КРИТЕРИИ И РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ С1

ВАРИАНТЫ № 1, № 3, № 5, № 7.

№1 С1. Решите уравнение

$\cos 2x + 8\left(1 - \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\right) = 2 + 2\sin^2 x$.

Решение: Перейдем к общему аргументу:

$\cos^2 x - \sin^2 x + 8\cos x + 8 = 2 + 2\sin^2 x$. Перейдем к общей функции:

$2\cos^2 x + 8\cos x + 5 - 2 + 2\cos^2 x = 0$, пусть $\cos x = t$, где $-1 \le t \le 1$.

Решим уравнение $4t^2 + 8t + 3 = 0$:

1) $t = -\frac{3}{2} < -1$ - не удовлетворяет условию $-1 \le t \le 1$;

2) $t = -\frac{1}{2}$; $\cos x = -\frac{1}{2}$; $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z$.

Ответ: $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С1
2	Приведена верная последовательность шагов решения: 1) правильно произведен переход к квадратному уравнению; 2) правильно произведен отбор корней и решено тригонометрическое уравнение. Все преобразования и вычисления проведены правильно, получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. При решении уравнений может быть допущена описка и/или негрубая вычислительная ошибка, не влияющая на правильность дальнейшего хода решения. В результате этой описки и/или ошибки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, не соответствующие указанным выше критериям выставления оценок в 1 или 2 балла.

№ 3 С1. Решите уравнение

$8(1 - \sin x) - \cos 2x = 2 + 2\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.

Решение: Перейдем к общему аргументу:

$8 - 8\sin x - 1 + 2\sin^2 x = 2 + 2\cos^2 x$. Перейдем к общей функции:

$7 - 8\sin x + 2\sin^2 x - 2 - 2 + 2\sin^2 x = 0$, пусть $\sin x = t$, где $-1 \le t \le 1$.

Решим уравнение $4t^2 - 8t + 3 = 0$:

1) $t = \frac{3}{2} > 1$ - не удовлетворяет условию $-1 \le t \le 1$;

2) $t = \frac{1}{2}$; $\sin x = \frac{1}{2}$; $x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z$.

Ответ: $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z$.

№ 5 С1. Решите уравнение

$\cos 2x + 4\left(1 - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)\right) = 4 + 2\sin^2 x$.

Решение: Перейдем к общему аргументу:

$\cos^2 x - \sin^2 x + 4\cos x + 4 = 4 + 2\sin^2 x$. Перейдем к общей функции:

$2\cos^2 x + 4\cos x + 3 - 4 - 2 + 2\cos^2 x = 0$, пусть $\cos x = t$, где $-1 \le t \le 1$.

Решим уравнение $4t^2 + 4t - 3 = 0$:

1) $t = -\frac{3}{2} < -1$ - не удовлетворяет условию $-1 \le t \le 1$;

2) $t = \frac{1}{2}$; $\cos x = \frac{1}{2}$; $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z$.

Ответ: $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z$.

№ 7 С1. Решите уравнение

$2(1 + 2\sin x) = 2\cos^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - \cos 2x$.

Решение: Перейдем к общему аргументу:

$2 + 4\sin x = 2\sin^2 x - \cos^2 x + \sin^2 x$. Перейдем к общей функции:

$2 + 4\sin x = 3\sin^2 x - 1 + \sin^2 x$, пусть $\sin x = t$, где $-1 \le t \le 1$. Решим уравнение $4t^2 - 4t - 3 = 0$:

1) $t = \frac{3}{2} > 1$ - не удовлетворяет условию $-1 \le t \le 1$;

2) $t = -\frac{1}{2}$; $\sin x = -\frac{1}{2}$; $x = (-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z$.

Ответ: $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z$.

ВАРИАНТЫ №2, № 4, №6, № 8, №9, № 10.

№ 2 С1. Решите уравнение

$$\sin 2x\cos x=\left(\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)-1\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{3}\sin x\right).$$

Решение: Упростим уравнение: $2\sin x\cos^2 x=(\sin x-1)\sqrt{3}(1+\sin x)$.

$$2\sin x\cos^2 x=-\sqrt{3}\left(1-\sin^2 x\right),\quad 2\sin x\cos^2 x+\sqrt{3}\cos^2 x=0.$$

Разложим на множители: $\cos^2 x\left(2\sin x+\sqrt{3}\right)=0$.

1) $\cos x=0$, $x=\frac{\pi}{2}+\pi k, k\in Z$.

2) $\sin x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $x=(-1)^{k+1}\frac{\pi}{3}+\pi k,\ k\in Z.$

Ответ: $\frac{\pi}{2}+\pi k;\ (-1)^{k+1}\frac{\pi}{3}+\pi k,\ k\in Z.$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С1
2	Приведена верная последовательность шагов решения: 1) правильно уравнение сведено к совокупности двух других; 2) правильно решены тригонометрические уравнения. Все преобразования и вычисления проведены правильно, получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. При решении уравнений может быть допущена описка и/или негрубая вычислительная ошибка, не влияющая на правильность дальнейшего хода решения. В результате этой описки и/или ошибки может быть получен неверный ответ. Если получены верные два тригонометрических уравнения, но в решении одного из них допущена ошибка.
0	Все случаи решения, не соответствующие указанным выше критериям выставления оценок в 1 или 2 балла.

Замечание: Если в решении происходит потеря корней, работа оценивается в 0 баллов.

№ 4 С1. Решите уравнение

$$\sin 2x\sin x=\left(\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)+1\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{3}\cos x\right).$$

Решение: Упростим уравнение:

$$2\sin^2 x\cos x=(1-\cos x)\left(\sqrt{3}+\sqrt{3}\cos x\right).$$

$$2\sin^2 x\cos x=\sqrt{3}\left(1-\cos^2 x\right),\quad 2\sin^2 x\cos x-\sqrt{3}\sin^2 x=0\ .$$

Разложим на множители: $\sin^2 x\left(2\cos x-\sqrt{3}\right)=0$.

1) $\sin x=0$, $x=\pi k, k\in Z$.

2) $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; $x=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z.$

Ответ: $\pi k;\ \pm\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z.$

№ 6 С1. Решите уравнение

$$\left(1-\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}\sin x\right)=\sin 2x\cos x.$$

Решение: Упростим уравнение:

$$(1-\sin x)\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}\sin x\right)=2\sin x\cos^2 x.$$

$$\sqrt{2}\left(1-\sin^2 x\right)=2\sin x\cos^2 x,\quad \sqrt{2}\cos^2 x-2\sin x\cos^2 x=0.$$

Разложим на множители: $-\cos^2 x\left(2\sin x-\sqrt{2}\right)=0$.

1) $\cos x=0$, $x=\frac{\pi}{2}+\pi k, k\in Z$.

2) $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $x=(-1)^k\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in Z.$

Ответ: $\frac{\pi}{2}+\pi k;\ (-1)^k\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in Z.$

№ 8 С1. Решите уравнение

$$\left(\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)-1\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{2}\cos x\right)=\sin 2x\sin x.$$

Решение: Упростим уравнение:

$$-(1+\cos x)\sqrt{2}(1-\cos x)=2\sin^2 x\cos x.$$

$$-\sqrt{2}\left(1-\cos^2 x\right)=2\sin^2 x\cos x,\ \sqrt{2}\sin^2 x+2\sin^2 x\cos x=0.$$

Разложим на множители: $\sin^2 x\left(\sqrt{2}+2\cos x\right)=0$.

1) $\sin x=0$, $x=\pi k, k\in Z$.

2) $\cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$; $x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in Z.$

Ответ: $\pi k;\ \pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in Z.$

№ 9 С1. Решите уравнение $\frac{\cos 2x}{\cos^2 x} = \frac{\sin(\pi - x) + \cos x}{\cos x}$.

Решение: Упростим уравнение: $\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin x + \cos x}{\cos x}$.

$1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin x}{\cos x} + 1,\ tgx + tg^2 x = 0.$

Разложим на множители $tgx(1 + tgx) = 0$.

1) $tgx = 0,\ x = \pi k, k \in Z$.

2) $tgx = -1;\ x = -\frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z.$

Ответ: $\pi k;\ -\frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z.$

№ 10 С1. Решите уравнение $\frac{\sin 2x}{\cos^2 x} + 2 = \frac{2}{\cos^2(\pi + x)}$.

Решение: Упростим уравнение: $\frac{2\sin x \cos x}{\cos^2 x} = \frac{2}{\cos^2 x} - 2.$

$\frac{2\sin x}{\cos x} = \frac{2\left(1 - \cos^2 x\right)}{\cos^2 x},\ tgx - tg^2 x = 0.$

Разложим на множители: $tgx(1 - tgx) = 0$.

1) $tgx = 0,\ x = \pi k, k \in Z$.

2) $tgx = 1;\ x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z.$

Ответ: $\pi k;\ \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z.$