет 409 nA. Соответственно для структуры С (рис.3) толщина подложки определит толщину структуры целиком, что вместе со слоем никеля-63 составит 14 μm, ток генерации составит 69.4 nA.

Результаты расчетов сведены в табл.1, из которой видно, что наиболее эффективной структурой является структура С. Необходимо отметить, что для структуры В экспериментальное значение тока генерации будет на 10-30% ниже расчетного, поскольку изотоп никель-63 будет заполнять щели с коэффициентом порядка 0.7-0.9, оставляя место для пустот. Таким образом, может получиться, что экспериментальные структуры типов А и В покажут примерно одинаковую эффективность. Коэффициент полезного действия (КПД) структур рассчитывался как отношение электрической мощности источника к выделяемой в единицу времени энергии бета-источника никель-63, находящегося в структуре бетавольтаического элемента.

Таблица 1 - Сравнительный анализ эффективности структур бетавольтаических элементов

	Структура A	**Структура B**	**Структура C**
Толщина структуры, μm	19	100	14
Ток генерации структуры, nA/cm^2	66.7	409	69.4
Удельный ток на единицу объема, μA/cm^3	350	409	496
КПД, %	1.16	1,36	2,43

Таким образом, на основе численного расчета для приведенных в работе структур были подобраны параметры так, чтобы отношение тока генерации к толщине структуры для них было максимальным, поскольку представляет интерес создания трехмерных сборок из бетавольтаических элементов. Наибольшую теоретическую эффективность показала сборка на основе структуры С со значениями КПД, равным 2.4 % и током генерации порядка 0.5 mA/cm^3, что может быть использовано в коммерческих целях для создания датчиков в отсутствии внешних источников питания.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014 - 2020 годы» (соглашение № 14.575.21.0051, уникальный идентификатор проекта RFMEFI57514X0051).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lu M., Zhang G., Fu K., Yu G., Su D., Hu J. Gallium Nitride Schottky betavoltaic nuclear batteries // Energy Conversion and Management. 2011. V.52, № 4. P. 1955-1958.

2. Yao Sh., Song Z., Wang X., San H., Yu Yu. Design and simulation of betavoltaic battery using large-grain polysilicon // Applied Radiation and Isotopes. 2012. V. 70. № 10. P. 2388-2394.

3. Chen H., Jiang L., Chen X. Design optimization of GaAs betavoltaic batteries // Journal of Physics D: Applied Physics. 2011. V. 44. № 21. P. 215303.

4. Нагорнов Ю.С. Современные аспекты применения бетавольтаического эффекта. Ульяновск: УлГПУ, 2012. 113 с.

5. Нагорнов Ю.С., Пчелинцева Е.С., Костишко Б.М., Радченко В.М., Светухин В.В., Рисованый В.Д. Радиационно-стимулированный источник энергии на основе изотопа никель-63. Вопросы атомной науки и техники. Физика радиационного воздействия на радиоэлектронную аппаратуру. Вып. 1. 2011. С. 65-69.

6. Нагорнов Ю.С. Расчет эффективности элементов питания на основе микроканального кремния и бета-источника никель-63. Известия вузов. Поволжский регион. Физико-математические науки. № 3. 2013. С. 55-58.

7. Sun W., Kherani N.P., Hirschman K.D., Gadeken L.L., Fauchet Ph.M.A Three-Dimensional Porous Silicon p-n Diode for Betavoltaics and Photovoltaics // Adv. Mater. 2005. V. 17. P. 1230-1233.

8. Korolchenko A.S., Legotin S.A., Murashev V.N., Orlova M.N. New generation of solar batteries - Hybrid solar batteries with nanoclusters Metallurgist, 2010, 54 (5-6), pp. 328-331

9 Korol'chenko A.S., Legotin S.A., Didenko S.I., Kobeleva S.P., Orlova M.N., Murashev V.N. Spectral and photoelectric parameters of high-voltage multi-junction solar batteries, Russian Microelectronics, 2011, 40 (8), pp. 620-623

10 Murashev V.N., Korolchenko A.S., Legotin S.A. Study of the spectral and photoelectric parameters of prototypes of hybrid solar elements with nanoclusters // Metallurgist, 2012, 56 (3-4), pp. 303-306.

11 Murashev V.N., Mordkovich V.N., Legotin S.A., Rabinovich O.I., Krasnov A.A. Peculiarities of Betavoltaic Battery Based on Si // Journal of Nano- and Electronic Physics, 6 (4), 04012(2pp) (2014)

12. Нагорнов Ю.С., Пчелинцева Е.С., Костишко Б.М., Амброзевич А.С. Радченко В.М., Рисованный В.Д. Моделирование радиационно-стимулированного источника тока на pin структурах. Известия вузов. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2009. № 3. С. 113-125.

13. Нагорнов Ю.С., Радченко В.М., Пчелинцева Е.С. Костишко Б.М., Рисованый В.Д. Влияние зарядки на бетавольтаический эффект с использованием радионуклида никель-63. Известия вузов. Электроника. 2011. № 1. С. 90-91.

14. Murashev V.N., Legotin S.A., Orlov O.M., KorolChenko A.S., Ivshin P.A. A silicon position-sensitive detector of charged particles and radiations on the basis of functionally integrated structures with nano-micron active regions // Instruments and Experimental Techniques. 2010. V. 53 (5). pp. 657-662.

15. Volkov, D.L., Karmanov, D.E., Murashev, V.N., Legotin, S.A., Mukhamedshin, R.A., Chubenko, A.P. A new position-sensitive silicon pixel detector based on bipolar transistors // Instruments and Experimental Techniques. 2009. V.52 (5), pp. 655-664.

16. Громов Д.Г., Гаврилов С.А. Проявление гетерогенного механизма при плавлении малоразмерных систем // Физика твердого тела. 2009. Т. 51. Вып. 10. С. 2012-2021.

OPTIMIZATION AND CALCULATION OF EFFICIENCY OF BETAVOLTAIC ELEMENTS ON THE BASIS OF VARIOUS PIN-STRUCTURES AND SOURCE OF NICKEL-63

© 2015

V.N. Murashev, doctor of technical sciences, professor
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia), vnmurashev@mail.ru
Yu.S. Nagornov, candidate of physical and mathematical sciences, docent, senior researcher
Togliatti State University, Togliatti (Russia), nagornovys@yandex.ru
A.A. Krasnov, postgraduate
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia), krasnovaa@pulsarnpp.ru
S.A. Legotin, candidate of technical sciences
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia), serlego@mail.ru
O.I. Rabinovich
National University of Science and Technology «MISIS», Moscow (Russia)
S.Yu. Yurchuk, candidate of physical and mathematical sciences, senior lecturer
yurchuk60@mail.ru

УДК 517.968.23

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРА ПЕРВОГО РОДА

© 2015

И.Р. Муфтахов, аспирант
ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный технический университет», Иркутск (Россия), ildar_sm@mail.ru

В данной статье рассматривается построение численного решения для нелинейных интегральных ураневний Вольтерра I рода вида

$$\int_0^t K\big(t,s,x(s)\big)ds = f(t), 0 \le s \le t \le T, f(0) = 0, \quad (1)$$

где ядро определено как

$$K\big(t,s,x(s)\big) = \begin{cases} K_1(t,s)G_1\big(s,x(s)\big), t,s \in \overline{m_1} \\ \dots \\ K_n(t,s)G_n\big(s,x(s)\big), t,s \in \overline{m_n} \end{cases}, \quad (2)$$

$m_i = \{t,s|\alpha_{i-1}(t) < s < \alpha_i(t)\}$, $\alpha_0(t) = 0$, $\alpha_n(t) = t$, $i = \overline{1,n}$, функции K_i, $f(t)$, $\alpha_i(t)$ имеют непрерывные производные по t при $t,s \in \overline{m_i}$, $K_n(t,t) \neq 0$, $\alpha_i(0) = 0$, $0 < \alpha_1(t) < \alpha_2(t) < \dots < \alpha_{n-1}(t) < t$, функции $\alpha_1(t), \dots, \alpha_{n-1}(t)$ возрастают в малой окрестности $0 < t < \tau$, $\alpha_i(0) = 0$.

Достаточные условия существования и единственности решения нелинейного интегрального уравнения отображены в следующей теореме:

Теорема. Пусть при $t \in [0,T]$ выполнены условия: $K_i(t,s)$, $i = \overline{1,n}$ – непрерывны, $\alpha_i(t)$ и $f(t)$ имеют непрерывные производные по t, $K_n(t,t) \neq 0$, $0 < \alpha_1(t) < \dots < \alpha_{n-1}(t) < \alpha_n(t) = t$, при $t \in [0,T]$, $\alpha_i(0) = 0$, $f(0) = 0$. Пусть

кроме того выполнено условие Липшица: $|G_i(s,x_1)-G_i(s,x_2)-(x_1-x_2)|\le q_i|x_1-x_2|, \forall x_1,x_2\in R^1$
$q_n+\sum_{i=1}^{n-1}\alpha_i'(0)\left|K_i^{-1}(0,0)\left(K_i(0,0)-K_{i+1}(0,0)\right)\right|(1+q_i)<1$. Тогда $\exists\tau>0$ такое, что уравнение (1) имеет единственное локальное решение. Более того, если $\min_{\tau\le t\le T}\left(t-\alpha_{n-1}(t)\right)=h>0$, то такое локальное решение можно непрерывно продолжить на всю область определения исходных данных $[\tau,T]$ комбинацией метода шагов и последовательных приближений. Тогда существует единственное глобальное решение.

Итак, рассмотрим вопрос численного решения такого уравнения. Введем сетку узлов на отрезке $[0,T]$

$$0=t_0<t_1<\cdots<t_N=T, h=max_{i=\overline{1,N}}(t_i-t_{i-1})=O(N^{-1}). \quad (3)$$

Следуя [3], приближенное решение уравнения (1) будем искать в виде кусочно-постоянной функции

$$x_N(t)=\sum_{i=1}^{n}x_i\delta_i(t), t\in(0,T], \delta_i(t)=\begin{cases}1, t\in\Delta_i=(t_{i-1},t_i]\\0, t\notin\Delta_i\end{cases} \quad (4)$$

с неопределенными коэффициентами $x_i, i=\overline{1,N}$.

Пусть известны коэффициенты $x_0,x_1,\dots,x_{k-1}$ приближенного решения. Тогда уравнение (1) в точке $t=t_k$, может быть переписано следующим образом

$$\sum_{j=1}^{v_{1,k-1}}\int_{t_{j-1}}^{t_j}K_1(t_k,s)G_1\left(s,x(s)\right)ds+\int_{t_{v_{1,k-1}}}^{\propto_1(t_k)}K_1(t_k,s)G_1\left(s,x(s)\right)ds+I_p+$$
$$+\int_{\propto_{n-1}(t_k)}^{t_{v_{n-1,k}}}K_n(t_k,s)G_n\left(s,x(s)\right)ds+\sum_{j=v_{n-1,k+1}}^{k}\int_{t_{j-1}}^{t_j}K_n(t_k,s)G_n\left(s,x(s)\right)ds$$
$$=f(t_k),$$

где $v_{i,j}$ обозначает номер сегмента сетки, внутрь которого попадает значение $\propto_i(t_j)$.

Если $v_{p-1,k}\neq v_{p,k}, p=2,\dots,n-1$, тогда

$$I_p=\int_{\propto_{p-1}(t_k)}^{t_{v_{p-1,k}}}K_p(t_k,s)G_p\left(s,x(s)\right)ds+$$
$$+\sum_{j=v_{p-1,k+1}}^{t_{v_{p,k-1}}}\int_{t_{j-1}}^{t_j}K_p(t_k,s)G_p\left(s,x(s)\right)ds+\int_{t_{v_{p,k-1}}}^{\propto_p(t_k)}K_p(t_k,s)G_p\left(s,x(s)\right)ds$$

если $v_{p-1,k}=v_{p,k}, p=2,\dots,n-1$, тогда

$$\mathrm{I_p}=\int_{\propto_{\mathrm{p-1}}(\mathrm{t_k})}^{\propto_{\mathrm{p}}(\mathrm{t_k})}\mathrm{K_p(t_k,s)G_p\left(s,x(s)\right)ds}.$$

Для решения нелинейных уравнений, которые появляются в нескольких последних слагаемых, мы используем алгоритм Брента, который объединяет в себе преимущества методов хорд, деления пополам и обратной параболической интерполяции, обладает хорошей сходимостью и является достаточно надежным. Для того чтобы использовать алгоритм Брента, все элементы

формулы перенесем в левую часть и обозначим полученное уравнение как $F^*\big(x(s)\big) = 0$. Данный метод использует значение трех предыдущих оценок корня (обозначим их как $[a, F^*(a)]$, $[b, F^*(b)]$, $[c, F^*(c)]$), на основе которых вычисляется значение следующей оценки x (x – квадратичная функция y). Интерполяционная формула выглядит следующим образом

$$x = \frac{[y - F^*(a)][y - F^*(b)]c}{[F^*(c) - F^*(a)][F^*(c) - F^*(b)]} + \frac{[y - F^*(b)][y - F^*(c)]a}{[F^*(a) - F^*(b)][F^*(a) - F^*(c)]} + \\ + \frac{[y - F^*(c)][y - F^*(a)]b}{[F^*(b) - F^*(c)][F^*(b) - F^*(a)]}.$$

При значении $y = 0$ формула записывается как

$$x = b + \frac{P}{Q},$$

где

$$P = S[T(R - T)](c - b) - (1 - R)(b - a),$$
$$R \equiv \frac{F^*(b)}{F^*(c)}, S \equiv \frac{F^*(b)}{F^*(a)}, T \equiv \frac{F^*(a)}{F^*(c)}.$$

Эффективность предложенного численного метода продемонстриуем на следующем модельном

$$\int_0^{\frac{t}{4}} (1 + t - s)\sin \mathrm{x(s)}\, ds + \int_{\frac{t}{4}}^{t} (s + 5)(\sin \mathrm{x(s)} + 2 + \mathrm{s})\mathrm{ds} =$$

$$= \frac{21t^3}{64} + \frac{105t^2}{32} + \frac{17t}{2} + 1 - 2\sin\frac{t}{4} + \sin t - \frac{t - 8}{2}\cos\frac{t}{4} - (t + 5)\cos t,$$

где $t \in [0, 4]$, а точное решение $x(t) = t$.

В таблице 1 показаны погрешности при соответствующей размерности сетки узлов:

Таблица 1

N	32	64	128	256	512	1024	2048
ε	0.105363	0.055756	0.034387	0.028939	0.019275	0.013864	0.008471

Автор выражает благодарность доценту Сидорову Д.Н. за постановку задачи и внимание.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Apartsyn A.S. Nonclassical Linear Volterra Equations of the First Kind. The Netherland: VSP, Utrecht-Boston. 2003. 168 p.

2. Brent R.P. Algorithms for Minimization without Derivatives. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall. 1977.

3. Сидоров Д.Н., Тында А.Н., Муфтахов И.Р. Численное решение интегральных уравнений Вольтерра I рода с кусочно-непрерывными ядрами // Вестник ЮУрГУ. 2014. Т. 3. № 7. С.107-115.

4. Глушков В.М., Иванов В.В., Яненко В.М. Моделирование развивающихся систем. М.: Наука. 1983.

5. Маркова Е.В., Сидоров Д.Н. Интегральные уравнения Вольтерра первого рода с кусочно-непрерывными ядрами в теории моделирования

развивающихся систем // Изв. Иркут. гос. ун-та. Сер. Математика. 2012. Т. 5. № 2. С. 31-45.

6. Sidorov D.N. Integral Dynamical Models: Singularities, Signals and Control // World Scientific Publ. Series on Nonlinear Sciences. Series A. 2014. Vol. 87.

ABOUT ONE METHOD FOR NUMERIC SOLVING VOLTERRA INTEGRAL EQUATIONS OF THE FIRT KIND

© 2015

I.R. Muftahov, postgraduate
Irkutsk State Technical University, Irkutsk (Russia), ildar_sm@mail.ru

УДК 004.89

АНАЛИЗ АНТРОПОМЕТРИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ

© 2015

Нгуен Тхе Лонг, аспирант кафедры вычислительной техники
ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный технический университет», Иркутск (Россия), thelongit88@gmail.com
Нгуен Тху Хыонг, аспирант кафедры вычислительной техники
ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный технический университет», Иркутск (Россия)

1. Постановка задачи. Разработка эффективных методов распознавания изображений является важной областью кибернетики. Теория таких методов базируется на методах машинного обучения и позволяет автоматически проводить анализ сцен изображений.

В последние годы, автоматическое распознавание и извлечение признаков человеческого тела из 2D изображений человека широко используется во многих областях, таких как бесконтактные измерения размеров тела [1], построение 3D модели человека [2,3,12], анализ действий человека [4], анализ поз людей [5].

В этой статье мы предлагаем систему бесконтактного измерения размеров человека на основе анализа цифровых изображений человека. Вычитание фона используется для получения контуров. Операторы обнаружение краев используются для представления кривых контура (силуэта). Таким образов, мы предлагаем комплексный подход, чтобы получить устойчивое решение для указанных проблем. Такой подход сочетает в себе алгоритм распознавания лица, вычитание фона, выделение цвета кожи и контурного анализа.

Методы кластерного анализа позволили провести анализ пространства векторов признаков полученных размеров с целью нахождения кластеров, соответствующих наиболее характерным антропометрическим характеристикам людей, что позволяет вырабатывать рекомендации для швейной промышленности, а также использоваться и в других областях естествознания, таких, как, например, ауксология.

2. О методах исследования антропометрических признаков. Все методы идентификации частей тела делятся на две большие категории: модельно-ориентированное и методы обучения. Модельно-ориентированные

подходы является методами типа «сверху-вниз», которые используются для получения предварительной информации о форме человеческого тела в различных позах и расположение конечностей в этих позах [6]. В машинном обучении мы выполняем принцип обучения на данных, чтобы извлечь нужные знания из данных и использовать в распознавании.

В [7] представлен эффективный подход для силуэта и контура обнаружения, который используется для представления контурных кривых формы тела человека в виде 8-связного цепного кода Фримэна [8]. Как полезным оказывается классический алгоритм вычитания фона и детектор границ Кэнни, используемый для представления кривых силуэта. Затем кривые поделены в ряд сегментов. Таким образом, особые правила для измерения различий между направлениями сегментов используются для извлечения признаков точек. Такой подход имеет ряд недостатков, таких как высокая чувствительность к шуму.

В [9] контур тела также подразделяется на части. Разделение изображения тела на части основано на определении границ каждого сегмента на контуре. В качестве критерия границы деления сегментов в этой статье предложено использовать значения выпуклости и кривизны контура.

В [6] предложено решение задачи сегментации частей тела в случае зашумленных силуэтов изображений. В качестве признаков используется взвешенная радиальная гистограмма расстояний и направлений. Также используется скрытая марковская модель (СММ), чтобы моделировать контур в виде последовательностей. Общая модель обучается на меченых синтетических данных.

В [10] используется сегментация для функционирования алгоритма распознавания на характерные части изображения. Метод обнаруживает существенные верхние и нижние конечности от сегментов. Одновременно выявляются потенциальные части - голова и туловище. Оба модуля объединяют эти части из частичных конфигураций изображений тела, проводя классификацию путем применения глобальных ограничений.

3. Извлечение антропологических данных. В нашем подходе мы используем контуры объектов, найденных методом вычитания фона. Методы математической морфологии используется для фильтрации шумов от силуэта. Дополнительные морфологические операции, включая эрозии, расширения, открытие и закрытие осуществляется для уменьшения шума и для сглаживания контура силуэт.

Схема	
СЕГМЕНТАЦИЯ	ФОН/ПЕРЕДНИЙ ПЛАН
	ВЫДЕЛЕНИЕ СИЛУЭТА
⇩ ИЗВЛЕЧЕНИЕ ПРИЗНАКОВ	ОБНАРУЖЕНИЕ КОЖИ
	ЦВЕТ ПЯТНА
	ОБНАРУЖЕНИЕ КОНТУРА
⇩ КЛАССИФИКАЦИЯ	МАШИННОЕ ОБУЧЕНИЕ

Рисунок 1 - Схема извлечения антропометрических признаков

Алгоритм вычитания фона. Метод основан на сравнении между двумя изображениями – переднего плана (FG) и фона (BG). Сцена картины фона получается, когда нет движения объекта ([9],[10]). Обозначим за $FG(x,y)$ значения интенсивности пикселя с координатами (x, y) на переднем плане изображения принадлежащие интервалу [0,255] (8 бит), а за $BG(x,y)$ обозначим значения интенсивности фона изображения. Пиксель с координатами (x,y) на переднем плане изображения доминирующего компонента, если она удовлетворяет оценке $|FG(x,y) - BG(x,y)| > T$, где $T(x,y)$ - пороговое значение. Таким образом мы строим бинарную маску по следующему правилу. Пиксели помечены 1 и является объектом, если $|FG(x,y) - BG(x,y)| > T$ и не является объектом (метка 0), если $|FG(x,y) - BG(x,y)| < T$.

Обнаружение контура и измерения размер контура. Есть много способов, чтобы представить кривую контура. Как привило, результатом работы таких алгоритмов, является представление контуров последовательностями, в котором каждая запись кодирует информацию о местоположении следующей точки на кривой. Определение пар оснований региона должно быть сделано при просмотре изображения сверху вниз и слева направо, а затем проверить определенные условия.

Антропометрические меры были получены путем аппроксимации формы соответствующей части тела. Например, окружность шеи была аппроксимирована по форме эллипса. Главные и второстепенные длины осей были получены от передних и боковых планов. Объем (периметр) грудной клетки определялся путем аппроксимации его формы в виде комбинации прямоугольника и эллипса.

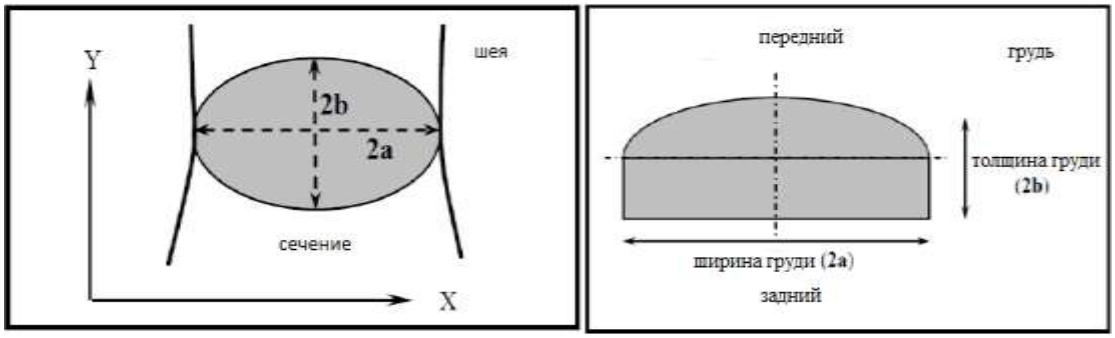


Рисунок 2 - Метод расчета окружности талии на основе эллипса формы

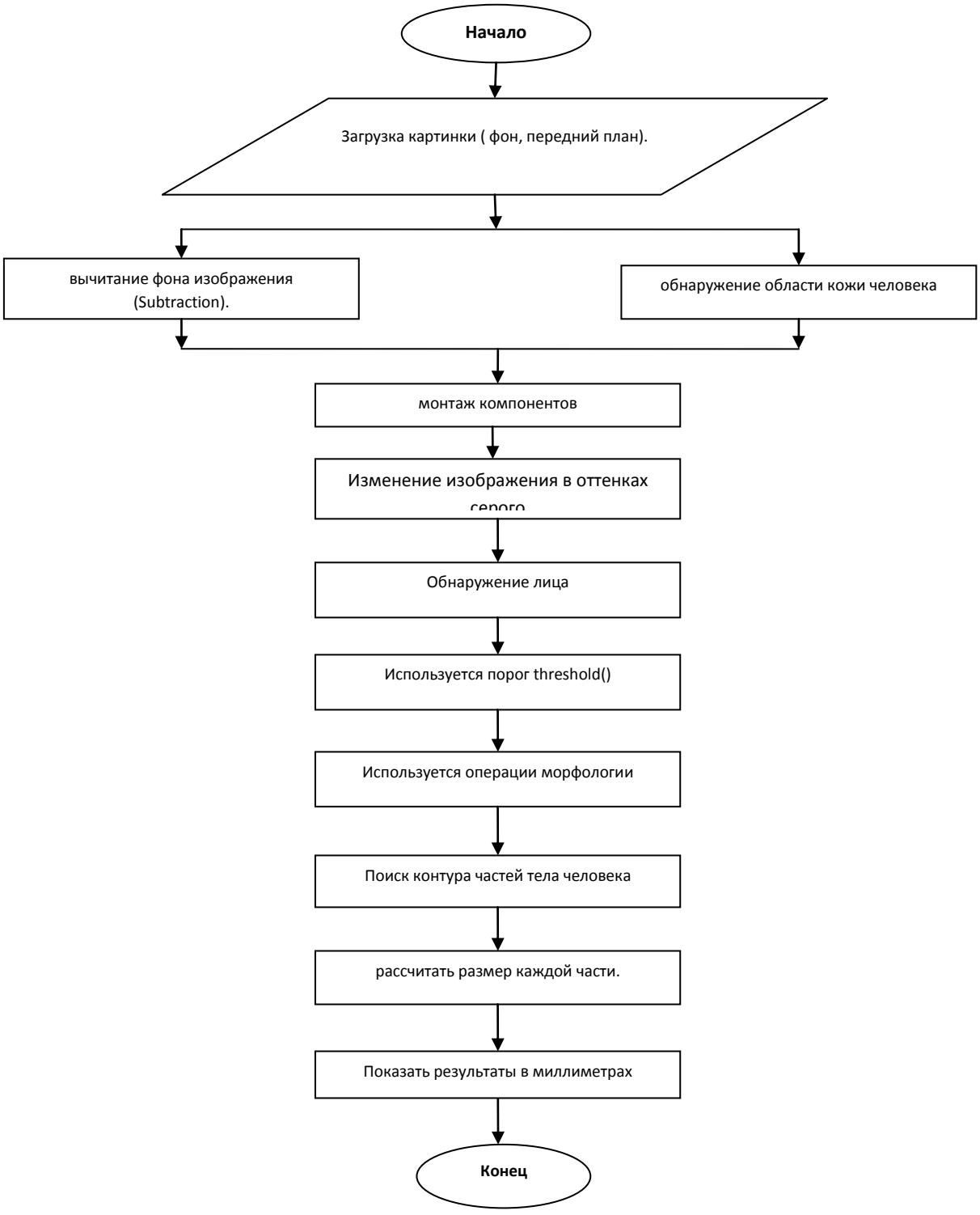


Рисунок 3 - Блок-схема извлечения признаков

4. Классификация мужчин/женщин с помощью метода опорных векторов (SVM). Для решения задач классификации, мы использовали один из наиболее популярных и эффективных методов машинного обучения – опорных векторов (SVM, Support vector machine), разработанный Владимиром Вапником [11]. Наша цель использовать метод опорных векторов для классификации пола на основании антропометрических данных. Процесс работы метода SVM подразделяется на 2 этапы: обучение и тест.

Этап обучения: подготовка набора данных изображений мужчин и женщин. Затем выделены 3 размера человеческого тела (груди, талии, бедра), и сформирован вектор признаков в форме:

[Метка][индекс1] : [значение1][индекс2] : [значение2]...

[Метка][индекс1] : [значение1][индекс2] : [значение2]...

Где:

Метки : -1, 1(1 : муж.;-1 : жен.)

Индекс1,..., индекс n: индекс признаков

Значение1, ..., значение n: значение признаков

Выходным результатом процесса обучения является файл *.model, в котором содержится информация о модели классификации: ядра, маркеры, опорные векторов.

```
svm_type c_svc
kernel_type rbf
gamma 0.333333
nr_class 2
total_sv 19
rho 0.0340113
label 0 1
nr_sv 9 10
SV
1 1:87.408 2:69.568 3:87.826
1 1:87.586 2:64.972 3:81.336
1 1:81.336 2:66.83 3:79.166
1 1:95.146 2:74.196 3:85.986
1 1:85.396 2:67.434 3:82.468
1 1:87.252 2:64.352 3:81.812
1 1:90.012 2:64.878 3:78.392
1 1:89.02 2:67.866 3:79.464
0.9977772901414754 1:88.396 2:66.45 3:76.472
-0.7263452039256964 1:86.978 2:69.362 3:83.502
-0.8721633666340296 1:83.668 2:65.074 3:79.738
-1 1:88.66 2:67.056 3:79.506
-1 1:85.636 2:68.11 3:81.878
-0.816830866740599 1:86.576 2:66.702 3:86.228
-0.9667496489778016 1:91.194 2:72.382 3:87.86
-1 1:87.758 2:65.668 3:81.858
-0.9594617832154527 1:85.806 2:65.852 3:80.34
-0.6562264206478962 1:86.268 2:68.592 3:85.158
-1 1:86.314 2:65.232 3:83.468
```

Рисунок 4 - Пример данных обучения SVM

Этап теста: после извлечения признаков, признаки изображения теста будут образованы один вектор имеется подобную структуру как изображения обучения. Используется файл модели *.model для классификации. Результатом теста является вектор меток, к которому он принадлежит.

Мы построили пространство признаков (3D), где по осям отложены три признака: объём груди, талии и бедер. По методу SVM, нам нужно найти разделяющую гиперплоскость, которую можно использовать для классификации новых антропометрических данных.

Если вектор признаков принадлежит мужчинам класса, маркер вектора равен 1. Если вектор признаков принадлежит женщинам класса, маркер вектора равен 0.

Мы использовали основные параметры SVM:

SVM type: C_SVC: мульти-класс классификация.

Kernel type rbf: радиальная базисная функция,

gamma: 0.33333

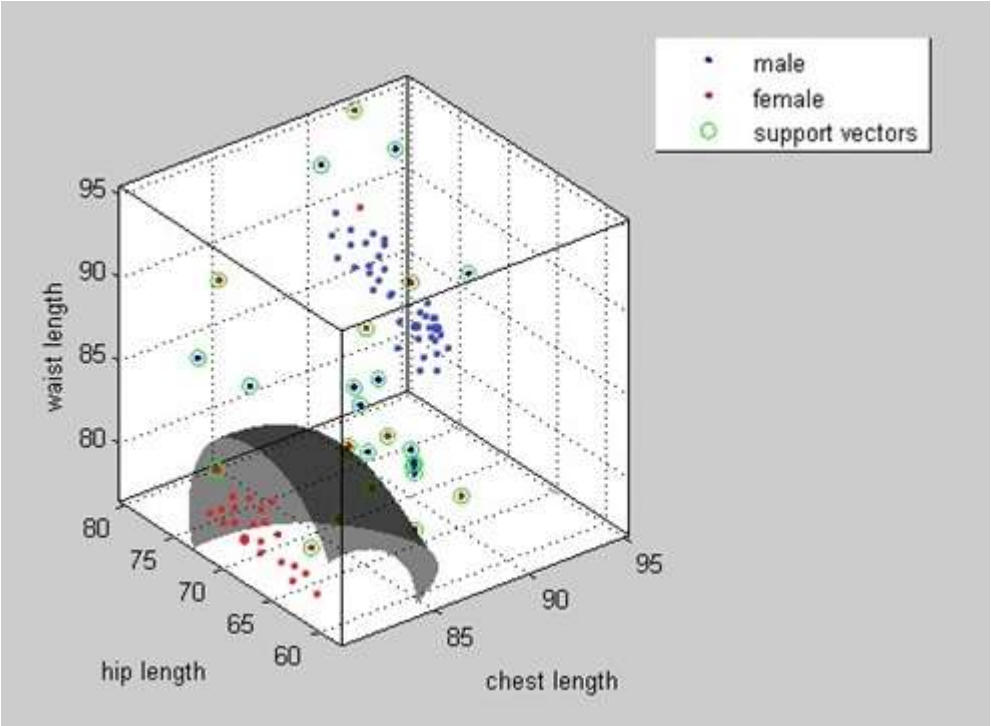


Рисунок 5 - Результаты классификации SVM. Синие точки: мужчины, красные точки: женщины, зелёные точки: опорные векторы

5. Вывод. Классификация человека это полезное приложение для многих будущих сценариев взаимодействия человека с компьютером. Эта статья описывает классификацию людей по антропологическим признакам. Система извлекает ряд антропометрических признаков, в том числе: длины рук, объем груди, ширина плечей, объем бедер, длины ног. Есть три основных результатов в этой статье. Во-первых, демонстрация антропологической схемы выделения признаков обеспечивает надежную систему классификации людей в статическом изображении. Во-вторых, база данных, собранная непосредственно с помощью обычных камер и алгоритма обработки на основе передовых технологий обработки изображений, обеспечивает достаточную точность и время выполнения. В-третьих, полученные результаты позволили находить кластеры типовых размеров одежды с дифференциацией по полу и могут быть использованы в швейной помышленности.

Наконец, наша дальнейшая работа заключается в применении полученных результатов в области моды и дизайна одежды поэтому система должна функционировать в режиме реального времени и полностью автоматически.

Авторы выражают благодарность доценту Сидорову Д.Н. за постановку задачи и внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Y.L. Lin, M.J. Wang. Automatic Feature Extraction from Front and Side Images. Singapore: International conference on Industrial Engineering and Engineering Management, Dec 2008. pp.1949-1953.

2. Y.L. Lin, M.J. Wang. Constructing 3D Human Model from 2D images. Xiemen: International conference on Industrial Engineering and Engineering Management, Oct 2010. pp.1902-1906.

3. Y.L. Lin, M.J. Wang. Constructing 3D human model from front and side images. Expert Systems with Applications, Vol. 39, No. 5, April 2012. pp. 5012–5018.

4. S.A. Rahman, S.-Y. Cho, M.K.H. Leung. Recognizing human actions by analyzing negative spaces. IET Computer Vision, Vol. 6, No. 3, 2012. pp. 197–213.

5. D. Pickup, X. Sun, P.L. Rosin, R.R. Martin, etc… SHREC'14 Track: Shape Retrieval of Non-Rigid 3D Human Models. Proc. of Eurographics Workshop on 3D Object Retrieval, 2014. pp. 101-110.

6. M.Barnard, M.Matilainen, J.Heikkila. Body part segmentation of noisy human silhouette images. Multimedia and Expo, IEEE International Conference on, IEEE, 2008. pp. 1189–1192.

7. L. Jiang, J. Yao, B. Li, F. Fang, Q. Zhang, M.Q.-H. Meng. Automatic body feature extraction from front and side images. Journal of Software Engineering and Applications **5**(12), 2013. p. 94.

8. H. Freeman. On the encoding of arbitrary geometric configuration. IRE Transactions on Electronics Computers, Vol. EC-10, No. 2, 1961. pp. 264–268.

9. A. Mittal, L. Zhao, L.S. Davis. Human body pose estimation using silhouette shape analysis. Advanced Video and Signal Based Surveillance, 2003. Proceedings. IEEE Conference on, IEEE, 2003. pp. 263–270.

10. G. Mori, X. Ren, A.A. Efros, J.Malik, etc... Recovering human body configurations: Combining segmentation and recognition, Computer Vision and Pattern Recognition. CVPR 2004. Proceedings of the 2004 IEEE Computer Society Conference on, Vol. 2, IEEE, 2004. pp. II–326.

11. C. Cortes, V. Vapnik. Support-vector networks. Machine Learning, 1995. 20(3):273–297.

12. E. Han. 3D body-scanning to help online shoppers find the perfect clothes fit. The Sydney Morning Herald, National, January 18, 2015. URL: http://www.smh.com.au/national/3d-bodyscanning-to-help-online-shoppers-find-the-perfect-clothes-fit-20150117-12qmfs.html

ANTHROPOLOGICAL FEATURES ANALYSIS USING MACHINE LEARNING METHODS

© 2015

Nguyen The Long, postgraduate students of the Department of Computer Sciences
Irkutsk State Technical University, Irkutsk (Russia), thelongit88@gmail.com
Nguyen Thu Huong, postgraduate students of the Department of Computer Sciences
Irkutsk State Technical University, Irkutsk (Russia)

УДК 51.74

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

© 2015

А.Н. Сокольников, кандидат технических наук, доцент,
доцент кафедры математики и информатики
АНОО ВО «Одинцовский гуманитарный университет», Одинцово, Московской области (Россия), Alexsokol78@yandex.ru

Некоторые параметры летательного аппарата могут быть оценены по характеру отраженного сигнала. Характер флюктуации отраженного сигнала зависит от размеров, формы, относительного движения и свойств поверхностного слоя аппарата.

По характеру отраженного сигнала может быть принято решение о том какова ориентация аппарата в пространстве.

Амплитуда, фаза и поляризационные характеристики отраженных сигналов характеризуют размер, форму аппарата и его пространственное расположение.

Размеры аппарата определяются непосредственно по флюктуациям отраженного радиолокационного сигнала, характеризующего эффективную поверхность рассеивания (ЭПР) цели в направлении на радиолокационную станцию (РЛС).

Точный расчет их отражательных свойств многих элементов летательных аппаратов труден, а иногда и практически невозможен. В приближенных расчетах предварительно необходимо решить два вопроса: какие элементы данного аппарата вносят основной вклад в суммарное отраженное поле и насколько точными должны быть формулы и методы расчета этих отражателей [4].

Математическую модель отраженного сигнала можно считать удовлетворительной, если она позволяет правильно описать лепестковую структуру диаграммы отражения, положение основных максимумов и минимумов отражения и количество лепестков и обеспечивает погрешность вычислений максимальных и средних значений ЭПР, соизмеримую с погрешностью измерений на РЛС (порядка 1÷3 дБ).

Максимальные выбросы ЭПР в диаграмме отражения обусловлены, как правило, зеркальными отражениями от элементов, один или оба радиуса кривизны которых, равны бесконечности (цилиндр, конус, пластина, диск). Зеркальные отражения сосредоточены в узких телесных углах, но их вклад в среднее значение ЭПР составляет более 90%. Поэтому со всех точек зрения вклад таких элементов в суммарную диаграмму отражения должен рассчитываться с максимальной точностью (порядка 0,5÷1 дБ).

Анализ литературы показал, что основными элементами формой и отражательными характеристиками которых можно аппроксимировать практически все элементы летательных аппаратов являются пассивный вибратор, сфера, плоская пластина, цилиндр и конус.

Пассивный вибратор. Простейшим примером тела, соизмеримого с длиной волны, является пассивный вибратор в виде тонкого провода или узкой металлической полоски. При равенстве длины вибратора l целому числу

полуволн λ/2 наступает резонанс наведенного тока. Поэтому зависимость σ от величины отношения l/λ носит резонансный характер, что является основной особенностью рассматриваемого случая. Второй особенностью является зависимость σ от направления прихода волны и поляризации приемной и передающей антенн.

Эффективная поверхность полуволнового вибратора будет равна

$$\sigma = 4\pi r^2 \frac{E_{np}^2}{E_{ц}^2} = 4\pi \left(\frac{60\pi h_{д}^2}{\lambda |Z|} \right)^2 . \quad (1)$$

Настроенный в резонанс полуволновый вибратор имеет только активную составляющую сопротивления излучения, равную R=73 Ом, и действующую высоту $h_д=\lambda/\pi$. Поэтому резонансное значение его эффективной поверхности

$$\sigma_0 = 0{,}86\lambda^2 = 0{,}86(2l)^2, \quad (2)$$

где $l=\lambda/2$ – соответствующая резонансная длина вибратора.

Полученный результат (2) показывает, что эффективная поверхность полуволнового вибратора при резонансе значительно превышает его собственную геометрическую площадь.

Сфера. Сфера – единственное конечное тело, для которого получено точное решение задачи дифракции плоской электромагнитной волны при произвольных направлениях излучения и приема. Поэтому сфера является единственным абсолютным эталоном при калибровке РЛС. Формула ЭПР сферы, размеры которой значительно больше длины волны

$$\sigma_{ц} = \pi r^2, \quad (3)$$

где r – радиус сферы. То есть ЭПР сферы для $r>>\lambda$ численно равна площади круга его видимого сечения.

Вследствие симметрии этот результат не зависит от направления облучения, так что диаграмма обратного рассеяния шара имеет вид сферы.

Выясним характер изменения ЭПР шара при произвольном отношении r/λ. На примере шара можно наглядно проиллюстрировать три характерные области отражения:

1) длина волны много больше размеров цели, что соответствует релеевскому рассеянию, когда главную роль играют дифракционные явления;

2) длина волны одного порядка с размерами цели, что соответствует области «резонансного рассеяния»;

3) длина волны много меньше размеров цели, что соответствует области поверхностного и краевого рассеяния, называемой также оптической областью.

При $r<<\lambda$ (например, $r/\lambda<0{,}1$) шар ведет себя подобно элементарному вибратору, т.е. ЭПР остается пропорциональной $(2r)^6/\lambda^4$. При $\varepsilon'>>1$ (например, для воды $\varepsilon'\approx 80$):

$$\sigma_{ц} = 64\pi^5 \frac{r^6}{\lambda^4}. \quad (4)$$

По мере роста r/λ величина $\sigma_ц$ монотонно растет, пока не возникнут резонансные явления. Максимум ЭПР получается тогда, когда шар становится подобным резонансному полуволновому вибратору и вдоль его полуокружности

длиной πr укладывается полуволна тока, т.е. $\pi r/\lambda=0,5$ или $r/\lambda=0,5\pi=0,16$ (точнее, максимум соответствует $r/\lambda=0,17$).

Круговой цилиндр. Средняя ЭПР цилиндра в приближении метода физической оптики:

$$\overline{\sigma} \approx krL^2 \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \omega(\theta) \frac{\sin^2(kL\sin\theta)}{(kL\sin\theta)} \cos\theta d\theta, \quad (5)$$

где k – волновое число; $\omega(\theta)$ – плотность распределения углов качки в плоскости образующей цилиндра; пределы интегрирования определяются видом $\omega(\theta)$.

Выпуклый цилиндр. Формулы для расчета средней ЭПР кругового цилиндра достаточно просто обобщаются на случай, когда контур поперечного сечения цилиндра представляет собой выпуклую гладкую линию без изломов, радиус кривизны которой много больше длины волны. Очевидно, что в приближении метода физической оптики ЭПР сравниваемых цилиндров будет одинакова, если с выбранного направления радиус кривизны цилиндра совпадает с радиусом кругового цилиндра.

Диск. Средняя ЭПР диска в приближении метода физической оптики

$$\overline{\sigma} = 4\pi k^2 r^4 \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \omega(\theta) \left[\frac{J_1(2kr\sin\theta)\cos\theta}{2kr\sin\theta} \right]^2 d\theta, \quad (6)$$

где $2r$ – диаметр диска; $J_1(2kr\sin\theta)$ – функция Бесселя первого рода; угол θ отсчитывается от нормали к плоскости диска.

Конус. Точный расчет отражающих свойств конуса методом физической оптики может быть произведен только с носового направления (причем для конуса бесконечной длины). ЭПР в этом случае равна

$$\sigma = \frac{\lambda^2}{16\pi} tg^4\alpha, \quad (7)$$

где α - половинный угол по вершине конуса.

В остальных случаях физико-оптический интеграл через известные функции не выражается и его численное определение на ЭВМ непроизводительно и неэффективно из-за несоответствия постулируемых токов реальным.

Применение правила $\lambda/16$, позволяет упростить и решить аналитически данную задачу. Суть этого правила заключается в том, что конус заменяется плоской пластиной, отстоящей на $\lambda/16$ от его освещенной образующей. У конуса и эквивалентной ему пластины в этом случае совпадают фазовые центры, σ_0 и диаграмма отражения в продольной плоскости. Эквивалентным сечением полного конуса является плоская параболическая пластина, отстоящая на $\lambda/16$ от освещенной образующей конуса.

Комплексный коэффициент отражения параболической пластины, эквивалентный полному конусу, при ее облучении под углом θ от нормали и при отсчете фазы от вершины параболы (приближенно - от вершины конуса) определяется выражением:

$$S(\theta) = -i\frac{2\sqrt{\pi}}{\lambda} \int h_{экв}(x) \cdot e^{-12kx\sin\theta} \cos\theta dx =$$

$$= \sqrt{\frac{2\pi a}{\lambda \cos\gamma}} \cdot 1 \cdot \cos\theta \left\{ \frac{e^{-1} - \left(\sqrt{\pi/2\Phi}\left[C(\Phi) - iC(\Phi)\right]\right)}{\Phi} \right\}, \quad (8)$$

где Ф=2*kl*sinθ; *S*(Ф), *C*(Ф) – интегралы Френеля.

Таким образом, зная отражательные характеристики основных конструктивных элементов летательного аппарата, можно достаточно правильно смоделировать отражательные характеристики аппарата в целом, как суперпозицию отражений от различных элементов. Например, ЭПР цилиндрической цели при изменении ракурса наблюдения от 0 до 180 градусов, отсчитывая от продольной оси, можно представить как сумму ЭПР оснований и боковой поверхности. Основания, очевидно, представляют диски, а ЭПР боковой поверхности рассчитывается как выше рассмотренная ЭПР цилиндра [4].

На рис. 1 изображена смоделированная таким образом ЭПР цилиндра с основанием равным 0,5 м, высотой - 2 м, при длине волны – 0,1 м. Очевидно, что цилиндр имеет три точки зеркального отражения, когда облучающая волна падает по нормали к основаниям и боковой образующей цилиндра, что наглядно видно на рисунке.

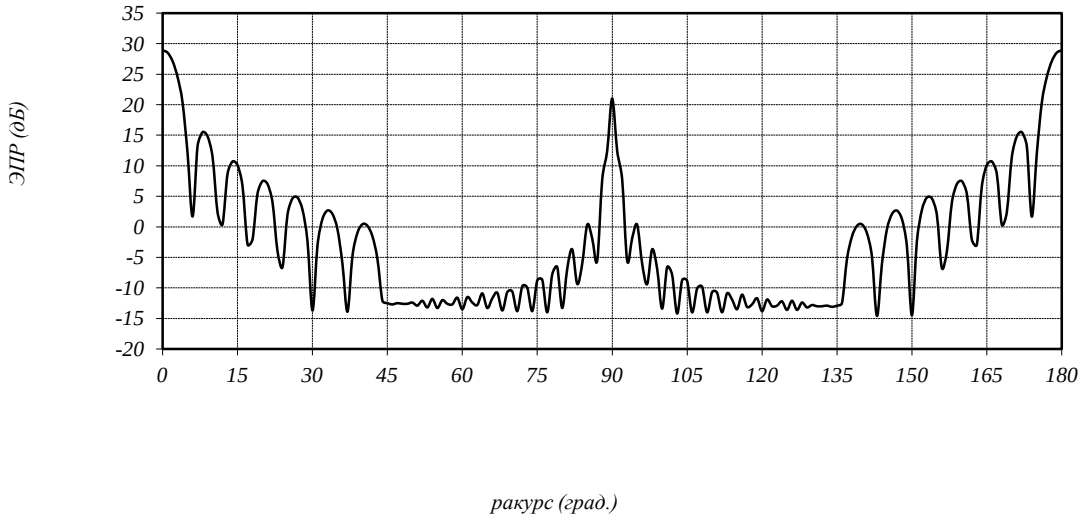


Рисунок 1 - Модель ЭПР цилиндра

При отражении радиолокационного сигнала от конуса будет наблюдаться две точки зеркального отражения при изменении ракурса от 0 до 180 градусов, начиная с носовой части. Когда облучаемый сигнал падает по нормали к образующей боковой поверхности или по нормали к основанию конуса. На рис. 2 изображена смоделированная ЭПР конуса с высотой 2 м, углом полураствора 10 градусов, при длине волны 0,1 м (нулевой ракурс соответствует облучению с носовой части). Таким же образом, зная размеры и форму, может быть смоделирована с приемлемой точностью ЭПР практически любого конструктивного элемента и летательного аппарата вцелом.

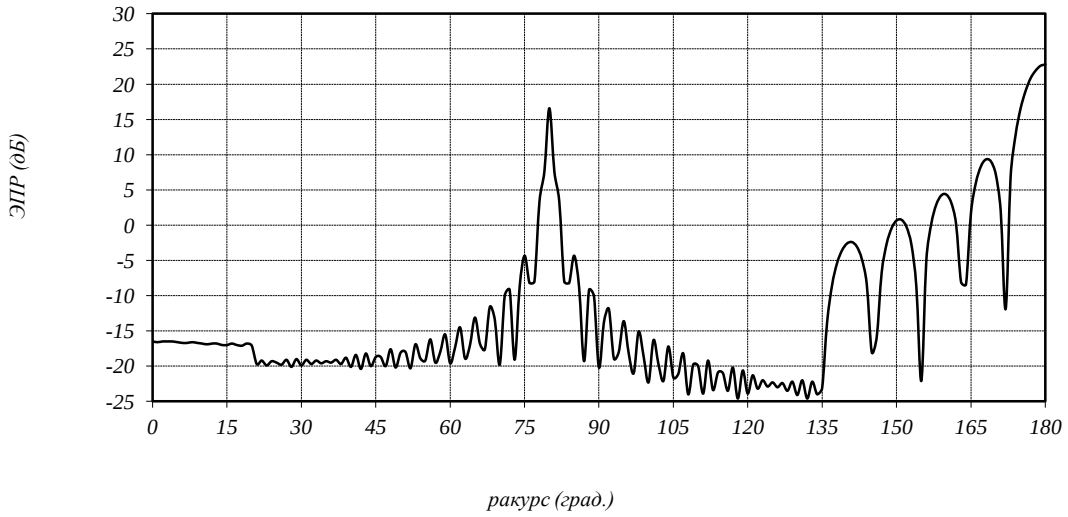


Рисунок 2 - Модель ЭПР конуса

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адати С. Поперечное сечение обратного рассеяния осесимметричных тонких тел с заостренными концами при лобовом освещении // ТИИЭР. 1965. Т. 53. № 8. С. 1215-1216.

2. Бартон Д., Вард Г. Справочник по радиолокационным измерениям. М.: Сов. радио, 1976. 392 с.

3. Васильев Е.Н., Гореликов А.И., Ефимова И.Г. Дифракция электромагнитного импульса на конечном круговом конусе // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1981. Т. 24. № 3. С. 343-348.

4. Кобак В.О. Радиолокационные отражатели. М.: Сов. радио, 1975. 247 с.

5. Козлов А.И., Логвин А.И. Отражательные характеристики радиолокационных целей. М.: МГУГА, 1995. 70 с.

6. Моделирование в радиолокации / А.И. Леонов, В.Н. Васенков и др.; Под ред. А.И. Леонова. М.: Сов. радио, 1979. 263 с.

7. Радиолокационные характеристики летательных аппаратов / М.Е. Варганов, Ю.С. Зиновьев, Л.Ю. Астанин и др.; Под ред. Л.Т. Тучкова. М.: Радио и связь, 1985. 236 с.

8. Теоретические основы радиолокации / Я.Д. Ширман, В.Н. Голиков, И.Н. Бусыгин и др.; Под ред. Я.Д. Ширмана. М.: Сов. радио, 1970. 560 с.

9. Штагер Е.А. Рассеяние радиоволн на телах сложной формы. М.: Радио и связь, 1986. 184 с.

10. Сокольников А.Н., Харламов Г.Ю. Особенности моделирования отражательных характеристик СБЦ. Научно-технический сборник статей по материалам IV научно-технической конференции ФВА РВСН, 1999.

MATHEMATICAL MODEL OF RADAR CHARACTERISTICS OF AIRCRAFT

© 2015

A.N. Sokolnikov, candidate of technical sciences,
Associate Professor, Department of Mathematics and Computer Science
Odintsovo humanitarian University, Odintsovo the Moscow region (Russia),
Alexsokol78@yandex.ru

УДК 621.001.63

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ АНАЛИЗЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ МАНИПУЛЯТОРНОГО ТИПА

© 2015

В.И. Третьяков, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики и высокопроизводительных вычислений
ФГАОУ ВПО «Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова», Архангельск (Россия), vicivtr@yandex.ru

Леса являются одним из основных элементов биосферы. Одной из основных задач лесохозяйственной отрасли является улучшение воспроизводства и использования лесных ресурсов. Большие объемы работ по лесовосстановлению невозможны без применения передовой технологии на базе комплексной механизации и автоматизации всех технологических процессов. Для решения поставленных задач необходимо использовать современные методы проектирования, позволяющие создавать новые высокоэффективные и совершенствовать существующие машины и технологическое оборудование для работы на вырубках.

Основные недостатки традиционных методов расчета проектируемых машин заключаются в том, не учитывается стохастический характер процессов управления, не принимаются во внимание различные технологические варианты, не рассматривается многообразие природно-климатических условий. Поэтому в ряде случаев новые машины не обеспечивают стабильную производительность, недостаточно надежны, металлоемки и т.п.

Для создания высокоэффективных машин целесообразно применять новые методы расчета, учитывающие основные особенности системы «машина – окружающая среда», с использованием управляемых имитационных комплексов, вероятностных расчетов нагрузок и т.п.

Одним из решающих факторов, определяющих надежность лесных машин в целом и отдельных их элементов, являются динамические нагрузки. Поэтому снижение уровня динамических нагрузок, действующих на элементы конструкции лесных машин в различных эксплуатационных режимах, является одним из основных способов повышения надежности.

Для проведения теоретических исследований разработаны математическая модель динамической системы «лесная машина с манипулятором – вырубка», имитационная модель для прогнозирования нагруженности элементов конструкции с учетом вероятностных характеристик условий эксплуатации, а также ожидаемых эксплуатационных режимов работы [1,2].

Реальный рабочий процесс опорных элементов лесной машины представляет собой случайные колебания, вызванные случайным характером неровностей пути. Поэтому оценка работы опорных элементов машины может быть получена на основе методов теории вероятностей и статистической динамики.

Рассматривая воздействие микропрофиля пути как случайный стационарный процесс и характеризуя его спектральной плотностью, реакцию динамической системы также определяют как случайный процесс, обладающий спектральной плотностью [3].

Связь между спектрами входа $X_{вх}(S)$ и выхода $X_{вых}(S)$ характеризуется передаточной функцией W(S), определяющей интенсивность реакции динамической системы на заданный случайный процесс возбуждения

$$W(S) = \frac{X_{вых}(S)}{X_{вх}(S)}, \quad (1)$$

где $S=\sigma+i\omega$ – комплексная переменная.

Входным воздействием является возмущение от неровностей пути при движении машины. Выходными параметрами могут быть перемещения, скорости, ускорения, а также динамические нагрузки в элементах конструкции. При заданном возмущающем воздействии определение нагруженности основных агрегатов и узлов машины связано с выбором структуры эквивалентных динамических систем, упрощении их и расчета передаточных функций, характеризующих связь между воздействием случайного микропрофиля пути и нагруженностью элементов машины.

Расчетную схему динамической системы «лесная машина с манипулятором – вырубка» представим в виде дискретных масс, соединенных упругими звеньями, что позволяет описать движение машины ограниченным числом уравнений. Изучение процессов движения машины при этом сводится к исследованию уравнений движения каждой из взаимодействующих сосредоточенных масс, положение которых определяется одной линейной обобщенной координатой [1, 2].

Дифференциальные уравнения движения будут следующие:

$$m_0\ddot{z}_0 + (k_1 + k_2)\dot{z}_0 + (c_0 + c_{12})z_0 - k_2\dot{z}_2 - c_{12}z_2 = k_1\dot{z}_{оп} + c_0 z_{оп},$$
$$m_2\ddot{z}_2 + k_2\dot{z}_2 + c_{12}z_2 - k_2\dot{z}_0 - c_{12}z_0 = 0, \quad (2)$$

где m_0 – масса опорно-поворотной конструкции манипулятора и подрессоренной базы, динамически приведенная к концу рукояти (точке подвеса рабочего органа),

m_2 – масса стрелы, рукояти и рабочего органа, динамически приведенная к концу рукояти,

z_0, z_2 – обобщенные координаты центров приведенных масс m_0, m_2,

c_0 – жесткость опорно-поворотной конструкции и подрессоренной базы, приведенная к концу рукояти,

c_{12} – приведенная жесткость стрелы с рукоятью с учетом жесткости гидроприводов,

k_1, k_2 – составляющие демпфирующих сопротивлений, соответственно подвески корпуса и манипулятора,

$h=2z_{оп}$ – приведенная высота обособленной неровности.

Координата $z_{оп}$ отсчитывается от линии, характеризующей математическое ожидание микропрофиля вырубки.

Уравнения движения (2) запишем в форме более удобной для расчетов с помощью подстановки следующих обозначений:

$p_2 = \sqrt{\frac{c_{12}}{m_2}}$ - частота собственных колебаний манипулятора (массы m_2),

$p_0 = \sqrt{\frac{c_0}{m_0}}$ - частота колебаний подрессоренной базы (массы m_0),

$2\mu_2 = \frac{k_2}{m_2}$ - коэффициент сопротивления манипулятора,

$2\mu_1 = \frac{k_1}{m_0}$ - коэффициент сопротивления подвески,

$\lambda = \frac{m_2}{m_0}$ - коэффициент, выражающий отношение массы манипулятора к массе подрессоренной базы.

Система (2) примет вид:

$$\ddot{z}_0 + \left(\frac{2\mu_2}{\lambda} + 2\mu_1\right)\dot{z}_0 + \left(\frac{p_2^2}{\lambda} + p_0^2\right)z_0 - \frac{2\mu_2}{\lambda}\dot{z}_2 - \frac{p_2^2}{\lambda}z_2 = 2\mu_1\dot{z}_{on} + p_0^2 z_{on},$$

$$\ddot{z}_2 + 2\mu_2\dot{z}_2 + p_2^2 z_2 - 2\mu_2\dot{z}_0 - p_2^2 z_0 = 0. \quad (3)$$

Преобразуем по Лапласу систему уравнений (3), в результате дифференциальные уравнения заменяются алгебраическими, что упрощает расчеты и позволяет определить передаточную функцию, характеризующую динамические свойства элементов системы:

$$s^2 z_0(s) + \left(\frac{2\mu_2}{\lambda} + 2\mu_1\right)sz_0(s) + \left(p_0^2 + \frac{p_2^2}{\lambda}\right)z_0(s) - \frac{2\mu_2}{\lambda}sz_2(s) - \frac{p_2^2}{\lambda}z_2(s) = 2\mu_1 sz_{on}(s) + p_0^2 z_{on},$$

$$s^2 z_2(s) + 2\mu_2 sz_2(s) + p_2^2 z_2(s) - 2\mu_2 sz_0(s) - p_2^2 z_0(s) = 0, \quad (4)$$

где $z_0(s)$, $z_2(s)$, $z_{on}(s)$ –лапласовы изображения соответственно координат z_0, z_2 и z_{on},

$s=\sigma+i\omega$ – комплексная частота.

Несмотря на сложность сопряжений элементов конструкций, можно считать, что связь нагрузок в сочленениях и возникающих деформаций отдельных узлов близка к линейной. Это объясняется значительным запасом прочности, в силу чего даже при больших перегрузках переход в зону пластических деформаций практически исключается.

При движении лесной машины с манипулятором по вырубке связь между нагруженностью манипулятора и упругими перемещениями массы m_2 выразится следующим образом:

$$Q_м = c_{12}\left(z_2 - z_{0)}\right), \quad (5)$$

а связь между нагруженностью подвески базы с упругими перемещениями массы m_0 , будет

$$Q_n = \frac{1}{2}c_0\frac{r_0}{L_б}(z_{on} - z_0), \quad (6)$$

где r_0 – радиус поворота массы m_2 относительно центра неподвижной системы координат,

$L_б$ – расстояние между осями балансиров.

Передаточные функции динамической системы для выходов в виде упругих деформаций (перемещений) масс m_2 и m_0 будут соответственно:

$$W_2(s) = \frac{z_2(s) - z_0(s)}{z_{on}(s)}, \quad (7)$$

$$W_1(s) = \frac{z_{on}(s) - z_0(s)}{z_{on}(s)}. \quad (8)$$

Используя систему уравнений (4) и произведя некоторые преобразования, получаем

$$W_2(s) = \frac{-p_0^2 s^2 - 2\mu_1 s^3}{s^4 + b_1 s^3 + b_2 s^2 + b_3 s + b_4}, \quad (9)$$

где $b_1 = 2\mu_2\left(1+\frac{1}{\lambda}\right) + 2\mu_1,$

$b_2 = p_2^2\left(1+\frac{1}{\lambda}\right) + p_0^2 + 4\mu_1\mu_2,$

$b_3 = 2\mu_2 p_0^2 + 2\mu_1 p_2^2,$

$b_4 = p_0^2 p_2^2.$

Для вычисления квадрата модуля передаточной функции перейдем от комплексной переменной s к действительной частоте разложения, приняв σ=0, что допустимо в силу устойчивости системы. После преобразований получаем:

$$\left|W_2(i\omega)\right|^2 = \frac{p_0^4\omega^4 - 4\mu_1^2\omega^6}{\omega^8 + N_1\omega^6 + N_2\omega^4 + N_3\omega^2 + N_4}, \quad (10)$$

где $N_1 = b_1^2 - 2b_2,$

$N_2 = b_2^2 - 2b_1b_3 - 2b_4,$

$N_3 = b_3^2 - 2b_2b_4,$

$N_4 = b_4^2.$

Проведем аналогичные расчеты для определения передаточной функции от воздействия неровностей вырубки к вертикальным упругим деформациям опорных элементов базы и окончательно получаем:

$$\left|W_1(i\omega)\right|^2 = \frac{\omega^8 + N_5\omega^6 + N_6\omega^4}{\omega^8 + N_1\omega^6 + N_2\omega^4 + N_3\omega^2 + N_4}, \quad (11)$$

где $N_5 = (b_1 - b_5)^2 - 2(b_2 - b_6),$

$N_6 = (b_2 - b_6)^2,$

$b_5 = 2\mu_1,$

$b_6 = p_0^2 + 4\mu_1\mu_2.$

В статистической динамике устанавливается, что достаточно энергетический спектр воздействия на входе линейной системы умножить на квадрат модуля передаточной функции между входом и выходом, чтобы получить энергетический реакции системы на рассматриваемом выходе. Математически это запишем в виде:

$$S_y(\omega) = \left|W(i\omega)\right|^2 S_x(\omega). \quad (12)$$

Энергетические спектры упругих деформаций манипулятора $(z_2\text{-}z_0)$ и подвески корпуса $(z_{on}\text{-}z_0)$ согласно выражению (12) примут соответственно вид:

$$S_2(\omega) = \left|W_2(i\omega)\right|^2 S_x(\omega), \quad (13)$$

$$S_1(\omega) = \left|W_1(i\omega)\right|^2 S_x(\omega). \quad (14)$$

Таким образом, при заданном спектре случайного процесса воздействия со стороны поверхности вырубки формирование нагрузок элементов конструкции машин полностью определяется передаточной функцией колебательной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Третьяков В.И., Александров В.А. Анализ нагруженности элементов конструкции лесопосадочных агрегатов при технологических переездах // Повышение качества лесных машин и механизмов в процессе проектирования, изготовления, эксплуатации и ремонта: Межвуз. сб. науч. тр. СПбЛТА. Санкт-Петербург: Изд-во СПбЛТА, 1996. С. 143-151.

2. Третьяков В.И. Исследование нагруженности элементов лесных машин с манипулятором при случайном воздействии со стороны микропрофиля вырубки // Труды кафедры прикладной математики АГТУ. Вып. 2. Архангельск: Изд-во АГТУ, 2002. С. 137-146.

3. Третьяков В.И. Результаты статистических исследований микропрофилей вырубок // Повышение качества лесных машин в процессе их проектирования, изготовления, эксплуатации и ремонта: Межвуз. сб. науч. тр. СПбЛТА. Санкт-Петербург: Изд-во СПбЛТА, 1991. С. 101-103.

APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELING IN THE ANALYSIS OF DYNAMIC LOAD MECHANICAL SYSTEMS MANIPULATOR TYPE

© 2015

V.I. Tretyakov, candidate of technical Sciences, associate Professor
applied mathematics and high performance computing
Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk (Russia), vicivtr@yandex.ru

УДК 519.635.6:669-1

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НЕПРЕРЫВНОЛИТОГО СЛЯБА В УНРС

© 2015

Д.А. Филиппов, студент
ФГБОУ ВПО «Липецкий государственный технический университет», Липецк (Россия), Gaarakage95@yandex.ru

Непрерывная разливка стали прочно утвердилась в практике металлургического производства. В России доля заготовок, полученных непрерывнолитым способом, составляет около 70%. Расширение производственного потенциала металлургической отрасли неразрывно связано с улучшением технико-экономических показателей за счет снижения ресурсо- и энергозатрат, а также повышения эксплуатационных и качественных показателей металлопродукции.

Высокое качество непрерывнолитого металла в значительной степени зависит от возможности прогнозирования и управления процессами дефектообразования на основании сведений о параметрах разливки и химическом составе стали.

Поэтому, создание эффективных математических моделей способных прогнозировать напряженно-деформированное состояние (НДС) является весьма актуальной научной задачей.

1. Постановка задачи. Разработка методики расчета напряженно-деформированного состояния твердой фазы слитка в установке непрерывной разливки стали (УНРС).

Данная модель будет использована для оценки вероятности образования дефектов с учетом деформирования твердой фазы металла в процессе литья.

Для математического моделирования НДС непрерывнолитого сляба была взята принципиальная конструкция установки непрерывной разливки стали, которая используется на Новолипецком металлургическом комбинате (рис. 1).

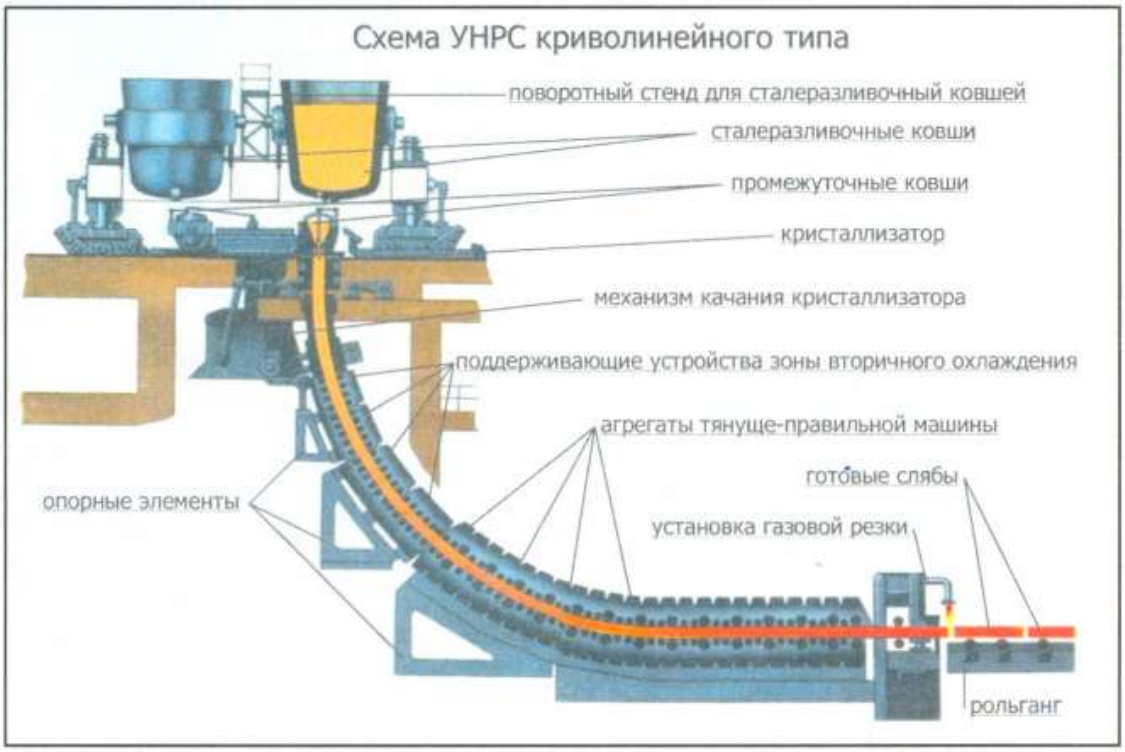


Рисунок 1 - Принципиальная схема установки непрерывной разливки стали

2. О решении задачи. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния сляба будет основано на методе конечных элементов (МКЭ), который широко используется в механике деформируемого тела[5].

Моделирование сляба происходит в двумерном пространстве, это достигается с помощью дискретизации бруса по времени. Таким образом, исследуемая область, представляет собой прямоугольник, который является срезом (рис 2.). Шаг по времени $\Delta t = 0{,}08$ мин.

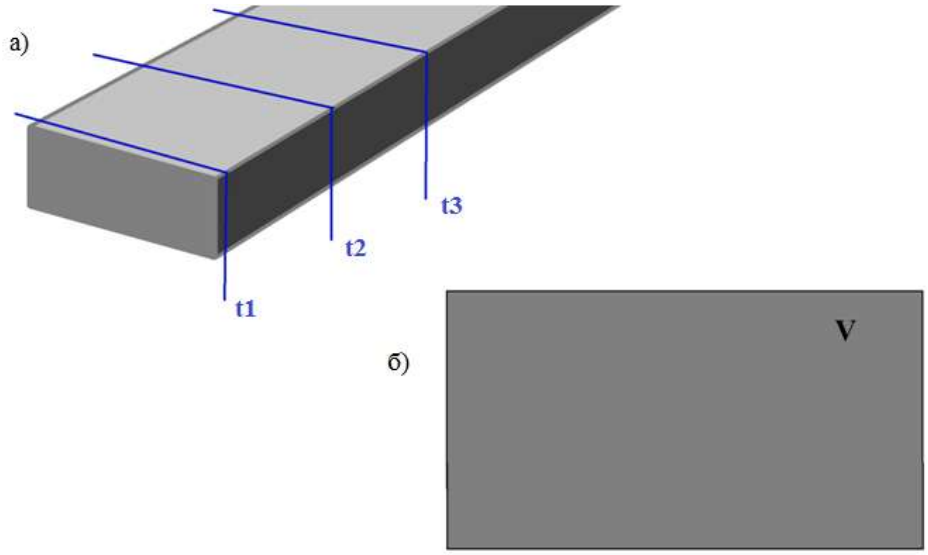


Рисунок 2 - Дискретизация сляба по времени. а) – общий вид сляба, б) – срез

Модель будет состоять из недеформируемых (абсолютно упругих) роликов, и деформируемого бруса, моделирующего только затвердевшую часть слитка (рис 3.). Ролики моделируются как аналитические недеформируемые цилиндрические поверхности.

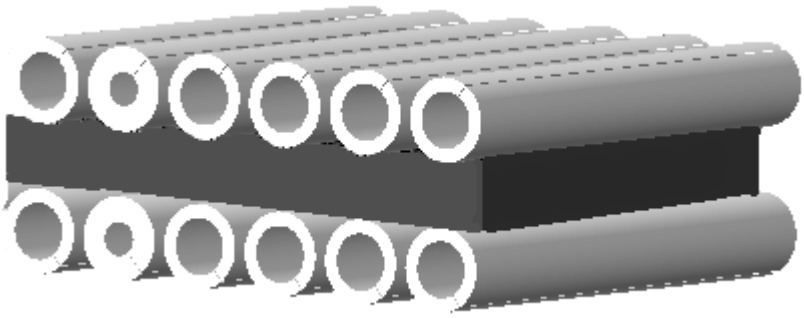


Рисунок 3 - Сляб в тянуще-правильных роликах

Для построения дискретной модели двумерной области обычно используются треугольники, поэтому сетка среза сляба будет состоять, из конечных элементов в виде треугольника.

Требование простоты элемента связано с тем, что при моделировании области должно быть использовано большое число элементов, поэтому деление области на треугольники, вероятно, наилучший способ разбиения.

В качестве моделируемого материала применяли низкоуглеродную сталь 08Ю с химическим составом, представленным в таблице 1. Распределение химических элементов по всему объему бруса предполагалось равномерным.

Таблица 1 - Химический состав стали 08Ю

Содержание элементов, %								
C	Si	Mn	Cr	Ni	Cu	Al	P	S
0,02-0,06	≤0,03	0,2-0,3	≤0,05	≤0,05	≤0,06	0,02-0,06	≤0,02	≤0,015

По этим данным были рассчитаны температуры солидуса и ликвидуса, на основе которых можно определить твердую (корочка) и жидкую фазы (рис. 4)

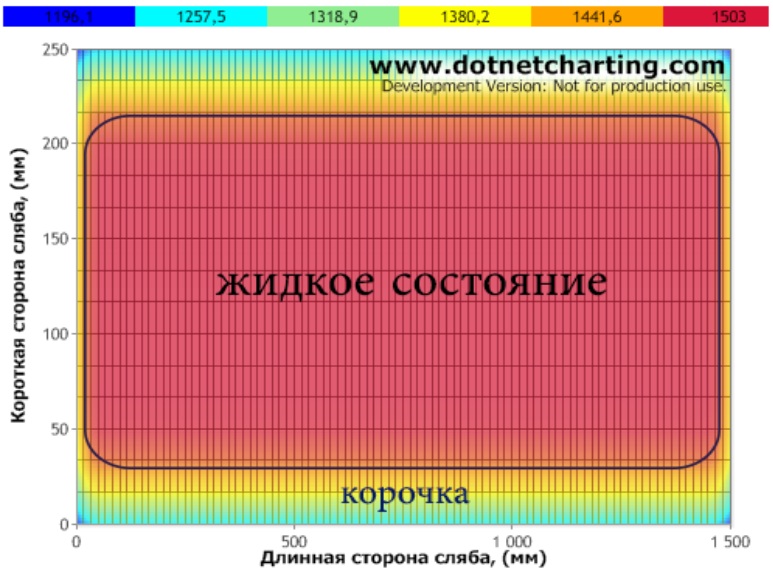


Рисунок 4 - Твердое и жидкое состояние сляба

Непрерывнолитой слиток в соответствии с его внутренней структурой можно разделить на две части:

1) содержащая твердую (корочка) и жидкую фазу;

2) содержащая твердую структуру по всему поперечному сечению.

Таким образом, в первой части слитка брус выполнен полым, т.е. рассматривается только корочка слитка, а вместо жидкой фазы на внутреннюю поверхность корочки наложено давление, соответствующее ферростатическому. Во второй части брус имеет сплошную структуру.

Количество конечных треугольных элементов, будет увеличиваться по мере увеличения области корочки в слябе. При переходе от жидкой к твердой фазе в структуру сетки будут вводиться дополнительные элементы, формирующее дно жидкой фазы (рис. 5).

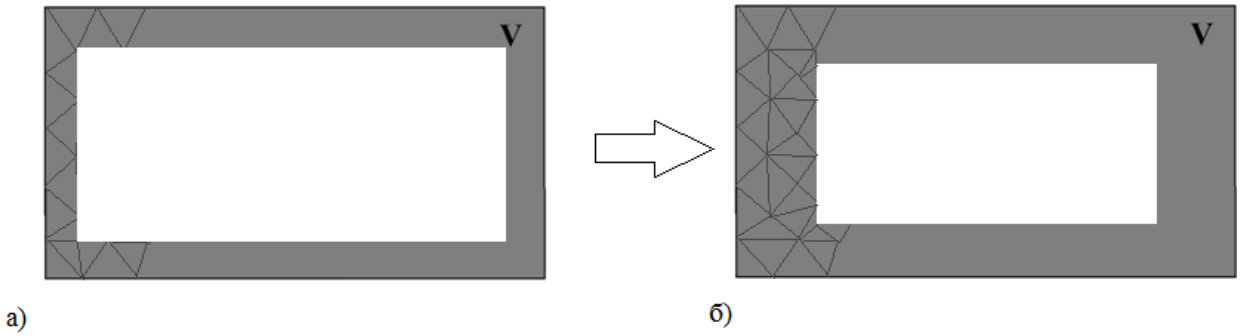


Рисунок 5 - Увеличение количества конечных элементов

Материал сляба моделируется как упругий материал, при этом учитывается неоднородность температуры по сечению заготовки.

Задача определения НДС затвердевающей заготовки относится к классу задач механики сплошной среды для тел с изменяющимися границами. При

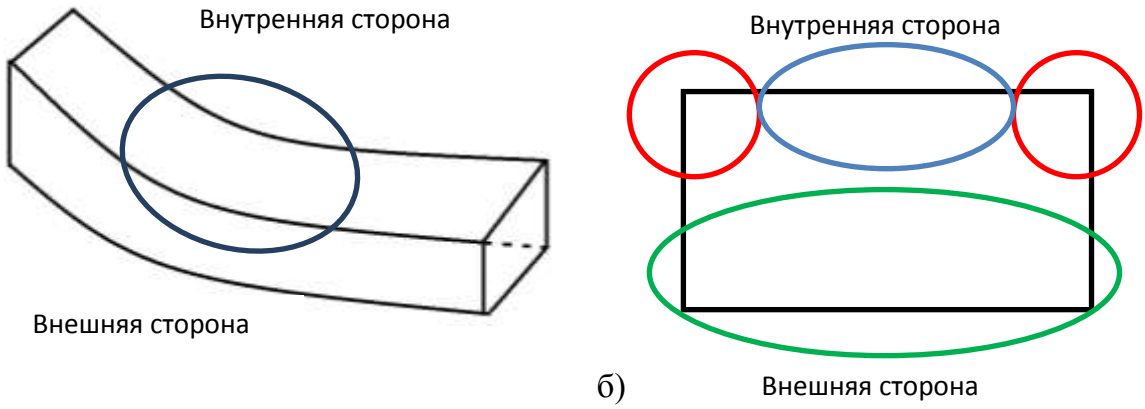
расчете НДС тела с изменяющимися границами обычно сначала определяют временные зависимости скоростей деформаций и изменения напряжений, а затем, интегрируя их по времени от момента затвердевания конкретного материального элемента тела, непосредственно получают деформации и напряжения в этом элементе, причем рассматривается деформирование только затвердевшей части тела с соответствующими граничными условиями на подвижной и неподвижной границах.

Вектор скоростей полных деформаций (векторная запись удобна для конечно элементной формулировки)

$$\xi = \frac{d\varepsilon}{dt}, \qquad (1)$$

где ε - вектор полных деформаций.

Рассматриваемая в данной работе УНРС имеет участок поворота, на котором стальной сляб меняет свою форму. При этом сначала сляб сжимается, а затем расширяется. Это грозит возникновением трещин. Самый «опасный» участок схематично отображен на рисунке 6.



а) б)

Рисунок 6 - Зона возможного возникновения трещин

Причем вероятность возникновения трещин больше со стороны внутреннего радиуса, т.к. там деформация стали значительно больше (рисунок 6б). Самый безопасный участок с точки зрения вероятности появления трещин выделен зеленым – это внешний радиус сляба, хотя нельзя говорить о том, что трещин там не возникает вообще. Максимально часто трещины возникают на ребрах внутренней стороны сляба. Эти трещины являются самыми опасными, т.к. несут за собой наибольшие повреждения сляба (сколы на углах). Трещины выделенные синим также опасны, но чуть менее, чем те, которые выделены красным.

Расчет НДС на этом участке будет происходить отдельно, а уже после данные о напряжении будут учитываться при основном расчете НДС сляба.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буланов Л.В., Корзунин Л.Г., Парфенов Е.П. Машины непрерывного литья заготовок. Теория и расчет. М.: Наука, 2004. 332 с.

2. Паршин В.М. Интеллектуальные системы управления качеством непрерывнолитой заготовки. М.: Сталь, 2005. № 20. С. 37-43.

3. Паршин В.М., Буланов Л.В. Непрерывная разливка стали. Липецк: ОАО «НЛМК». 2011. 221 с.

4. Чернявский А.О. Метод конечных элементов. Основы практического применения. М.: Машиностроение, 2007. 106 с.

5. Зенкевич О.С. Метод конечных элементов в технике / Пер. с англ. М., 1975. 539 с.

MATHEMATICAL MODELING OF THE STRESS-STRAIN STATE OF CONTINUOUSLY CAST SLABS IN UNRS

© 2015

D.A. Filippov, student

Lipetsk State Technical University, Lipetsk (Russia), Gaarakage95@yandex.ru

УДК 621.389:519.242

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО МОДУЛЯ

© 2015

С.А. Христич, магистрант группы 2-3М, кафедра информационные и измерительные системы и технологии

ФГБОУ ВПО «Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова», Новочеркасск (Россия), episheva-svetlana@rambler.ru

Исследуем погрешность коэффициента усиления узла мультиплексирования, представленного на рис. 1.

Исследования будем проводить для следующих условий эксплуатации:

- температура окружающей среды (рабочая) от -21 до +45°С;
- входное напряжение от 0,01 до 80 В;
- напряжение питания ±15 В.

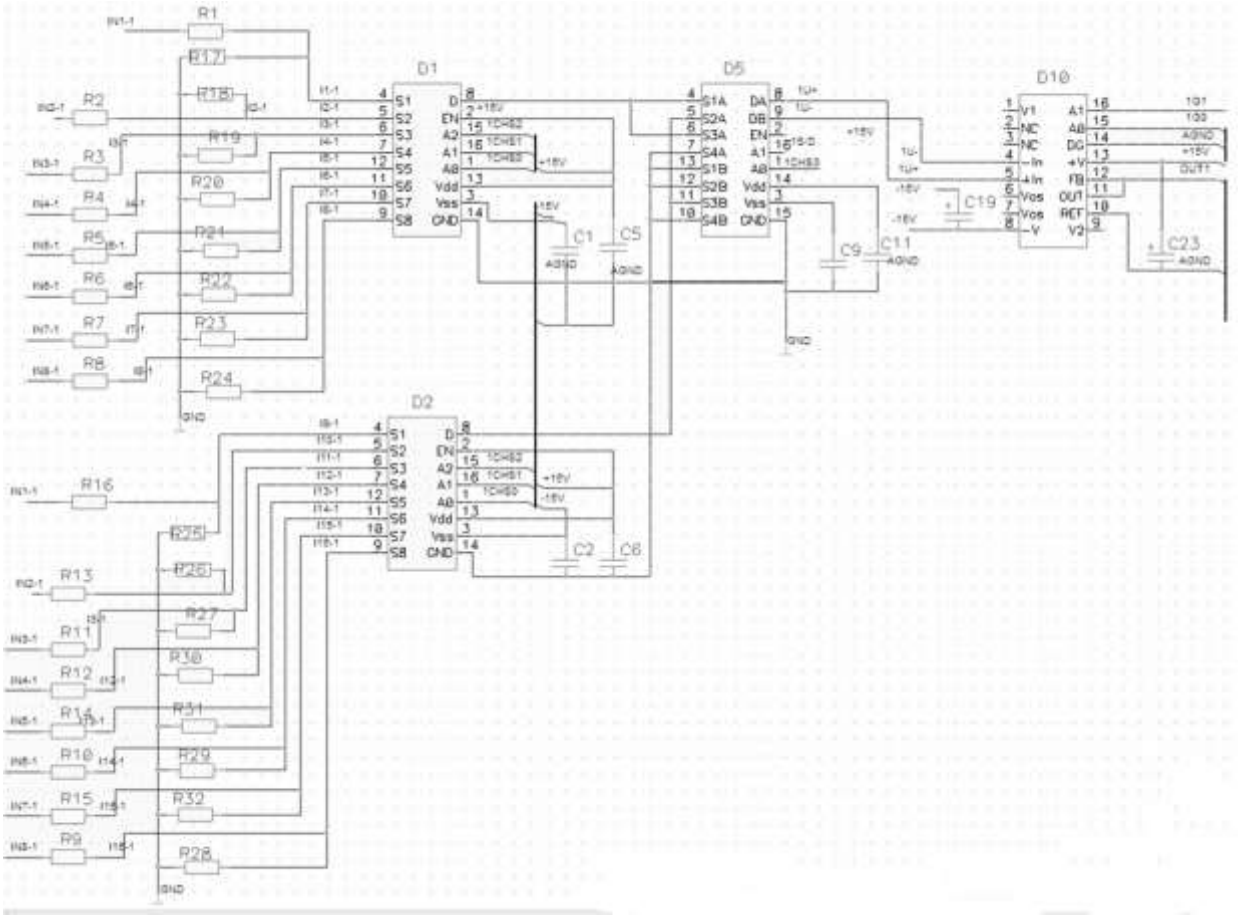


Рисунок 1 - Узел мультиплексирования

Микросхемы *D*1, *D*2, *D*5 представляют собой электронные быстродействующие переключатели. Сопротивление этих ключей зависят от температуры, напряжения питания и входного напряжения (Рис. 2) [1].

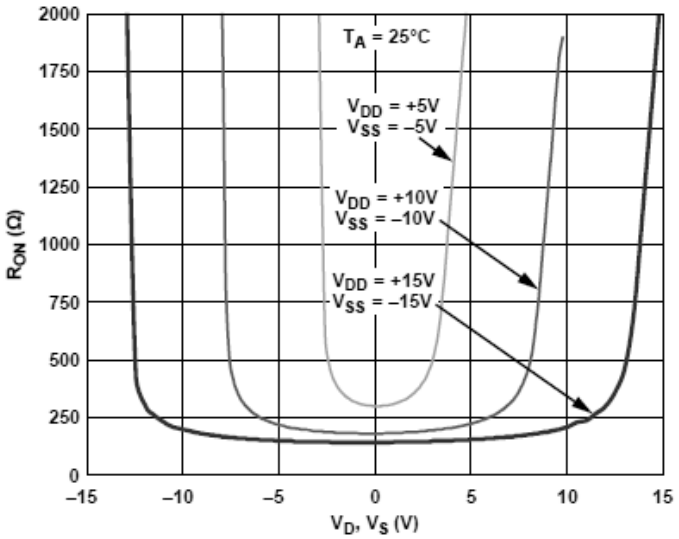


Рисунок 2 - Зависимость активного сопротивления ключа от входного напряжения при напряжение питания равного ±5, ±10 и ±15В

Микросхемы ключей можно представить в виде сопротивлений *R*on номиналом согласно Рис.2. Результаты *R*on показаны в таблице 1.

Микросхема *D*10 представляет собой усилитель с программируемым коэффициентом усиления на базе микросхемы *PGA*207. Коэффициент усиления *D*10 зависит от рабочей температуры [2].

Ошибка коэффициента усиления равна 10^{-5} на градус. Для моделирования упростим схему усилителя, заменив его сумматором с коэффициентом усиления, зависящем от температуры.

Температура влияет и на резисторы *R*1…*R*16 (ТКС=25x10^{-6} [3]), а *R*17..*R*32 (ТКС=10x10^{-6} [3]).

В таблице 1 приведены условия проведения эксперимента.

Таблица 1 - Результаты измерений

	U питания, В		*U* входное, В *V*1=*V*2		Температура, С°		*Ron*, Ом	*K* оп	*K* сумма-тора	*U*, В инверт. усилителя	*K* измерен-ное	Δ*R*17 кОм	Δ *R*1 кОм	Δ*K*
	*X*1		*X*2		*X*3									
1	+	14,12	+	72,92	+	-15,16	180	1,0004	0,1251	-9,14	-0,1253397	20,02008	140,06	-0,0003397
2	-	5,88	+	72,92	+	-15,16	4347	1,0004	0,1251	-9,14	-0,1253397	20,02008	140,06	-0,0003397
3	+	14,12	-	7,08	+	-15,16	150	1,0004	0,1251	-0,885	-0,1250119	20,02008	140,06	-0,0000119
4	-	5,88	-	7,08	+	-15,16	230	1,0004	0,1251	-0,885	-0,1250119	20,02008	140,06	-0,0000119
5	+	14,12	+	72,92	-	39,16	180	0,9999	0,125	-9,116	-0,1250106	19,99292	139,98	-0,0000106
6	-	5,88	+	72,92	-	39,16	4347	0,9999	0,125	-9,116	-0,1250106	19,99292	139,98	-0,0000106
7	+	14,12	-	7,08	-	39,16	150	0,9999	0,125	-0,885	-0,125042	19,99292	139,98	-0,000042
8	-	5,88	+	7,08	-	39,16	230	0,9999	0,125	-0,885	-0,125042	19,99292	139,98	-0,000042
9	+α	15	0	40	0	12,00	140	1,00013	0,12504	-5	-0,1250000	20,00650	140,0182	0
10	-α	5	0	40	0	12,00	400	1,00013	0,12504	-5	-0,1250000	20,00650	140,0182	0
11	0	10	+α	80	0	12,00	1690	1,00013	0,12504	-9,999	-0,1249875	20,00650	140,0182	0,0000125
12	0	10	-α	0,01	0	12,00	179	1,00013	0,12504	-0,00125	-0,1250000	20,00650	140,0182	0
13	0	10	0	40	+α	45,00	563	0,99980	0,12494	-5	-0,1250000	19,99000	139,9720	0
14	0	10	0	40	-α	-21,00	563	1,00046	0,12513	-4,999	-0,1249750	20,02300	140,0644	0,000025
15	0	10	0	40	0	12,00	563	1,00013	0,12504	-5	-0,1250000	20,00650	140,0182	0

Моделирование произведено с использованием программу Microcap 9. Схема показана на рис. 3. Погрешность коэффициента усиления (Δ*K*) равна разнице между расчетным коэффициентом усиления и фактическим, полученным в результате моделирования (таблица 1). Обработка результатов эксперимента с помощью пакета *Statistika*.

Модель первого порядка получилась неадекватной, поэтому была построена модель второго порядка. Результаты представлены на рис. 4-6.

Обозначение (*L*) говорит о том, что в данной строке приведены оценки, относящиеся к линейной переменной уравнения регрессии. Обозначение (*Q*) говорит о том, что в данной строке приведены оценки, относящиеся к квадратичной переменной уравнения регрессии. 1*L by* 2*L* (1*L by* 2*L*)- оценка уравнения регрессии, отражающая взаимное влияние двух факторов.

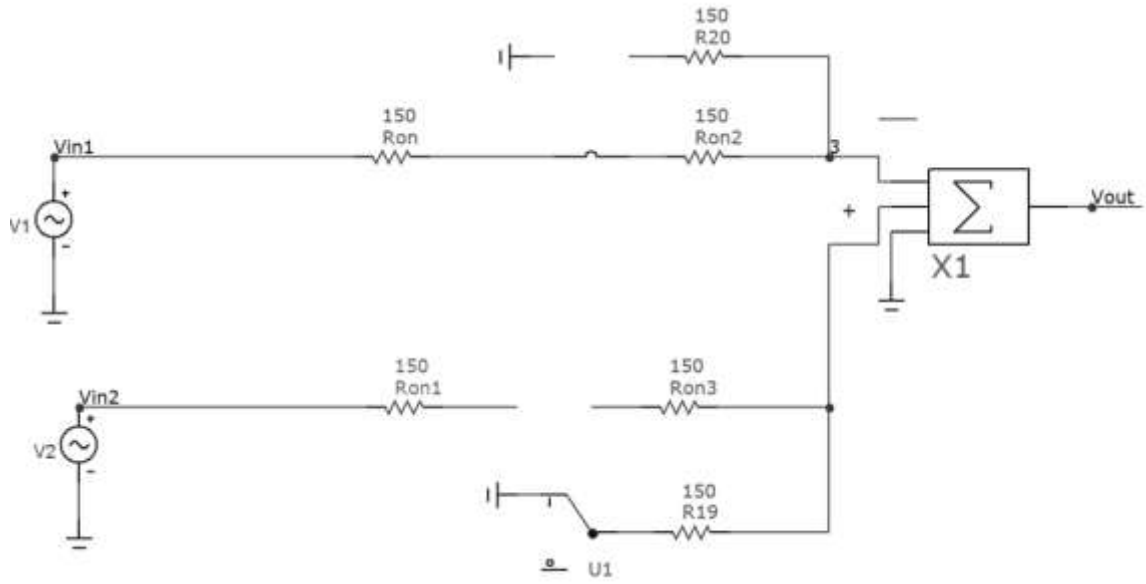


Рисунок 3 - Моделируемая схема в Microcap 9

Factor	Regressn Coeff.	Std.Err. Pure Err	t(30)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
	Regr. Coefficients; Var.:Kij; R-sqr=,54046; Adj:,42229 (lab 4 попытка 2) 3 factors, 1 Blocks, 45 Runs; MS Pure Error=,01 DV: Kij					
Mean/Interc.	-0,266234	0,166941	-1,59478	0,121244	-0,607172	0,074705
(1)X1(L)	0,066407	0,033542	1,97982	0,056962	-0,002095	0,134908
X1(Q)	-0,003320	0,001632	-2,03396	0,050881	-0,006654	0,000014
(2)X2(L)	0,001031	0,002606	0,39551	0,695265	-0,004291	0,006353
X2(Q)	-0,000048	0,000026	-1,88055	0,069773	-0,000100	0,000004
(3)X3(L)	-0,000555	0,002322	-0,23905	0,812691	-0,005297	0,004187
X3(Q)	-0,000065	0,000037	-1,72767	0,094330	-0,000141	0,000012
1L by 2L	0,000000	0,000151	0,00000	1,000000	-0,000308	0,000308
1L by 3L	0,000000	0,000183	0,00000	1,000000	-0,000373	0,000373
2L by 3L	0,000100	0,000023	4,39943	0,000126	0,000054	0,000147

Рисунок 4 - Оценки коэффициентов регрессии, базирующиеся на кодированных исходных значениях факторов

Factor	Effect	Std.Err. Pure Err	t(30)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt	Coeff.	Std.Err. Coeff.	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
	Effect Estimates; Var.:Kij; R-sqr=,57753; Adj:,46889 (lab 4 попытка 2) 3 factors, 1 Blocks, 45 Runs; MS Pure Error=,0081 DV: Kij									
Mean/Interc.	0,062494	0,034186	1,82804	0,077503	-0,007324	0,132311	0,062494	0,034186	-0,007324	0,132311
(1)X1(L)	0,000000	0,031402	0,00000	1,000000	-0,064131	0,064131	0,000000	0,015701	-0,032066	0,032066
X1(Q)	-0,112460	0,049762	-2,25996	0,031244	-0,214088	-0,010832	-0,056230	0,024881	-0,107044	-0,005416
(2)X2(L)	-0,105480	0,031403	-3,35892	0,002143	-0,169613	-0,041347	-0,052740	0,015701	-0,084807	-0,020673
X2(Q)	-0,103991	0,049768	-2,08950	0,045244	-0,205632	-0,002350	-0,051995	0,024884	-0,102816	-0,001175
(3)X3(L)	0,103663	0,031402	3,30115	0,002492	0,039531	0,167794	0,051831	0,015701	0,019766	0,083897
X3(Q)	-0,095525	0,049762	-1,91964	0,064459	-0,197153	0,006103	-0,047763	0,024881	-0,098577	0,003051
1L by 2L	0,000000	0,036742	0,00000	1,000000	-0,075038	0,075038	0,000000	0,018371	-0,037519	0,037519
1L by 3L	0,000000	0,036742	0,00000	1,000000	-0,075038	0,075038	0,000000	0,018371	-0,037519	0,037519
2L by 3L	0,179606	0,036742	4,88826	0,000032	0,104568	0,254644	0,089803	0,018371	0,052284	0,127322

Рисунок 5 - Оценки коэффициентов регрессии, базирующиеся на некодированных исходных значениях факторов

Видно, что факторы (1)*X*1(*L*), *X*1(*Q*), (2)*X*2(*L*), *X*2(*Q*), (3)*X*1(*L*), *X*3(Q), значимы, а полученная модель адекватна, так как расчетное значение критерия Фишера *F*рас=2,16 меньше табличного критического значения критерия *F*кр=2,53 взятого для степеней свободы *f*1=5, *f*2=30.

ANOVA; Var.:Kij; R-sqr=,54046; Adj:,42229 (lab 4 попытка 2)
3 factors, 1 Blocks, 45 Runs; MS Pure Error=,01
DV: Kij

Factor	SS	df	MS	F	p
(1)X1(L)	0,000000	1	0,000000	0,00000	1,000000
X1(Q)	0,041370	1	0,041370	4,13700	0,050881
(2)X2(L)	0,091387	1	0,091387	9,13868	0,005086
X2(Q)	0,035365	1	0,035365	3,53646	0,069773
(3)X3(L)	0,088271	1	0,088271	8,82706	0,005796
X3(Q)	0,029849	1	0,029849	2,98485	0,094330
1L by 2L	0,000000	1	0,000000	0,00000	1,000000
1L by 3L	0,000000	1	0,000000	0,00000	1,000000
2L by 3L	0,193550	1	0,193550	19,35500	0,000126
Lack of Fit	0,108098	5	0,021620	2,16195	0,085051
Pure Error	0,300000	30	0,010000		
Total SS	0,888059	44			

Рисунок 6 - Проверка адекватности модели

Уравнение регрессии для кодированных значений факторов имеет вид:

$$\Delta K *1000 = 0.062494 - 0.05623X1^2 - 0.05274X2 - 0.051295X2^2 + 0.051831X3 -$$
$$- 0.047763X3^2 + 0.089803X2 * X3$$

$$\Delta K *1000 = -0.266234 + 0.066407U_{num} - 0.00332U_{num}^2 + 0.001031U_{вх} -$$
$$- 0.000048U_{вх}^2 + 0.000555T - 0.000065T^2 + 0.0001U_{вх} * T$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Datasheet ADG438F/ADG439F - http://www.gaw.ru/pdf/AD/switches/adg438f_9f.pdf
2. Datasheet PGA206 PGA207 - http://icoptom.ru/detail/768408/PGA206,%20PGA207.html
3. Datasheet PCF0603 http://www.chipdip.ru/product/pcf0603r-34kbt1-resistor-0603-34k/

MATHEMATICAL MODEL OPERATION OF ELECTRONIC MODULE INACCURACY

© 2015
S.A. Kchristich, undergraduater of group 2-3M, department of informational and measuring systems and technologies
Russian state technical university (NPI) named after M.I. Platov, Novocherkassk (Russia), episheva-svetlana@rambler.ru

УДК 330.4:316.422

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРГАНИЗАЦИОННО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ ИННОВАЦИОННЫМ РАЗВИТИЕМ АГРАРНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

© 2015

Е.В. Чуб, студент факультета прикладной информатики
ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный аграрный университет», Краснодар (Россия), korag1991@mail.ru
И.В. Затонская, преподаватель
ФГБОУ ВПО «Кубанский государственный аграрный университет», Краснодар (Россия), iza660604@mail.ru

Одним из главных условий эффективного развития аграрного производства в рыночной экономике является формирование механизма развития инновационным процессом. Перед российскими производителями сельскохозяйственной продукции в условиях экономического кризиса стоят непростые задачи: во-первых, необходимо поддерживать баланс внутреннего рынка по спросу и предложению, во- вторых, проникать на ведущие мировые рынки. В ежегодных посланиях президента В.В. Путина Федеральному Собранию РФ неоднократно подчеркивалась актуальность данной проблемы. На парламентских слушаниях Госдумы регулярно обсуждаются вопросы законодательного обеспечения инновационной деятельности в аграрном секторе экономики России [5].

Инновационное развитие аграрного сектора стало стратегическим приоритетом России. Произошедшие в последние годы изменения в экономике АПК, а также законодательной базы в области развития науки, требуют изменения подходов в системе научного обеспечения аграрного производства.

Инновационная деятельность - это комплекс мероприятий, направленных на внедрение в практику хозяйствования новой техники, технологий, новых форм организации труда и управления, обеспечивающих получение экономического или другого положительного эффекта. Как процесс, инновационная деятельность состоит из 3 этапов: научная деятельность (научные открытия, новшества); разработка новых технологий, готовых к использованию проектов; освоение готовых проектов, технологий в условиях реального производства.

Недостаточно представленными в АПК России являются вторая и третья стадии инновационного процесса. По организации научных исследований, формированию различных научно-исследовательских институтов и научных коллективов в России накоплен большой опыт. Однако в процессе освоения научных достижений в условиях реального производства Россия отстает от передовых стран [1].

Одной из причин недостаточно активного освоения сельскохозяйственными товаропроизводителями новых технологий является отсутствие отработанных механизмов внедренческой деятельности, эффективных схем взаимодействия научных учреждений с внедренческими структурами. Низкая активность инновационной деятельности связана с несовершенством организационно-экономического механизма освоения инноваций [3].

Важной особенностью организации инновационных процессов в аграрном секторе является наличие высокого уровня риска, обусловленного большим временным разрывом между затратами и результатами, неопределенностью спроса на инновационную продукцию, высокой зависимостью результатов внедрения инноваций от местных природно-климатических и других субъективных условий в конкретном предприятии.

Основными источниками инвестиций в аграрное производство являются: внутренние (собственные средства предприятий) и внешние (государственные средства и средства частных инвесторов, в том числе иностранных). Учитывая особенности организации инновационных процессов в АПК, а также государственные приоритеты в развитии его научного обеспечения, рассмотрим динамическую модель, как механизм самостоятельного финансирования, в которой аграрное предприятие принимает решение о динамике инвестиций в проекты инновационного развития, управляя сменой технологий [4].

Основным инструментом исследования является математическое моделирование, построение и анализ модели. Для построения модели развития сложных систем используем дифференциальные уравнения. Динамическая модель смены технологий ставит задачу выбора инновационной политики (в какие моменты времени начинать разработку или внедрение той или иной новой технологии, включая принятие решений о целесообразности ее внедрения вообще) и инвестиционной политики - каков оптимальный график инвестиций в новые технологии. Предлагаемая модель является достаточно общей и применима для любого экономического объекта [2].

Рассмотрим динамику развития $n \geq 1$ технологий, сменяющих друг друга последовательно, на плановый горизонт T, который фиксирован и считается известным. Динамика развития i-й технологии описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\dot{x}_i(t) = \{y_i(x_{i-1}(t_i), u_i(t))\, x_i(t)[Q_i - x_i(t)]\}\ I(t \geq t_i), \qquad (1)$$

Где: I(•) - функция-индикатор, t [O; T]; $u_i(\bullet)$ - управление (инвестиции); $Q_1 \leq Q_2 \leq,\ldots,\leq Q_n$ - известные предельные уровни развития технологий, $i \in N = \{1, 2, n\}$ - упорядоченное множество технологий; конечная последовательность моментов перехода от одной технологии к следующей: $t_1 = 0 \leq t_1 \leq t_2 \leq,\ldots, \leq t_n \leq T$. Зададим начальные и конечные условия: $x_1(0) = x_0 \geq 0, x_i(t) = 0, t \in (t_{i+1}, T), i \in \{1,2,...,n-1\}$.

$$x_i(t_i) = \max[x_0, x_{i-1}(t_i) - q_i],\ i \in N, \qquad (2)$$

Моменты времени соответствуют переходу на новую технологию, величины – потерям, связанным с переходом. Динамика i-й технологии описывается обобщенным логистическим уравнением (1) со скоростью роста, описываемой функцией, зависящей от уже достигнутого на предыдущем этапе уровня $x_i(t_i)$ развития (2) и количества ресурсов $u_i(\bullet)$.

Траектория $x(t) = x_i(t)$, $t \in (t_i; t_{i+1})$, $i \in N$, описывает динамику развития технологий.

Определим уровень развития технологий X (T), достигнутый к концу планового горизонта T:

$$X(T) = \max_{i \in N}\{x_i(T)\}, \qquad (3)$$

Пусть заданы:

- функция дохода H (X (T)), отражает доход, получаемый в конце планового периода (зависящий от достигнутого уровня X (T), развития технологий),

- функционал дохода, отражающий доход, получаемый в процессе развития технологий:

$$F(x(.)) = \int_0^T f(x(t))dt ,$$

- функционал затрат: $C(u(.)) = \int_0^T \sum_{i \in N} u_i(t) e^{-\delta(t)t} dt$

Где $\delta(t) \in (0;1)$ - коэффициент дисконтирования;

$u(\cdot) = (u_1(\cdot), u_2(\cdot), ..., u(\cdot))$ - вектор динамики ресурсов, который отражает инвестиционную политику;

Θ= (t1=0≤t2≤, tn≤T) - вектор моментов времен смены технологий, который отражает инновационную политику**.** В функционале затрат множитель $e^{-\delta(t)t}$ означает, что в промежутках между моментами технологических сдвигов действует закон убывающей производительности капитала (закон тенденции средней нормы прибыли к понижению).

Наложим следующие ограничения:

$$u_u(t_i) \geq c_i, u_i(t) = 0, t \notin [t_i; t_{i+1}), i \in N, \quad (4)$$

Где константы {ci≥0} могут интерпретироваться как инвестиции в приобретение или начало внедрения соответствующих технологий.

Критерий оптимальности можно записать в виде разности между доходом и затратами, тогда оптимизационная задача примет вид: максимизировать критерий оптимальности выбором последовательности Θ смены технологий и вектора *u* (•) динамики ресурсов:

$$H(X(T)) + F(x(.)) - C(u(.)) \to \max_{\Theta, u(.)}, \quad (5)$$

При условии, что динамика технологий описывается системой уравнений (1) с начальными условиями (2), а ресурсы удовлетворяют ограничению (4).

Альтернативой может быть использование рентабельности инвестиций:

$$y(\Theta, u(.)) = \frac{H(X(T)) + F(x(.))}{C(u(.))} , \quad (6)$$

Частным случаем решения задачи (5) может являться реализация любого подмножества множества технологий *N,* что может происходить при совпадении соответствующих времен переходов.

Решение задачи (5) может быть получено численно, что позволяет, при заданных исходных данных, находить оптимальную инновационную и инвестиционную политику. Появляется возможность посредством имитационного моделирования анализировать различные политики, оценивать их эффективность, сравнивать между собой и т.д. В предложенной модели содержится достаточно много параметров, опустив часть из них, можно получить более простые модели.

В модели описаны следующие параметры:

1. Характеристики технологий: где q_i - потери (или выигрыш) в уровне развития технологий, связанные с внедрением новой технологии, c_i инвестиции

в новую технологию, Q_i - максимальный уровень ее развития (технологический предел), $y_i(\bullet)$ - зависимость скорости развития от инвестиций и характеристик объекта, внедряющего новые технологии, $i \in N$.

2. Характеристики субъекта внедрения новых технологий: x_o - начальный уровень развития технологий, Т- горизонт планирования.

3. Характеристика внешней среды: $\delta(t)$ - коэффициент дисконтирования.

Задача (5) заключается в выборе момента времени для внедрения новой технологии, включая решения о инвестиционной политике и разработке графика инвестиций в новые технологии. Кроме численной реализации решения задачи (5) и получения для нее аналитических условий оптимальности, перспективными являются следующие направления дальнейших исследований:

- анализ чувствительности - изучение зависимости оптимального решения от начальных данных и параметров модели;

- сценарный анализ - для исследования свойств оптимальных решений в зависимости от параметров модели.

- разработка и исследование модели, в которой имеются несколько агентов и отдача от инвестиций в новые технологии зависит от действий конкурентов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Параметризация, моделирование и оптимизация конкурентоспособного АПК: монография / А.И. Трубилин, А.Г. Бурда, Г.П. Бурда, И.М. Благивский, С.Н. Косников, В.В. Кочетов, Е.А. Метельская, С.И. Турлий, О.Ю. Франциско; под рук. и ред. акад. РАСХН, д-ра экон. наук., проф. И.Т. Трубилина. Краснодар: КубГАУ, 2012. 630 с.

2. Новиков Д.А., Иващенко А.А. Модели и методы организационного управления инновационным развитием фирмы. М.: ЛЕНАД, 2006. 336 с.

3. Затонская И.В. Информатизация деловой сферы и профессиональная деятельность / И.В. Затонская, С.С. Затонская // Информатизация общества: социально-экономические, социокультурные и международные аспекты. Прага, 2014. С. 26-32.

4. Затонская И.В. Информационные технологии в управлении имущественным состоянием аграрного предприятия / Затонская И.В., Чуб Е.В. материалы международной заоч. науч.-практ. конф. (г. Новосибирск, декабрь 2014 г.). Новосибирск: Медиа центр, 2014. С. 88-93.

5. Инновационная деятельность в аграрном секторе экономики России. / Под редакцией И.Г. Ушачева, И.Т. Трубилина, Е.С. Оглоблина, И.С. Санду. М.: Колос, 2007. 636 с.

DESIGN OF ORGANIZATIONALLY-ECONOMIC PROCESS OF MANAGEMENT BY INNOVATIVE DEVELOPMENT OF AGRARIAN ENTERPRISE

© 2015

E.V. Chub, student of faculty of the applied informatics

Kuban state agrarian university, Krasnodar (Russia), korag1991@mail.ru

I.V. Zatonskaya, teacher

Kuban state agrarian university, Krasnodar (Russia), iza660604@mail.ru

Научное издание

МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

Материалы 5-й научно-практической internet-конференции
27-28 января 2015 г.

В авторской редакции

Дизайн обложки: *Нагорнов Ю.С.*

Подписано в печать 30.01.2015. Формат 60x84/16
Печать оперативная. Усл. п.л. 13,5
Тираж 150 экз. Заказ № 02-14-01.

Отпечатано с готового оригинал-макета в издательстве SIMJET
432072, г. Ульяновск, пр-т Ульяновский, 14